*International multidisciplinary scientific and practical*
*Internet conference «Modern communicative strategies in education and science:*
*international experience» (Georgia, Tbilisi, Ukraine, Kyiv, May 31 - June 1, 2023)*

# МОДЕЛЮВАННЯ РОЗТІКАННЯ РІДИНИ НА НЕРІВНІЙ ПОВЕРХНІ

**Володимир ОЛІЙНИК [1] [0000-0002-5193-1775]**
**Олексій БАСМАНОВ [2] [0000-0002-6434-6575]**

[1]кандидат технічних наук, доцент, начальник кафедри пожежної і техногенної безпеки об'єктів та технологій,
Національний університет цивільного захисту України (Харків, Україна)
oleinik@nuczu.edu.ua

[2]доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник,
Національний університет цивільного захисту України (Харків, Україна)
oleksii.basmanov@nuczu.edu.ua

Надзвичайні ситуації на транспорті і в промисловості, що супроводжуються розливом та горінням горючих і легкозаймистих рідин, є одними з найбільш небезпечних. Основну складність при їх ліквідації являє загроза поширення пожежі на технологічні споруди і рухомий склад. Тому важливим завданням є визначення параметрів розливу і динаміки їх зміни.

Розтікання рідини на горизонтальній поверхні описується диференціальним рівнянням параболічного типу [1, с. 2.2]

$$\frac{\partial h}{\partial t}=R\left[\frac{\partial}{\partial x}\left[h^3\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[h^3\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right]-\gamma\frac{\partial}{\partial x}h^3\right]-\phi K\frac{h+z+h_f}{z}, \qquad (1)$$

де $R$ – ефективний коефіцієнт дифузії:

$$R=\frac{\rho g}{3\mu}\cos\theta; \qquad (2)$$

$\gamma = \mathrm{tg}\,\theta$; $\theta$ – кут нахилу поверхні; $h(x, y)$ – висота рідини у точці $(x, y)$, обчислена вздовж нормалі до поверхні; $z = z(x, y)$ – глибина просочення в точці $(x, y)$ розливу; $K$ – гідравлічна провідність змоченого ґрунту; $\phi$ – коефіцієнт пористості ґрунту; $h_f$ – показник капілярності, що описує тиск втягування рідини вглиб ґрунту внаслідок капілярного ефекту. Експериментальне визначення параметрів просочення рідини в ґрунт розглянуто в [2, с. 26].

Розташування системи координат обрано таким чином, щоб напрямок нахилу поверхні співпадав з віссю OX.

Рівняння (1) разом з рівнянням

$$\frac{\partial z}{\partial t} = K\frac{h + z + h_f}{z} \tag{3}$$

утворюють систему, що описує розтікання рідини з одночасним її просоченням.

Будь-якій реальній поверхні (бетон, асфальт, ґрунт, щебінь) притаманні нерівності. Це можуть бути, зокрема, тріщини, заглиблення, рослинність тощо. Тому, розтікання рідини супроводжується не лише просоченням (внаслідок пористості поверхні), а й заповненням заглиблень, викликаних нерівностями поверхні. З фізичної точки зору це означає, що певний об’єм рідини, що розтікається, витрачається на заповнення заглиблень:

$$V_{dp}(t) = S(t)h_{dp},$$

де $V_{dp}(t)$ – об’єм рідини, яка заповнила заглиблення на момент часу $t$; $S(t)$ – площа розливу в момент часу $t$; $h_{dp}$ – середня глибина нерівностей поверхні. Тобто, з урахуванням витрат рідини на заповнення нерівностей, рівняння (1) набуде вигляду

$$\frac{\partial h}{\partial t} = R\left[\frac{\partial}{\partial x}\left[\tilde{h}^3\left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\tilde{h}^3\left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial y}\right)\right] - \gamma\frac{\partial}{\partial x}\tilde{h}^3\right] - \phi K\frac{h+z+h_f}{z} -$$

$$-\frac{\eta}{\rho}1_{\Omega_b}(t); \tag{4}$$

$$\tilde{h} = \begin{cases} h - h_{dp},\ h - h_{dp} > 0; \\ 0,\ h - h_{dp} \le 0; \end{cases} \tag{5}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = K\frac{h+z+h_f}{z}. \tag{6}$$

Відзначимо, що наявність нерівностей на поверхні призводить до того, що площа розливу не буде перевищувати

$$S_{max} = \frac{V}{h_{dp}},$$

де V – загальний об’єм рідини. Із вигоранням і просоченням рідини в ґрунт лінійні розміри розливу не зменшуються, оскільки рідина залишається в заглибленнях (рис. 1).

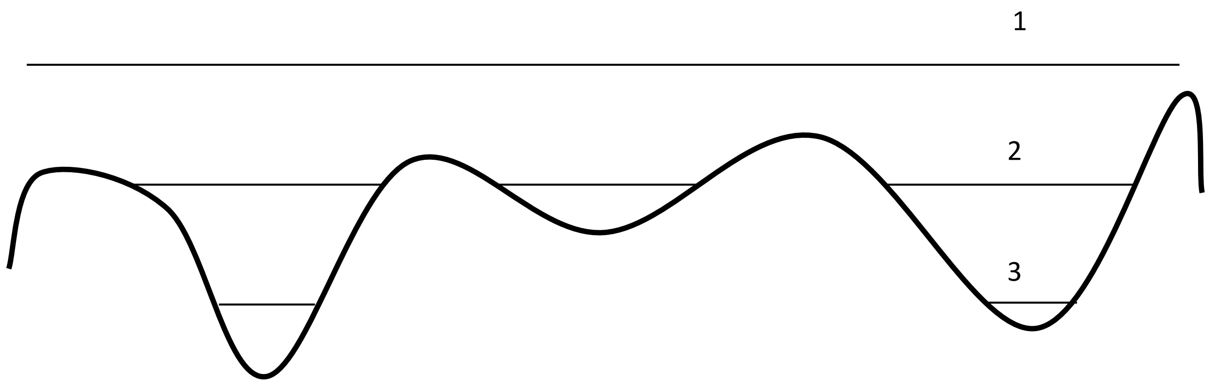

Рис. 1. Зменшення площі поверхні рідини при її вигоранні і просоченні на негладкій поверхні: 1, 2, 3 – рівні рідини в моменти часу $t_1$, $t_2$, $t_3$ відповідно, $t_1 < t_2 < t_3$

Із збільшенням масштабу нерівностей рідина, що розтікається, починає огинати «пагорби» і текти «ярами». Отже, у випадку, коли характерні розміри нерівностей істотно перевищують товщину шару рідини, при побудові рівнянь розтікання рідини необхідно врахувати особливості рельєфу. Нехай висота рельєфу задана функцією u(x,y). Тоді в довільній точці (x,y) напрямок нахилу буде описуватися антіградієнтом

$$-\operatorname{grad} u(x,y) = -\vec{i}\,\frac{\partial u}{\partial x} - \vec{j}\,\frac{\partial u}{\partial y},$$

де $\vec{i}$, $\vec{j}$ – одиничні вектори в напрямках осей X, Y відповідно.

Визначимо косинус кута нахилу, що входить до виразу для ефективного коефіцієнту дифузії (2). Тангенс кута нахилу в довільному напрямку $\ell$, що задається напрямним вектором $(\cos\alpha, \cos\beta)$ визначається похідною за напрямком

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\partial z}{\partial \ell} = \frac{\partial u}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial u}{\partial y}\cos\beta .$$

Враховуючи, що одиничний вектор у напрямку антіградієнту має вигляд

$$(\cos\alpha, \cos\beta) = \left(-\frac{\partial u}{\partial x}, -\frac{\partial u}{\partial y}\right)\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}},$$

то тангенс кута нахилу в напрямку антіградієнту набуває вигляду

$$\mathrm{tg}\theta = -\sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}\,.$$

Тоді

$$\cos\theta = \left(1 + \mathrm{tg}^2\theta\right)^{-0,5} = \left(1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)^{-0,5}.$$

Отже, рівняння розтікання (4) перетворюється на

$$\frac{\partial h}{\partial t} = R\left[\frac{\partial}{\partial x}\left[\tilde{h}^3\left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\tilde{h}^3\left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\tilde{h}^3 + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y}\tilde{h}^3\right] -$$

$$-\phi K \frac{h + z + h_f}{z} - \frac{\eta}{\rho} 1_{\Omega_b}(t), \tag{7}$$

де ефективний коефіцієнт дифузії має вигляд

$$R = \frac{g}{3\nu}\left(1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)^{-0,5}.$$

Таким чином, в рівнянні (7), що описує процес розтікання рідини на похилій поверхні, враховано нерівності як великого, так і малого масштабів.

**References:**

1. Keller J.M. (2005). The Influence of Selected Liquid and Soil Properties on the Propagation of Spills Over Flat Permeable Surfaces. Pacific Northwest National Laboratory.

2. Abramov Y., Basmanov O., Oliinik V., Khmyrov I. (2022). Justifying the experimental method for determining the parameters of liquid infiltration in bulk material. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 4/10 (118). P. 24-29.