

*Л. М. Куценко<sup>1</sup>, д.т.н., професор, проф. каф. (ORCID 0000-0003-1554-8848)*

*А. Я. Калиновський<sup>1</sup>, к.т.н., доцент, нач. каф. (ORCID 0000-0002-1021-5799)*

*С. В. Васильєв<sup>1</sup>, к.т.н., доцент, доц. каф. (ORCID 0000-0002-6602-8765)*

*О. М. Семків<sup>1</sup>, д.т.н., доцент, проректор (ORCID 0000-0002-9347-0997)*

*Б. В. Болібрux<sup>2</sup>, д.т.н., доцент, проф. каф. (ORCID 0000-0002-9879-7454)*

<sup>1</sup>Національний університет цивільного захисту України, Харків, Україна

<sup>2</sup>Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна

## МОДЕЛЬ ПІДВІСКИ З ДВОМА ВАНТАЖАМИ ДЛЯ КОМПЕНСАЦІЇ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ВІЗКА ПРИ РУСІ ПО ШЛЯХУ СИНУСОЇДАЛЬНОГО ПРОФІЛЮ

Розглянуто експериментальну схему підвіски для перевезення вибухонебезпечних вантажів в умовах бездоріжжя. Підвіска запропонована для автомобільного причепа. Запропонована конструкція підвіски – трьохпружинна з двома компенсаційними вантажами. Задачу розв'язано у ідеалізованій постановці. Обмеження прийняті у роботі: візок одноколісний, колесо рухається по шляху синусоїдального профілю, швидкість постійна. Мета – забезпечити нерухомість корпусу одноколісного візка у вертикальному напрямку. Розв'язок одержано за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду і підтверджено комп'ютерними анімаціями процесу руху. Вирішені задачі: В результаті проведених досліджень вирішені наступні задачі: розроблено принципову схему одноколісної трьохпружинної підвіски візка з двома компенсаційними вантажами, що дозволило провести її дослідження за допомогою лагранжевої механіки; складено та розв'язано систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису руху пружин, важелів та мас вантажів як елементів конструкції; за допомогою розв'язання системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду було визначено множину значень параметрів конструкцій підвіски, які б забезпечили допустимі коливання її елементів, спрямовані на гасіння коливань від колеса; підбрано параметри конструкції так, щоб забезпечити нерухомість корпусу візка у вертикальному напрямку за умови, що колесо рухається по шляху з профілем синусоїди; за допомогою комп'ютерної анімації продемонстровано геометричну модель взаємних розташувань елементів конструкції в процесі гасіння коливань від колеса. Наведена геометрична модель потребує подальших досліджень для її наближення до реальної конструкції. У якості напрямків подальших досліджень планується обрати випадки несинусоїдального профілю шляху, та забезпечення плавності ходу транспортного засобу з врахуванням горизонтальних коливань.

**Ключові слова:** підвіска візка, лагранжіан, рівняння Лагранжа другого роду, компенсаційні вантажі

### 1. Вступ

Динамічні якості транспортних систем спеціального призначення обмежені характеристиками ресорних підвісок, «м'якість» яких, у більшості випадків, недостатня для транспортування небезпечних вантажів. Відсутність малогабаритних засобів ускладнює в умовах бездоріжжя транспортування від місця виявлення до пункту утилізації вибухонебезпечних вантажів, у тому числі застарілих боєприпасів. Тому доцільними будуть спроби розробити схеми спеціальних візків (наприклад, автомобільних причепів) із «м'якою» ресорною або пружинною підвіскою, яка дозволить транспортувати небезпечні вантажі в польових умовах бездоріжжя з мінімальними амплітудами вертикальних коливань візка. Ці дослідження спрямовані на забезпечення безпеки особового складу під час проведення робіт по розмінуванню.

### 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

У роботі [1] наведені результати аналітичного дослідження впливу на коливання автомобіля маси підресорених частин. Показано, що при нерегульованій підвісці зменшення підресореної маси супроводжується

погіршенням плавності ходу й зниженням стабільності контакту коліс із дорогою – тобто показника, що характеризує пов'язану з безпекою руху динамічну стійкість автомобіля. У роботі [2] зазначено, що необхідно створювати підвіски змінної структури, у якій відбувається автоматична зміна рівня демпфірування залежно від виду впливу на візок із боку дорожніх нерівностей. У роботі [3] розглядаються теоретичні можливості демпфірування лінійних і кутових коливань автомобіля з нелінійним керуванням активною гідромеханічною підвіскою. Дано аналіз ефективності активної підвіски при використанні інформації від датчиків кутової швидкості й лінійної вертикальної швидкості підресореної маси. У статті [4] розглядаються особливості вибору параметрів підвіски вантажного автомобіля при русі по швидкісних ділянках ґрунтової дороги. Проводиться аналіз впливу параметрів ресор, амортизаторів, шин на плавність ходу. У роботі [5] наведені результати дорожніх випробувань плавності ходу по асфальтному покриттю дослідного зразка спеціалізованого транспортного засобу для перевезення вибухонебезпечних вантажів з додатковою системою підресорювання, що має квазінульову жорсткість. Стаття [6] присвячена питанням забезпечення безпеки при транспортуванні вантажів автомобільним транспортом. Наведено вимоги до оснащення засобів перевезення небезпечних вантажів. У роботі [7] як приклад механізму з плавним ходом представлені результати експериментальних досліджень рівня ушкоджень сільськогосподарчих товарів (картоплі) під час перевезення. Установлено максимальну швидкість вертикальних коливань вантажної платформи, при якій рівень ушкоджень не перевищує 4 %. У роботі [8] розглядаються підходи до рішення в загальному вигляді завдань математичного моделювання транспортних об'єктів. Запропонований підхід, заснований на методах структурної декомпозиції об'єктів і виборі вихідних моделей, що відбивають основні енергетичні й динамічні властивості об'єктів, дозволив одержати співвідношення для оцінки зниження амплітуди коливань і режим повного гасіння коливань. У роботі [9] розглядаються питання побудови математичних моделей систем захисту від вібрацій з двома динамічними гасителями коливань. Показано, що система набуває не тільки два режими динамічного гасіння, але й спеціальний режим руху динамічних гасителів у протифазі. Отримано відповідні аналітичні співвідношення для визначення частот. У роботі [10] розглядається узагальнена задача динамічного гасіння коливань на основі введення додаткового зв'язку між об'єктом захисту й гасителем. Передатна функція зв'язку реалізується за рахунок ланок розширеного набору типових елементів механічних коливальних систем і комбінованих структур. У роботі [11] розглядаються особливості взаємодії елементів динамічного гасителя коливань у вигляді твердого тіла із двома ступенями свободи. Показано, що динамічний гаситель інтерпретується в структурі механічної коливальної системи з об'єктом захисту як додатковий негативний зв'язок, що може бути представлений пружиною. У роботі [12] розглядаються питання побудови математичних моделей віброзахисних систем як технології послідовних композицій. Показано умови появи важільних зв'язків при використанні зчленувань у системах із твердими тілами на пружних опорах.

У роботах [13–17] наведені результати експериментальних досліджень коливань вантажу, що розміщений на спеціалізованому транспортному засобі (СТЗ) під час перевезень. Експерименти проведені у вигляді дорожніх випробувань. Конструкції СТЗ мають додатковий рівень підресорення з нелінійною характеристикою, що має квазінульову жорсткість. Порівняльний аналіз показав, що

підресорення з квазінульовою жорсткістю дозволяє істотно знизити рівні вібрацій, а отже підвищити безпеку перевезення вибухонебезпечних речовин.

В результаті огляду літературних джерел [1–12] були виявлені питання, ще не досліджені іншими авторами, що дозволило сформулювати тему досліджень. Для випадку ідеалізованого «одноколісного» візка розробити принципову схему механічної конструкції для зменшення вертикальних коливань візка за рахунок застосування компенсаційних вантажів, а також спосіб розрахунку коливань візка з двома компенсаційними вантажами за умови руху колеса по шляху синусоїдального профілю. Відсутність двигуна і трансмісії, прогнозовані невелика маса і швидкість пересування зумовлюють появу простої конструкції причепа. Все це дозволяє в новій експериментальній схемі візка (автомобільного причепа) зосередитись переважно на характеристиці «м'якості» його підвісок.

### 3. Мета та завдання дослідження

Метою статті є розробка експериментальної схеми трьохпружинної підвіски візка з двома компенсаційними вантажами для використання в автомобільному причепі для перевезення вибухонебезпечних вантажів в умовах бездоріжжя. На початковому етапі досліджень було розв'язано задачу у ідеалізованій постановці – забезпечити нерухомість корпусу «одноколісного» візка у вертикальному напрямку за умови, що колесо рухається по шляху синусоїдального профілю.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- запропонувати принципову схему одноколісної трьохпружинної підвіски візка з двома компенсаційними вантажами;
- скласти та розв'язати систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису руху пружин, важелів та мас вантажів як елементів конструкції;
- за допомогою розв'язання системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду визначити множину значень параметрів конструкцій підвіски, які б забезпечили допустимі коливання її елементів, спрямовані на гасіння коливань від колеса;
- розв'язати задачу у ідеалізованій постановці – тобто визначити параметри конструкції так, щоб забезпечити нерухомість візка у вертикальному напрямку за умови, що колесо рухається по шляху з профілем синусоїди;
- за допомогою комп'ютерної анімації продемонструвати достовірність геометричної моделі шляхом унаочнення прийнятних для використання взаємних розташувань елементів конструкції в процесі гасіння коливань від колеса.

## 4. Розробка геометричної моделі процесу коливання додаткових вантажів в конструкції візка для компенсування коливань колеса

### 4.1. Схема конструкції та математична модель опису коливань з використанням механіки Лагранжа

При незначних швидкостях вертикальні коливання суттєво впливають на динамічні властивості транспортного засобу, особливо в умовах бездоріжжя. Проведемо їх розрахунок на плоскій моделі. У наведеній схемі (рис. 1, а) підвіски (на одне колесо візка) використано три пружини з коефіцієнтами жорсткості  $k_1$ ,  $k_2$  і  $k_3$ , а також два допоміжні вантажі масами  $m_1$  і  $m_2$ , які виконують роль компенсаторів коливань. Компенсаційні вантажі призначені для попереднього гасіння коливань і зменшення їх впливу на кузов візка.

Для успішної реалізації цієї схеми необхідно забезпечити необхідні взаємопов'язані рухи пружин важелів та вантажів. Вважається, що на коливальну систему через колесо діє сила, описана функцією  $f(t) = A \cos(\omega t)$ . На рис. 1, б, зображено розміри схеми підвіски, виражені через модуль  $d$ .

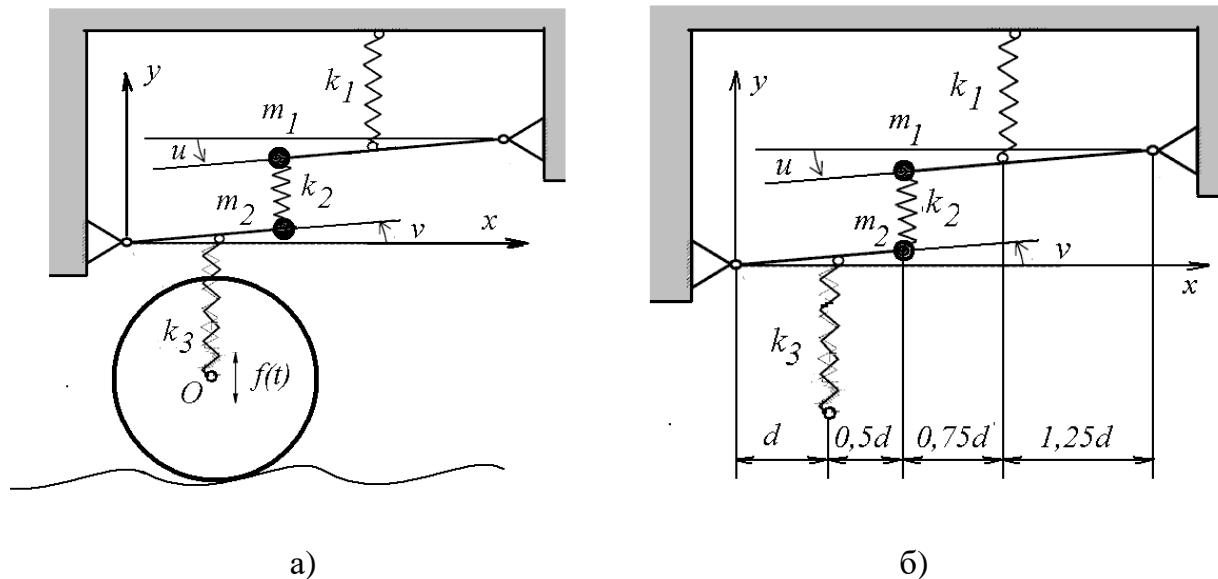


Рис. 1. Схема підвіски причепа для транспортування вибухонебезпечних вантажів

Для дослідження динамічних характеристик підвіски причепа необхідно скласти і розв'язати систему рівнянь Лагранжа другого роду. В якості узагальнених координат оберемо кути  $u(t)$  і  $v(t)$ , зображені на рис. 1, б. Вони визначають положення компенсаційної маси  $m_1$  і  $m_2$  відповідно.

Розрахунок коливань виконаємо на базі Лагранжевої механіки.

Для запису виразу лагранжіана  $L = K - P$  необхідно визначити формули для кінетичної  $K$  і потенціальної  $P$  енергій.

Кінетичну енергію обчислимо за формулою

$$K = \frac{1}{2} (a_{11} \dot{u}^2 + a_{22} \dot{v}^2), \quad (1)$$

де  $a_{11} = \frac{4m_1 d^2}{3}$  і  $a_{22} = \frac{(1,5)^2 m_2 d^2}{3}$  – коефіцієнти інерції.

Потенціальну енергію будемо обчислювати за формулою

$$P = Mgh + \frac{1}{2} (c_{11} u^2 + 2c_{12} uv + c_{22} v^2 + k_3 (f \sin \omega t)^2 - 2Rk_3 f v \sin \omega t), \quad (2)$$

де  $c_{11} = (k_1 (1,25)^2 + 4k_2) d^2$ ;  $c_{12} = c_{21} = 3k_2 d^2$ ;  $c_{22} = (k_2 (1,5)^2 + k_3) d^2$  – коефіцієнти жорсткості.

Масу візка позначено як  $M$ , а висоту центра маси візка – як  $h$ ,  $R$  – радіус колеса,  $f(t) = A \cos(\omega t)$  – функція, що описує закон дії сили на колесо;  $g = 9.81$ . Всі параметри в умовних одиницях.

За допомогою Maple-програми визначено аналітичний вигляд системи рівнянь Лагранжа другого роду:

$$a_{11} \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + c_{11} u(t) + c_{12} v(t) = 0; \quad (3)$$

$$a_{22} \frac{d^2 v(t)}{dt^2} + c_{12} u(t) + c_{22} v(t) - k_3 f(t) d \sin(wt) . \quad (4)$$

Розв'язувати систему рівнянь (3)–(4) будемо чисельно за допомогою методу Рунге-Кутта з початковими умовами  $u(0) = u_0$ ,  $u'(0) = du_0$ ,  $v(0) = v_0$ ,  $v'(0) = dv_0$ .

В результаті розрахунків необхідно знайти взаємопов'язані значення таких параметрів:  $m_1$  – маси першого вантажу;  $m_2$  – маси другого вантажу;  $k_1$  – коефіцієнта жорсткості першої пружини;  $k_2$  – коефіцієнта жорсткості другої пружини;  $k_3$  – коефіцієнта жорсткості третьої пружини;  $M$  – маси візка;  $R$  – радіуса колеса;  $d$  – модуля, через який визначаються розміри конструкції;  $h$  – висоти центра маси візка;  $w$  – частоти дії вимушеної сили;  $A$  – амплітуди дії вимушеної сили.

Знайдені взаємопов'язані значення параметрів повинні забезпечити злагоджений рух елементів гасіння коливань візка.

#### 4.2. Спосіб визначення взаємопов'язаних значень параметрів для функціонування коливальної системи

Для розв'язання поставленої задачі застосуємо метод проекційного фокусування [18, 19]. Для спрощення пояснимо метод на прикладі визначення нехаотичних траєкторій коливань математичного маятника з рухомою точкою підвісу. Математичні маятники з рухомою точкою підвісу є зручними моделями для випробування методів вивчення коливальних процесів. Цікавість викликають геометричні форми траєкторій переміщення по площині (центра) вантажу. Адже вони ілюструють розв'язки відповідних диференціальних рівнянь, які за аналогією можна використати і в подібних за змістом задачах. Ці дослідження повинні супроводжувати графічні унаочнення результату розв'язання рівнянь, що описують динаміку коливань маятників із рухомою точкою підвісу. А саме – унаочнення траєкторій коливань вантажу з метою виявлення серед них нехаотичних траєкторій.

Маятник задається наступними параметрами: масою  $m$ , довжиною підвіски  $L$ , а також функцією  $f(t)$  – законом руху підвіски. Зрозуміло, що ці параметри будуть взаємозалежні у випадку, коли сформулюємо мету задачі. В якості приклада мету сформулюємо так: визначити множину значень параметрів  $m$ ,  $L$  і  $f(t)$ , щоб траєкторія переміщення вантажу була періодичною.

Перелічимо умови ідеалізації варіанту маятника: параметри коливальної системи і початкові умови задаються в умовних числових одиницях; всі елементи системи не мають товщини, невагомі і не деформуються; опори у вузлах і опір повітря під час коливань відсутні.

Розглянемо випадок коливання математичного маятника, точка підвісу якого рухається вздовж горизонтальної осі  $Ox$  декартових координат. У цьому випадку для опису динаміки руху використаємо диференціальне рівняння

$$L \left( \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + \left( \frac{d^2}{dt^2} f(t) \right) \cos(v(t)) + g \sin(v(t)) = 0 \quad (5)$$

У формулі (5) прийнято такі позначення:  $v(t)$  – функція зміни величини кута відхилення маятника;  $L$  – довжина маятника;  $f(t)$  – закон зміни положення точки підвісу маятника вздовж осі  $Ox$ ;  $g = 9,81$ .

Розв'язувати рівняння (5) будемо чисельним методом Рунге-Кутта з початковими умовами:  $v(0) = v_0$ ;  $v'(0) = dv_0$ . Для визначення значень параметрів  $v_0$  і  $dv_0$ , які б забезпечили нехаотичну траєкторію руху вантажу маятника, застосуємо метод проєкційного фокусування. Для цього чисельним методом із обраними початковими умовами і з урахуванням функції  $f(t)$  розв'язуємо рівняння (5) і будемо зображення інтегральної кривої у фазовому просторі  $\{v, dv, t\}$  залежно від значення "керуючого" параметра, в даному випадку, довжини маятника  $L$ .

При випадкових значеннях  $v_0$  і  $dv_0$  у фазовому просторі утвориться "заплутана" інтегральна крива (рис. 2, а). Спроєціюємо її на фазову площину  $\{v, dv\}$ , де також спостерігаємо відповідну "заплутану" фазову траєкторію. У разі зміни "керуючого" параметра  $L$  має змінюватися і характер фазової траєкторії. При певному критичному значенні  $L = L_0$  характер фазової траєкторії зміниться на якісному рівні – вона перетвориться у "сфокусовану" криву. На фазовій площині спостерігатиметься ніби оптичний ефект "наведення на різкість" плутанини фазових траєкторій (рис. 2, б). Цей процес знаходження критичних значень параметрів названо проєкційним фокусуванням.

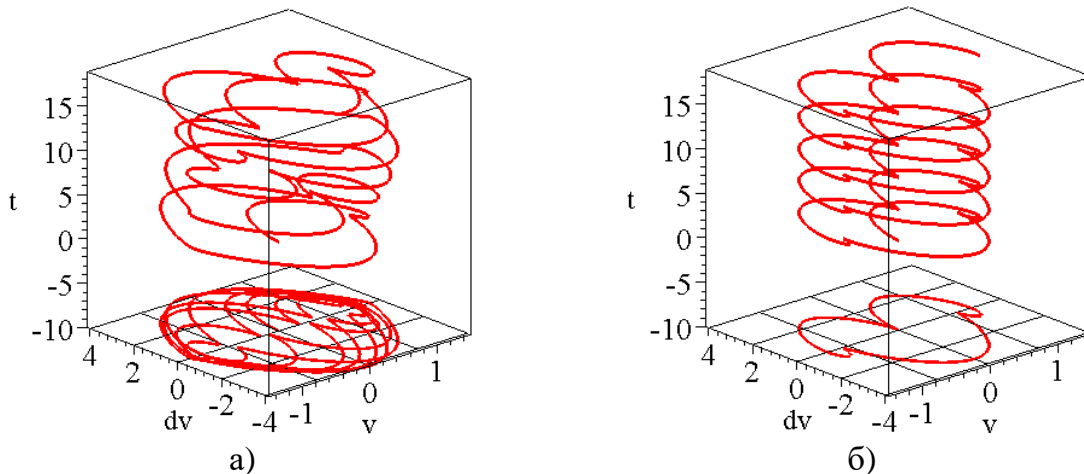
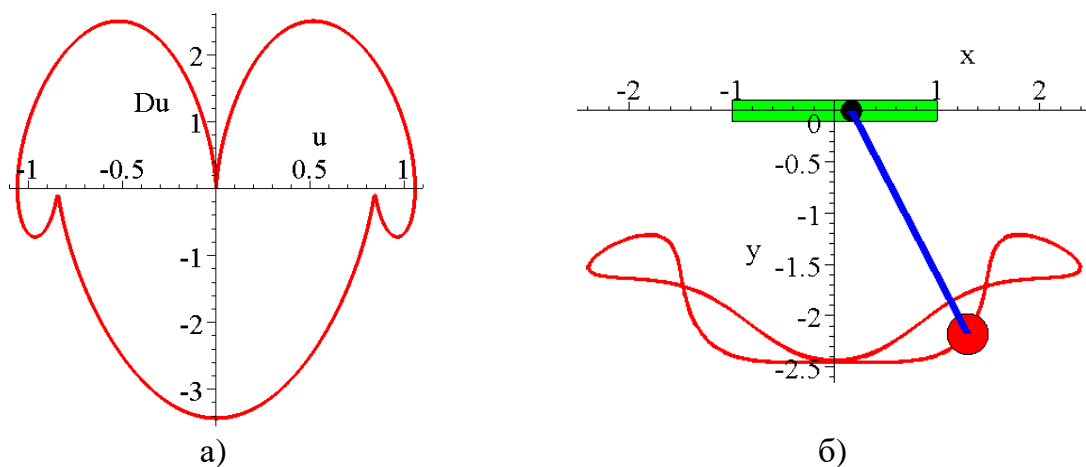


Рис. 2. Фазові траєкторії як проєкції інтегральних кривих: а) для довільного значення "керуючого" параметра  $L$ ; б) для критичного значення "керуючого" параметра  $L_0$

Урахування критичного значення параметра  $L_0$  під час розв'язання диференціального рівняння (5) спричинить появу координат точок на площині  $\{x, y\}$ , які мають розташуватися на нехаотичній траєкторії.

Наведемо приклад розв'язання рівняння (5) з такими умовами:  $v_0 = 0$ ;  $dv_0 = 0$ ;  $f(t) = \sin(7t)/2$ . У разі зміни параметра  $L$ , наприклад, у межах  $2 \leq L \leq 3$  із кроком  $h = 0,2$ , одержуємо множину інтегральних кривих, одну з яких наведено на рис. 3, а.

Критичне значення параметра одержуємо в результаті проєкційного фокусування при значенні  $L_0 = 2,456$ , що відповідає рис. 2, б та рис. 3, а. На рис. 3, б наведено приклад геометричного моделювання процесу коливання маятника та побудови нехаотичної траєкторії.



**Рис. 3.** Приклад моделювання коливання маятника з параметрами  $v_0 = 0$ ;  $dv_0 = 0$ ;  $L = 2,456$ ;  $f(t) = \sin(7t)/2$ : а) фазова траєкторія; б) кадр анімаційної схеми коливання маятника

В розглянутому прикладі коливальна система є консервативною – тобто запас механічної енергії в процесі коливань залишається постійним (втрати енергії відсутні). Вважаємо, що процес розсіювання енергії відбувається повільно в порівнянні з характерними масштабами часу в системі, що слабо впливає на характер руху.

#### 4.3. Приклад визначення значень взаємопов'язаних параметрів конструкції візка для забезпечення злагоджених рухів елементів конструкції

В попередньому прикладі ми обчислили величину параметра  $L$  при інших фіксованих величинах параметрів і за умови, що траєкторія вантажу повинна мати вигляд періодичної кривої.

Задачу про підвіску візка також можна розв'язати аналогічно. Обрати один з параметрів як невідомий і при інших фіксованих величинах параметрів одержати розв'язок. При цьому необхідно враховувати умову, що корпус візка має бути нерухомим.

Оберемо такі умови ідеалізації розрахунку значень взаємопов'язаних параметрів конструкції візка для забезпечення злагоджених коливань елементів конструкції: параметри коливальної системи і початкові умови задаються в умовних числових одиницях; конструктивні елементи системи не мають товщини, невагомі і не деформуються; опори у вузлах і опір повітря під час коливань відсутні.

Наведемо приклад розрахунку схеми трьохпружинної підвіски за умови визначення значень коефіцієнту жорсткості  $k_1$  першої пружини залежно від інших сталих параметрів схеми. Оберемо такі значення параметрів (усі в умовних одиницях):  $m_1 = 50$ ; маса першого вантажу;  $m_2 = 10$ ; маса другого вантажу;  $k_2 = 3600$ ; коефіцієнт жорсткості другої пружини;  $k_3 = 2800$ ; коефіцієнт жорсткості третьої пружини;  $M = 200$ ; маса візка;  $h = 1.5$ ; висота центра маси причепа;  $R =$

$h/2+0.5$ ; радіус колеса;  $d = 1$ ; модуля розмірів конструкції;  $w = 4$ ; частота дії вимушеної сили;  $A = 0.1$ ; амплітуда дії вимушеної сили;  $f = A\cos(\omega t)$ ; закон дії вимушеної сили на колесо.

У процесі обчислень необхідно визначати коефіцієнт жорсткості  $k_1$  першої пружини, величина якого забезпечить потрібні взаємопов'язані рухи елементів схеми підвіски. Адже перша пружина займає ключове розташування. Вона приєднується безпосередньо до кузова візка і призначена для згладжування його коливань.

Розв'язувати систему рівнянь будемо чисельним методом Рунге-Кутта з початковими умовами:  $u_0 = -0,05$ ;  $u'_0 = 0$ ;  $v_0 = 0,05$ ;  $v'_0 = 0$ . У результаті будемо наближене зображення інтегральної кривої у фазовому просторі  $\{u, Du, t\}$ . Воно складатиметься з множини відрізків, що з'єднують послідовні точки, одержані в результаті наближеного розв'язання системи рівнянь (3), (4). Це зображення залежатиме від певного значення «керуючого» параметра  $k_1$ . При випадкових значеннях  $k_1$  у фазовому просторі  $\{u, Du, t\}$  утвориться «заплутана» інтегральна крива, проекція якої на фазову площину  $\{u, Du\}$  також буде «заплутаною» фазовою траєкторією (рис. 4, а), що приведе до несумісних рухів елементів схеми підвіски.

У разі зміни значень «керуючого» параметра має змінюватися і характер фазової траєкторії. При певному критичному значенні  $k_1 = 3070$  вона зміниться на якісному рівні – перетвориться в «закономірну» криву (рис. 4, б). На фазовій площині  $\{u, Du\}$  спостерігатиметься ніби оптичний ефект «наведення на різкість» плутанини фазових траєкторій (тобто буде здійснено проекційне фокусування [18, 19]).

Отже, у розглянутому прикладі при  $k_2=3600$ ,  $k_3= 2800$  критичне значення коефіцієнта жорсткості першої пружини доцільно обрати  $k_1 = 3070$ . Урахування значення  $k_1 = 3070$  у процесі розв'язання системи рівнянь дозволяє наближено обчислити кути  $u(t)$  і  $v(t)$ , які забезпечують взаємопов'язані рухи у часі елементів схеми підвіски.

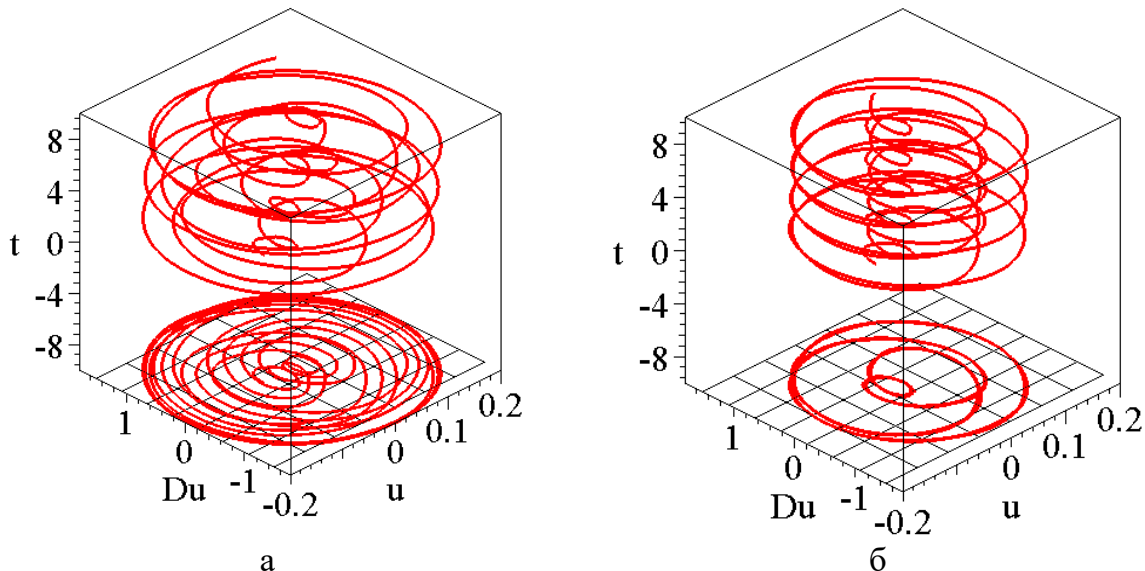


Рис. 4. Інтегральні криві і фазові траєкторії для: а) випадкового значення  $k_1$ ; б) обчисленого значення  $k_1 = 3070$ .

Проілюструвати взаємне розташування елементів конструкції в процесі гасіння коливань від колеса можна за допомогою створеного анімаційного фільму, деякі кадри якого наведені на рис. 5. Час інтегрування  $T = 2.5$ , кількість кадрів анімації  $N = 30$ . На сайті [20] наведено анімаційні зображення.



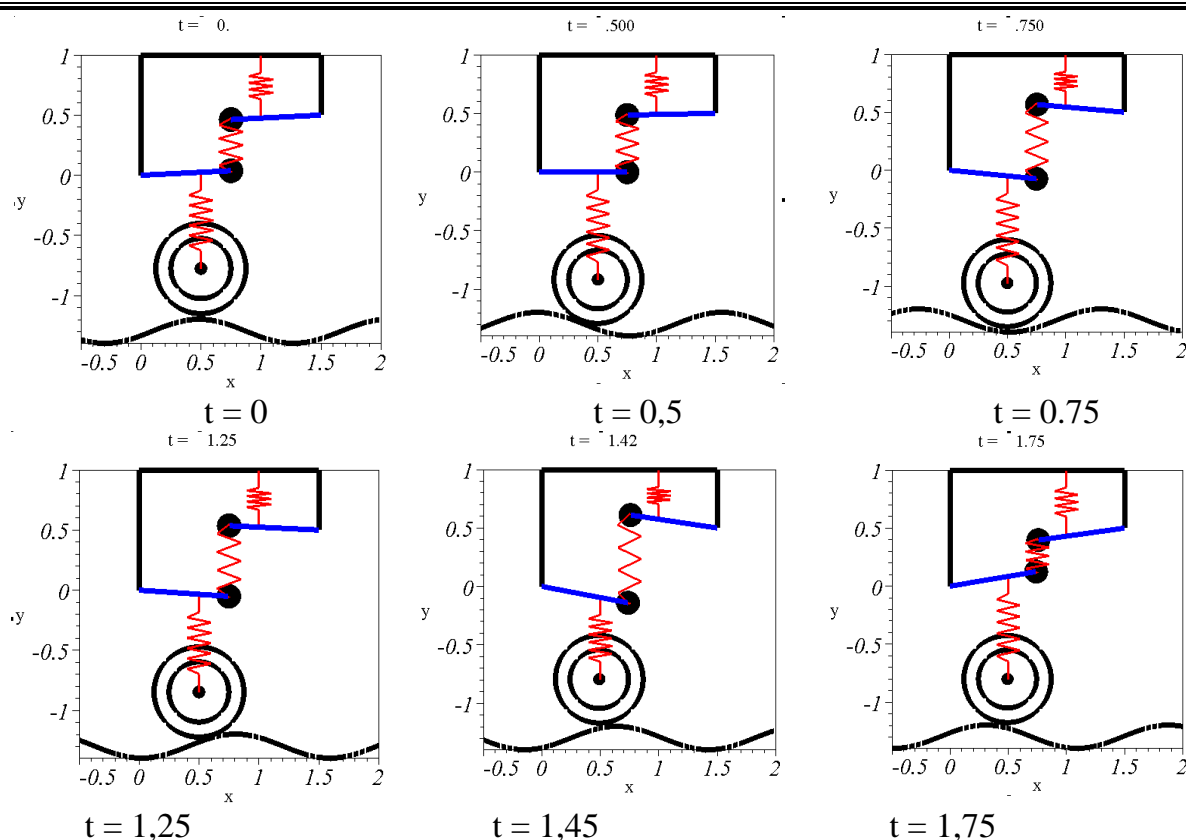


Рис. 5. Кадри анімаційного фільму положення елементів підвіски в моменти часу  $t$

## 5. Обговорення результатів геометричного моделювання процесу коливання додаткових вантажів в конструкції візка для компенсування коливань колеса

Використання рівнянь Лагранжа другого роду для опису руху елементів конструкції дозволило визначити розташування пружин, компенсаційних вантажів та важелів конструкції залежно від часу коливання. Наведений метод проєкційного фокусування дозволяє розрахувати експериментальну схему трьохпружинної підвіски колеса візка з двома компенсаційними вантажами.

Зрозуміло, що наведена геометрична модель потребує подальших досліджень для її наближення до реальної конструкції. У якості напрямків подальших досліджень планується обрати випадки несинусоїдального профілю шляху пересування візка, а також забезпечення плавності ходу транспортного засобу з врахуванням горизонтальних коливань.

## 6. Висновки

В роботі наведена експериментальна схема трьохпружинної підвіски візка з двома компенсаційними вантажами, призначеної для використання у пристроях перевезення вибухонебезпечних вантажів в умовах бездоріжжя. Задачу розв'язано у ідеалізованій постановці: забезпечити нерухомість корпусу «одноколісного» візка у вертикальному напрямку за умови, що колесо рухається по шляху синусоїдального, профілю.

В результаті проведених досліджень вирішені наступні задачі:

- розроблено принципову схему одноколісної трьохпружинної підвіски візка з двома компенсаційними вантажами, що дозволило провести її дослідження за допомогою лагранжевої механіки;

– складено та розв’язано систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису руху пружин, важелів та мас вантажів як елементів конструкції, що дозволило скласти комп’ютерну програму для геометричного моделювання фаз коливань елементів конструкції;

– за допомогою розв’язання системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду було визначено множину значень параметрів конструкцій підвіски, які б забезпечили допустимі коливання її елементів, спрямовані на гасіння коливань від колеса;

– підбрано параметри конструкції так, щоб забезпечити нерухомість корпусу візка у вертикальному напрямку за умови, що колесо рухається по шляху з профілем синусоїди;

– за допомогою комп’ютерної анімації продемонстровано геометричну модель взаємних розташувань елементів конструкції в процесі гасіння коливань від колеса.

### Література

1. Любимов И. И., Буйлов Ю. А. О влиянии загрузки автомобиля на качество поддресоривания. Вестник СПТУ. Санкт-Петербург, 2013. № 1 (70). С. 195–200.

2. Жилейкин М. М., Котиев Г. О., Сарач Е. Б. Методика подбора характеристик управляемой подвески с двумя уровнями демпфирования многоосных колесных машин. Машиностроение и компьютерные технологии. 2012. № 02. С. 95–100.

3. Бурьян Ю. А., Сорокин В. Н., Галуза Ю. Ф. Активная гидромеханическая система демпфирования колебаний автомобиля. ОНВ. 2011. № 3. (103). С. 122–126.

4. Дубровский А. Ф., Абрамов М. И., Сакулин Ю. А. Выбор параметров подвески грузовых автомобилей «Урал» для повышения скорости движения по изношенным грунтовым дорогам. Вестник Оренбургского государственного университета. Оренбург, 2014. № 10 (171). С. 66–75.

5. Баштовой В. М. Дорожные испытания вибраций специализированного транспортного средства для перевозки взрывоопасных грузов по дороге с асфальтовым покрытием. Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe. Warszawa, 2016. Т. 6. № 2. С. 22–26.

6. Балык О. В. Экологическая безопасность хранения и транспортировки опасных грузов. Вестник Бурятского государственного университета. Улан-Удэ, 2013. Биология. География. № 4. С. 3–7.

7. Аникин Н. В., Кокорев Геннадий Дмитриевич, Рембалович Георгий Константинович, Успенский Иван Алексеевич, Юхин Иван Александрович. Повышение качества перевозки картофеля, плодов и фруктов совершенствованием подвески транспортного средства. Вестник ФГОУ ВО МГАУ. Москва, 2009. № 2. С. 38–40.

8. Гозбенко В. Е., Каргапольцев С. К., Банина Н. В., Ахмадеева А. А. Моделирование колебаний подвижного состава железных дорог. Современные технологии. Иркутск, 2013. Системный анализ. Моделирование. № 2 (38). С. 52–57.

9. Елисеев С. В., Хоменко А. П. Некоторые подходы к теории динамического гашения колебаний. Сложные динамические гасители. Современные технологии. Иркутск, 2012. Системный анализ. Моделирование. № 2 (34). С. 8–13.

10. Паршута Е. А., Гордеева А. А. Математическое моделирование в задачах динамического гашения колебаний. Современные технологии. Иркутск, 2010. Системный анализ. Моделирование. № 1. С. 149–153.

11. Хоменко А. П., Елисеев С. В., Каимов Е. В. Виртуальный рычажный механизм: динамическое гашение колебаний как форма проявления рычажных связей. Известия Транссиба. Омск, 2014. № 4 (20). С. 61–71.

12. Елисеев С. В., Ермошенко Ю. В., Трофимов А. Н. К вопросу о построении математических моделей виброзащитных систем с динамическими гасителями нетрадиционного типа. Современные технологии. Иркутск, 2011. Системный анализ. Моделирование. № 2. С. 71–79.

13. Калиновський А. Я., Коваленко Р. І., Коврегін В. В., Ларін О. М. Дослідження плавності ходу візка для транспортування вибухонебезпечних вантажів з нелінійним підресоренням. Проблеми надзвичайних ситуацій. Харків, 2014. № 19. С. 63–73.

14. Ларін О. О., Калиновський А. Я., Соколовський С. А. Моделювання коливань спеціалізованого транспортного засобу, що має віброзахисну систему із квазінульової жорсткістю під час перевезення небезпечних вантажів. Вісник Севастопольського національного технічного університету. Севастополь, 2012. Серія: Машиноприладобудування та транспорт. СевНТУ, 2012. № 135. С. 64–67.

15. Соколовський С. А., Ларін О. О., Водка О. О. Експериментальні дорожні дослідження плавності ходу спеціалізованого транспортного засобу з нелінійним підресоренням. Харків. Вісник НТУ «ХПІ». 2012. Вип. 40. С. 12–19. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/6486>

16. Ларін О. О., Калиновський А. Я., Соколовський С. А. Визначення пружних характеристик другої ступені ресорного підвішування візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням коректора жорсткості. Вісті Автомобільнодорожнього інституту: науково-виробничий збірник. Горлівка, АДІ ДонНТУ. 2012. № 1 (14). С. 66–69.

17. Ларін О. М., Калиновський А. Я., Чернобай Г. О., Цюлковський В. І. Визначення параметрів пневматичних пружних елементів другої ступені ресорного підвішування візка для транспортування небезпечних вантажів. Проблеми надзвичайних ситуацій. Харків, 2014. Вип. 20. С. 76–81. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/4373>

18. Семків О. М. Метод визначення особливих траєкторій коливань вантажу 2d-пружинного маятника. Харків: ХНАДУ. 2015. № 71. С. 36–44. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/3852>

19. Semkiv O., Shoman O., Sukharkova E., Zhurilo A., Fedchenko H. Development of Projection Technique for Determining the Non-Chaotic Oscillation Trajectories in the Conservative Pendulum Systems. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Kharkov: Mathematics and Cybernetics – Applied Aspects. 2017. № 2/4 (86). С. 48–57.

20. Ілюстрації та анімація до статті «Модель підвіски візка з двома вантажами для компенсації його вертикальних коливань при русі по шляху синусоїдального профілю». URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/7455> (дата звернення: 15.11.2018).

*L. Kutsenko<sup>1</sup>, DSc, Professor, Professor of the Department*  
*A. Kalinovsky<sup>1</sup>, PhD, Associate Professor, Head of Department*  
*S. Vasyliiev<sup>1</sup>, PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department*  
*O. M. Семків<sup>1</sup>, DSc, Associate Professor, Vice Rector*  
*B. Bolibrukh<sup>2</sup>, DSc, Associate Professor, Professor of the Department*  
<sup>1</sup>National University of Civil Defence of Ukraine, Kharkiv, Ukraine  
<sup>2</sup>«Lviv Polytechnic» National University, Lviv, Ukraine

## SUSPENSION MODEL WITH TWO CARGOES TO COMPENSATE FOR VERTICAL VIBRATION OF THE TROLLEY WHEN MOVING ALONG THE SINUSOIDAL PROFILE

An experimental scheme of a suspension for transportation of explosive cargoes under conditions of roads impassability was considered in this article. The suspension is proposed for a car trailer. The proposed suspension design is a three-spring with two compensatory weights. The problem is solved in an idealized setting. Restrictions taken in the work: the one-wheel cart, the wheel moves along sinusoidal profile path, the speed is constant. The purpose is to provide the vertical immobility to the body of the one-wheel cart. The solution was obtained using the Lagrange equations of the second kind and confirmed by computer animations of the motion process. As a result of the conducted research, the following tasks were solved: the basic scheme of a singly-wheel three-spring suspension for a cart with two compensating weights was developed that allowed conducting the research of cart with Lagrangian mechanics; a system of Lagrange differential equations of the second kind has been composed and solved for the description of the movement of springs, levers and weights of loads as elements of construction; solving the system of Lagrange differential equations of the second kind, a set of parameters for suspension structures was determined that provided permissible fluctuations of its elements, aimed on quenching oscillations from the wheel; parameters of the construction are selected to ensure vertical immobility of the cart, provided that the wheel moves along the path with the sinusoid profile; using computer animation, the geometric model of structural elements placement in the process of quenching oscillations from the wheel is demonstrated. The given geometric model requires further research to bring it closer to the actual design. As directions for further research, it is planned to select cases of the non-sinusoidal profile of the path, and to ensure the smooth running of the vehicle, taking into account horizontal fluctuations.

**Keywords:** cart suspension, Lagrangian, second order Lagrange equation, compensating weight

### References

1. Lyubimov, I. I., Buylov, Yu. A. (2013). On the influence of the workload of the car on the quality of suspension. *Vestnik SPTU*, 1 (70), 195–200.
2. Zhileikin, M. M., Kotiev, G. O., Sarach, E. B. (2012). Methods for selecting the characteristics of a controlled suspension with two levels of damping of multi-axle wheeled vehicles. *Mechanical Engineering and Computer Technologies*, 2, 95–100.
3. Buryan, Yu. A., Sorokin, V. N., Galuza, Yu. F. (2011). Active hydromechanical damping system of the vehicle. *NVG*, 3 (103), 122–126.
4. Dubrovsky, A. F., Abramov, M. I., Sakulin, Yu. A. (2014). The choice of parameters of the suspension of trucks "Ural" to increase the speed of movement on worn out dirt roads. *Bulletin of Orenburg State University*, 10 (171), 66–75.
5. Bashtovoy, V. M. (2016). Road tests of the vibrations of a specialized vehicle for the transport of explosive goods on the asphalt road. *Wschodnioeuropejskie Czasopismo Naukowe*, Vol. 6, 2, 22–26.
6. Balyk, O. V. (2013). Ecological safety of storage and transportation of dangerous goods. *Bulletin of the Buryat State University. Biology. Geography*, 4, 3–7.
7. Anikin, N. V., Kokorev, G. D., Rembalovich, G. K., Uspensky, I. A., Yukhin, I. A. (2009). Improving the quality of transportation of potatoes, fruits and fruits by improving the suspension of the vehicle. *Bulletin of FGOU VO MSAU*, 2, 38–40.
8. Gozbenko, V. E., Kargapol'tsev, S. K., Banina, N. V., Akhmadeeva, A. A. (2013). Simulation of railway rolling stock oscillations. *Modern technologies. System analysis. Modeling*, 2 (38), 52–57.

9. Eliseev, S. V., Khomenko, A. P. (2012). Some approaches to the theory of dynamic oscillation damping. Complex dynamic dampers. Modern technologies. System analysis. Modeling, 2 (34), 8–13.

10. Parshuta, E. A., Gordeeva, A. A. (2010). Mathematical modeling in problems of dynamic oscillation quenching. Modern technologies. System analysis. Modeling, 1, 149–153.

11. Khomenko, A. P., Eliseev, S. V., Kaimov, E. V. (2014). Virtual lever mechanism: dynamic oscillation damping as a form of manifestation of linkages. Izvestia Transsib, 4 (20), 61–71.

12. Eliseev, S. V., Ermoshenko, Yu. V., Trofimov, A. N. (2011). On the question of building mathematical models of vibration protection systems with dynamic absorbers of non-traditional type. Modern technologies. System analysis. Modeling, 2, 71–79.

13. Kalinovskiy, A. Ya., Kovalenko, R. I., Kovrygin, V. V., Larin, O. M. (2014). Doszdidzhennya plavnosti vodu vizka for transporting the vibro-non-burglar vantazh in nininiynim pidresorenyam. Problem of the most advanced situations, 19, 63–73.

14. Larin, O. O., Kalinovskiy, A. Y., Sokolovskiy, S. A. (2012). A model of a colivan of a special transport area, which means a system of quasi-cultural life by the time of transportation of non-stopping vantazh. Bulletin of Sevastopol National Technical University. Seriya: Avtofiladobududuvannya that transport. SevNTU, 135, 64–67.

15. Sokolovskiy, S. A., Larin, O. O., Vodka, O. O. (2012). Experimental road to the smooth running of a special transport vehicle with non-stop air traffic control. Bulletin of NTU "KhPI" Zb. sciences. Prac, 40, 12–19. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/6486>

16. Larin, O. O., Kalinovskiy, A. Ya., Sokolovskiy, S. A. (2012). Vznachennya spring characteristics of a friend of the  $\ddot{y}$  steps of the resorna training pidvishuvannya Vizka for transporting of the near vantazh\_v zizosuvannyam korektor zhorstkosti. Visti Avtomobilnodorozhnogo institute: naukovo-virobnichy zbirnik. ADI DonNTU, 1 (14), 66–69.

17. Larin, O. M., Kalinovskiy, A. Ya., Chernobay, G. O., Tsiolkovsky, V. I. (2014). Vznachennya parametrov pneumatic spring elements of each other steps of the spring section for transport vantazhv. Problem of the most advanced situations, 20, 76–81. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/4373>

18. Semkiv, O. M. (2015). The method of assigning special trajectories to the collimation of a 2d-spring pendulum. Visnyk KhNADU, 71, 36–44. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/3852>

19. Semkiv, O., Shoman, O., Sukharkova, E., Zhurilo, A., Fedchenko, H. (2017). Development of the Projection Technique for Determining the Non-Chaotic Oscillation Trajectories in the Conservative Pendulum Systems. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Mathematics and Cybernetics–Applied Aspects, 2/4(86), 48–57.

20. Ilyustratsii animatsiya to statti "Model pidviski vizka with two vantazhami for komitatviy yogo vertical kolivan at Rusi on the top of the sinusoidal profile". (11/15/2018) National University of Civilization for Ukraine. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/7455>

Надійшла до редколегії: 28.01.2019

Прийнята до друку: 20.02.2019