АВТОМАТИКА РАННЬОГО ВИЯВЛЕННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ

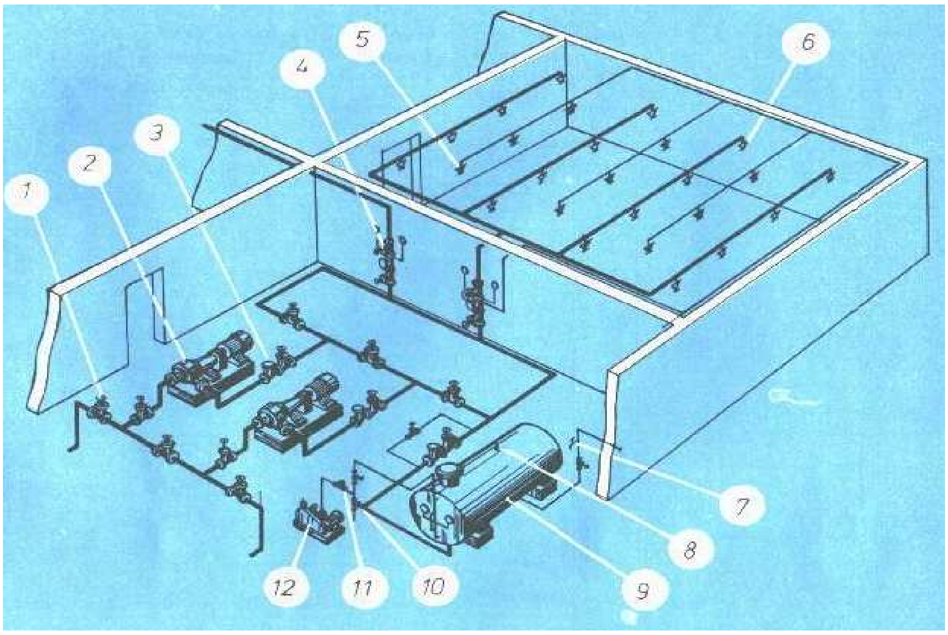
Лекція 5

ЧАСТОТНИЙ КРИТЕРІЙ СТІЙКОСТІ МИХАЙЛОВА.

Зміст лекції:
Вступ
1 Графоаналітичний критерій стійкості Михайлова.

<u>Вступ</u>

В попередній лекції, на прикладі АУВПГ, було показане математичне вираження стійкої роботи складових елементів та пристроїв. Сьогодні розглянемо, як математично оцінити стійкість сумісної роботи АУВПГ за критерієм Михайлова.



1 Графоаналітичний критерій стійкості Михайлова (1938)

Алгебраїчним критерієм Гурвиця важко користатися при дослідженні стійкості систем, порядок яких вище четвертого. Для дослідження таких систем більш зручний критерій Михайлова.

Розглянемо характеристичний поліном АС загального виду:

$$L(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_{n-1} p + a_n .$$

Замінимо параметр p на $j\omega$, де $\omega \in [0, +\infty)$- дійсна перемінна. У результаті такої підстановки одержимо комплексне число $L(j\omega)$. Виявляється, що по виду годографа вектора $\vec{L}(j\omega)$ при зміні ω від 0 до ∞ можна судити про стійкість АС. Часто вектор $\vec{L}(j\omega)$ називають вектором Михайлова.

Нехай: $p_1; p_2; .. p_n$ - корені характеристичного полінома $L(p) = 0$.

У цьому випадку характеристичний поліном можна розкласти на множники по коренях характеристичного рівняння:

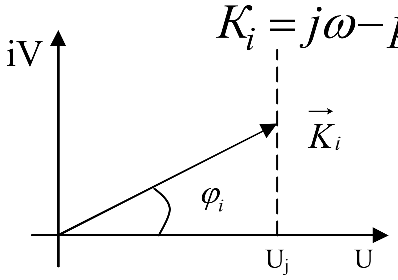
$$L(p) = a_0 \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2) \ldots\ldots (p - p_n) \ .$$

Замінимо параметр p на $j\omega$, одержимо:

$$L(j\omega) = a_0 \cdot (j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2) \ldots\ldots (j\omega - p_n) \ .$$

Кожен множник являє собою комплексне число K_i:

$$K_i = j\omega - p_i = U_i + jV_i = A_i \cdot e^{j\varphi_i} \text{; де } V_i = \omega \text{ ; } U_i = -p_i \ .$$



Якщо корінь $p_i \lhd 0$, то $U_i \rhd 0$. Вектор $\vec{K}_i$ розташовується в першому квадранті. При зміні ω від 0 до ∞ вектор повернеться на кут +π/2 (против часовой стрілки).

Якщо система стійка, то кожен вектор $\vec{K}_i$ при зміні ω від 0 до ∞ повернеться на кут +π/2, а оскільки при перемножуванні комплексних чисел їхні аргументи (кути φ_i) складаються:

$$L(j\omega) = a_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdots A_n e^{j(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \cdots \varphi_n)}$$

то результуючий вектор повернеться на кут $\varphi = \dfrac{n \cdot \pi}{2}$, де n- порядок системи.

<u>Критерій Міхайлова:</u> досліджувана АС буде стійкої , якщо годограф вектора $\vec{L}(j\omega)$ починається на дійсній осі і при зміні ω від 0 до ∞ послідовно перетинає n квадрантів проти часової стрілки. Де n – порядок АС.

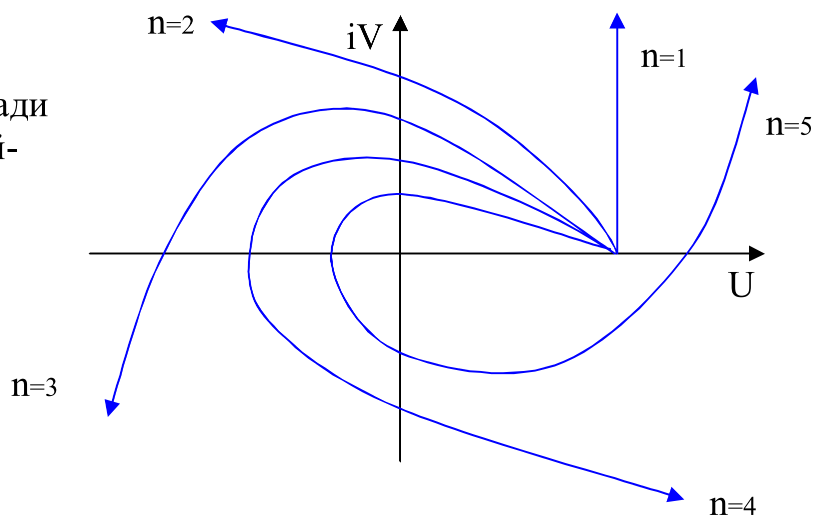


Рис.5.1. Приклади годографів стійких систем

Якщо корінь $p_i \rhd 0$, то $U_i \lhd 0$ і вектор $\vec{K}_i$ розташовується в другому квадранті. При зміні ω від 0 до ∞ вектор повернеться на кут -π/2 (по годинній стрілці). Результуючий вектор Михайлова повернеться на кут:

$$\varphi = (n-r)\cdot\frac{\pi}{2} \triangleleft \frac{n\cdot\pi}{2},$$

де r – кількість позитивних коренів характеристичного рівняння.

Висновок: годограф вектора Михайлова хитливої системи не перетинає послідовно n квадрантів.

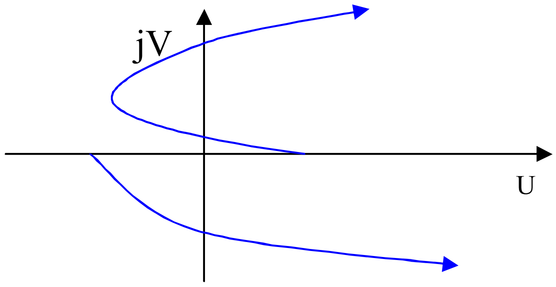
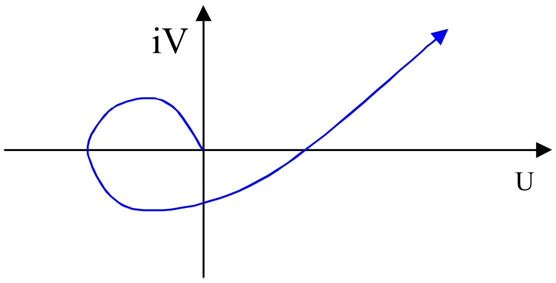


Рис.5.2. Приклади годографів хитливих систем.

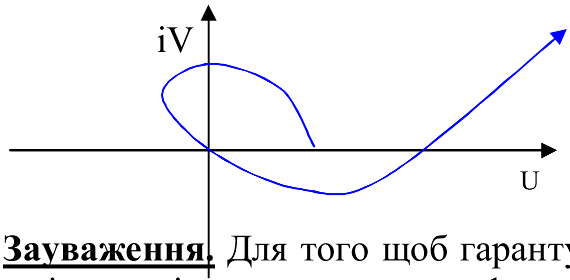
Особливі випадки

1. Годограф вектора Михайлова виходить з початку координат.



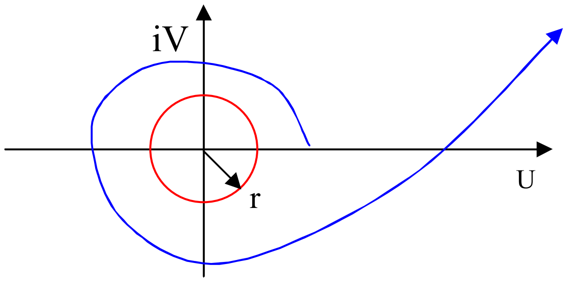
Має місце нульовий корінь P_i=0. Система знаходиться на межі **аперіодичної** стійкості.

2. Годограф вектора Михайлова проходить через початок координат.



Має місце чисте мнимий корінь. Система знаходиться на границі **коливальної** стійкості.

Зауваження. Для того щоб гарантувати усталену роботу системи задають окружність радіусом r, що годограф вектора Михайлова не повинний перетинати.



Приклад Використовуючи критерій Михайлова, дослідити стійкість АС з передатною функцією: $W(p) = \dfrac{50}{6p^3 + p^2 + 24p + 1}$.

Рішення.Система третього порядку стійка, якщо годограф вектора Михайлова починається на позитивній дійсній осі і послідовно перетинає три квадранти.

Характеристичне рівняння АС: $6p^3 + p^2 + 24p + 1 = 0$.

Вектор Михайлова: $L(i\omega) = -6i\omega^3 - \omega^2 + 24i\omega + 1$.

$$U(\omega) = -\omega^2 + 1\ , \quad V(\omega) = -6\omega^3 + 24\omega\ .$$

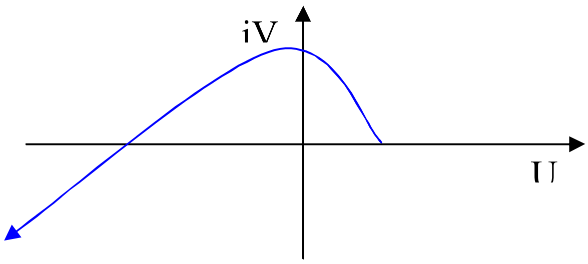
Годограф вектора можна побудувати по точках, змінюючи ω від 0 до ∞. А можна і по точках перетинання годографа з вісями.

Визначимо крапки перетинання годографа з вісями:

$V(\omega) = 0,\ -6\omega^3 + 24\omega = 0,\ \omega_1 = 0;\quad \omega_2 = 2.$

$U(\omega) = 0,\quad -\omega^2 + 1 = 0,\qquad \omega_3 = 1$

ω	0	1	2
U	1	0	-3
V	0	18	0



Крива Михайлова починается на позитивній дійсній вісі та послідовно перетинає 3 квадранти, Значить АС стійка.

Висновки:

На лекції було розглянуто поняття стійкості та критеріі по яким вона визначаеться.

Завдання на самопідготовку:

1. Абрамов Ю.А. Основы пожарной автоматики. стр. 122-158.
2. Методические указания к практическим и индивидуальным занятиям по дисциплине "Пожарная автоматика" стр. 122-137.