

Vol. 25. 1991. 2451–2456 Print. 9. Rajchenko, A. I. *Osnovy processa spekanija poroshkov propuskaniem elektricheskogo toka*. Moscow: Metallurgija, 1987. Print. 10. Gevorkjan, E. S., and Yu. G. Gucalenko. "Genezis ekspansii semikarbida vol'frama v vol'framokeramicheskikh instrumental'nykh kompozitah gorjachego pressovanija s elektrokonsolidaciej nanoporoshkov na monokarbidnoj osnove." *Visnyk NTU "KhPI". Temat. vyp.: Tehnologii v mashynobuduvanni*. No. 53. 2010. 19–30. Print. 11. Paschen, F. "Ueber die zum Funkenübergang in Luft, Wasserstoff und Kohlensäure beiverschiedenen Drucken erforderliche Potentialdifferenz." *Annalen der Physik und Chemie*. No. 5 (273). 1889. 69–96. Print. 12. *Fi-zicheskyj enciklopedicheskij slovar*. Ed. A. M. Prohorov. Moscow: Soveckaja enciklopedija, 1983. Print. 13. Dakin, T. W., et al. "Phenomenes disruptifs dans les gaz en chanep uniforme. Courdes de Pashen pour l'azote, l'air et l'hexafluorure de soufre." *Electra*. No. 32. 1974. 61–82. Print. 14. Penning, F. M. *Electrical Discharges in Gases*. New York: Macmillan, 1957. Print. 15. Gevorkjan, E. S., and Yu. G. Gucalenko. "Podbor optimal'nyh rezhimovgorjachego pressovanija nanoporoshkovykh smesej Al_2O_3-WC dlja instrumental'nykh primenenij." *Vostochno-evropejskij zhurnal peredovykh tehnologij*. No. 5/1 (47). 2010. 13–18. Print. 16. Zotov, V. M., and N. M. Zotov. "Osnovnye prichiny voznikovenija razriada v malyh gazovykh promezhutkah". *Zhurnal tehnichejskoj fiziki*. Vol. 50. No. 4. 1980. 716–719. Print.

Поступила (received) 15.06.2015

УДК 621.43.068.4

А.Н. КОНДРАТЕНКО, канд. техн. наук, ст. преп., НУГЗУ, Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ФИЛЬТРА ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ ДИЗЕЛЯ. ЧАСТЬ 4: ВРЕМЕННОЙ КОЭФФИЦИЕНТ

Описана математическая модель гидравлического сопротивления (ГС) фильтра твердых частиц (ФТЧ) дизеля в реальных условиях эксплуатации. Модель построена на основе расходной характеристики одного модуля ФТЧ, экспериментально полученной при постоянной температуре текучей среды, и данных стендовых испытаний автотракторного дизеля 2410,5/12, оснащенного полноразмерным ФТЧ. Модель позволяет учесть ряд факторов, характеризующих условия эксплуатации ФТЧ в составе выпускной системы этого дизеля путем введения соответствующих коэффициентов. В данной части работы описан физический смысл и оценены значения временного коэффициента модели, позволяющего учесть зависимость ГС ФТЧ от времени работы дизеля на стационарном режиме, то есть динамику засорения ФТЧ.

Ключевые слова: дизель, фильтр твердых частиц, гидравлическое сопротивление, математическая модель.

Введение. *Научно-исследовательские работы* (НИР), направленные на создание принципиально новых и совершенствование известных конструкций *фильтров твердых частиц* (ФТЧ), как показано в исследовании [1], являются актуальными и экономически обоснованными.

Анализ литературных источников. В отделе *поршневых энергоустановок* (ПЭУ) *Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины* (ИПМаш НАНУ) разработан *фильтрующий элемент* (ФЭ) для ФТЧ новой конструкции, описанный в предыдущих частях исследования [1 – 3]. В первой части исследования описаны результаты физического моделирования процесса движения *текучей среды* (ТС) в *прозрачном макете модуля* (ПММ) такого ФЭ на *безмоторной исследовательской установке* (БИУ) [1].

© А. Н. Кондратенко, 2015

Там же описаны результаты экспериментального исследования действующего макетного образца (ДМЦ) ФЭ с насыпкой из природного цеолита (ПЦ) в сетчатых кассетах на моторном испытательном стенде (МИС) лаборатории отдела ПЭУ ИПМаш НАНУ, оснащенном автотракторным дизелем Д21А1 (2Ч10,5/12). Эксперименты на МИС состояли из четырех этапов, каждый из которых проведен с целью определения физического смысла и значений соответствующих коэффициентов в формуле (1) работы [1]. В первой части исследования описаны физический смысл и значения настроечного коэффициента k_0 , позволяющего связать результаты исследований на БИУ и МИС, а также учесть тип конструктивного исполнения модуля ФЭ [1]. Во второй части описаны физический смысл и значения температурного коэффициента k_T , позволяющего учесть изменение температуры ТС на входе в ФТЧ по рабочим режимам дизеля [2]. В третьей части исследования пояснен физический смысл и указаны значения компоновочного коэффициента k_L , позволяющего учесть место расположения ФТЧ вдоль выпускного тракта дизеля и соответствующего ему изменения уровня максимальной температуры ТС на входе в корпус ФТЧ [3]. В данной части исследования будет определен временной коэффициент k_τ , с помощью которого в модели учитывается время работы дизеля на стационарном режиме работы.

Цель и постановка задач исследования представлены в первой его части [1]. В данной части исследования отражены подходы к решению шестой задачи. Там же описана сама математическая модель гидравлического сопротивления ФТЧ дизеля в реальных условиях эксплуатации.

Определение временного коэффициента. Он определяется по аналогии с остальными коэффициентами описываемой модели, а именно: соотношением значений ГС разработанного ФТЧ, экспериментально полученными на МИС, соответственно в начале работы ФТЧ с незаполненным (пустым, очищенным) ФЭ (в начальный момент межрегенерационного периода, то есть при наработке дизелем времени $\tau_{reg} = 0$) и в текущий момент времени с $\tau_{reg} \neq 0$ (вплоть до окончания межрегенерационного периода работы ФТЧ, то есть непосредственно перед началом процесса регенерации I рода [4, 11]). Это выражается следующей формулой.

$$k_\tau = f(\tau_M, G_{\text{ТЧ}}(N_{ei}), K_{\text{ЭО}}(G_{\text{ТЧ}})(N_{ei}), WF_i) = \Delta P_{\text{ФТЧ}}(\tau_{reg} = 0) / \Delta P_{\text{ФТЧ}}(\tau_{reg} \neq 0), \quad (1)$$

где индексом i обозначен режим работы дизеля; τ_M – время его работы на режиме с максимальным массовым выбросом ТЧ (то есть на режиме с $M_{\text{крmax}}$); $G_{\text{ТЧ}}$ – массовый выброс ТЧ с ОГ дизеля; $K_{\text{ЭО}}(G_{\text{ТЧ}})$ – коэффициент эффективности очистки ФТЧ потока ОГ от ТЧ; N_e – эффективная мощность дизеля; $M_{\text{кр}}$ – его крутящий момент; $n_{\text{кв}}$ – частота вращения коленчатого вала дизеля; WF – весовой фактор i -го режима работы дизеля в выбранной модели его эксплуатации.

Межрегенерационный период работы ФТЧ τ_{regI} – это продолжительность работы дизеля (в единицах времени или километража пробега *автотран-*

спортного средства (АТС), в единицах количества использованного топлива, единицах выработанной энергии или наработка в моточасах) от момента, когда можно считать ФЭ ФТЧ полностью незаполненным $\tau_{reg} = 0$ (пустым, очищенным от ТЧ), до момента, когда можно условно считать, что в/для ФТЧ необходимо осуществить процесс регенерации I рода и $\tau_{reg} = \tau_{regI}$.

Регенерация I рода – это периодический процесс очистки ФЭ ФТЧ от накопленных в процессе эксплуатации окисляемых фракций ТЧ (несгоревшие углеводороды топлива и масла, сажевые ядра), являющийся обязательной частью жизненного цикла ФТЧ. *Регенерация II рода* – это процесс очистки ФЭ ФТЧ от накопленных в процессе эксплуатации неокисляемых при температурах до 1000 °С фракций ТЧ (продукты износа деталей дизеля, минеральная пыль воздуха свежего заряда, зола от сгорания присадок топлива и масла) и продуктов коксования окисляемых фракций ТЧ. Этот процесс может быть не периодическим и не входить в жизненный цикл ФТЧ. Главным признаком необходимости проведения регенерации I рода является достижение ГС ФТЧ определенного и наперед заданного уровня, обычно не превышающего 10 25 кПа. То есть изменение ГС ФТЧ в процессе эксплуатации является косвенным показателем динамики его засорения [4, 11].

При этом рассматриваемый в данной части исследования временной коэффициент модели k_τ отражает только учет изменения ГС ФТЧ, вызванного теми же причинами, что и необходимость осуществления регенерации I рода. Физический смысл и подход к определению такого коэффициента для процесса регенерации II рода не изменится, однако экспериментальных данных из этой серии экспериментов недостаточно для определения его значений.

Очевидным является то, что для разных моделей эксплуатации дизеля, а значит и ФТЧ, динамика его засорения ТЧ будет различной. Это обусловлено тем, что и $G_{TЧ}$, и $K_{ЭО}(G_{TЧ})$ определяют суммарное массовое содержание ТЧ в ФЭ и зависят от показателей режима работы дизеля – $M_{кр}$ и $n_{кр}$. При этом, предельный уровень ГС ФТЧ определенной конструкции однозначно соответствует предельному значению содержания ТЧ в его ФЭ, то есть его абсолютной (в кг или г ТЧ) или удельной (отнесенной к единице объема ФЭ, в кг или г ТЧ на м³) сажеемости.

В самих же моделях эксплуатации учитываются разные, наиболее характерные или вероятные, режимы работы дизеля, а учитываемым режимам присваиваются соответствующие весовые коэффициенты WF_i . Дизелям различного назначения и различного конструктивного исполнения можно поставить в соответствие разные модели эксплуатации. Кроме того, все модели эксплуатации делят на стационарные и нестационарные, а также на дискретные и континуальные [5 – 7]. Примерами *дискретных стационарных моделей эксплуатации* служат 13-ти и 8-ми режимные циклы, используемые для определения среднеэксплуатационного массового выброса ТЧ с ОГ соответственно транспортных и тракторных дизелей при оценке соответствия дизеля требованиям законодательно установленных норм токсичности Правил ЕЭК ООН №№ 49 и 96 [8]. В табл. 1 приведены параметры режимов этих испытательных циклов. Для построения данной математической модели в определении временного коэффициента применяются именно эти модели эксплуатации,

поскольку они являются испытательными циклами, на основе которых строится методика экспериментального определения среднеэксплуатационных значений массового выброса ТЧ с ОГ автотракторных дизелей для определения соответствия этих дизелей законодательно установленным на территории стран Европейского союза (уровня EURO VI), Украины (уровня EURO III) и Российской Федерации (уровня EURO IV) нормам токсичности ОГ. В чисто научных целях, естественно, уместно было бы использовать континуальные нестационарные модели эксплуатации, что, однако, потребовало бы проведения более объемных и сложных экспериментальных исследований.

Таблица 1 – Параметры режимов испытательных циклов и их значения для дизеля 2Ч10,5/12 [8]

i	$n_{квi}, \text{мин}^{-1}$		$M_{крi}, \text{Н} \cdot \text{м}$		WF_i
	обозначение	значение	обозначение, %	значение	
13-режимный цикл (Пр. ЕЭК ООН № 49)					
1	min х.х.	800	0	0	0,25/3
2	$M_{крmax}$	1200	2	2,2	0,08
3	$M_{крmax}$	1200	25	27,5	0,08
4	$M_{крmax}$	1200	50	55	0,08
5	$M_{крmax}$	1200	75	82,5	0,08
6	$M_{крmax}$	1200	100	110	0,25
7	min х.х.	800	0	0	0,25/3
8	ном.	1800	100	95	0,10
9	ном.	1800	75	71,3	0,02
10	ном.	1800	50	47,5	0,02
11	ном.	1800	25	23,8	0,02
12	ном.	1800	2	1,9	0,02
13	min х.х.	800	0	0	0,25/3
8-режимный цикл (Пр. ЕЭК ООН № 96)					
1	ном.	1800	100	95	0,15
2	ном.	1800	75	71	0,15
3	ном.	1800	50	57,5	0,15
4	ном.	1800	10	9,5	0,10
5	пром.	1200	100	110	0,10
6	пром.	1200	75	82,5	0,10
7	пром.	1200	50	55	0,10
8	min х.х.	800	–	0	0,15

Для экспериментального определения динамики засорения ФТЧ, разработанного в отделе ПЭУ ИПМаш НАНУ, был спланирован и проведен этап IV моторных исследований на МИС его действующего образца – ДМЦ ФЭ. В ходе него ДМЦ ФЭ устанавливался в макетодерживающую вставку (МВ) выпускной системы МИС в строго вертикальном положении на расстоянии

$L_{\text{вып}} = 5,0$ м от фланца выпускного коллектора по длине выпускного тракта дизеля. Предварительно экспериментальный образец разобран и очищен от накопленных в ходе предыдущих этапов исследования ТЧ путем замены напылки из ПЦ и промывки металлических конструкций – кожухов и сетчатых касет [9, 10]. Программа данного этапа исследования предполагала работу дизеля 2Ч10,5/12 на МИС, выпускная система которого оснащена МВ с ДМЦ ФЭ в ней, на характерном режиме и запланированное время. В качестве характерного режима работы выбран режим максимального крутящего момента ($n_{\text{кв}} = 1200 \text{ мин}^{-1}$, $M_{\text{кр}} = M_{\text{крmax}} = 110 \text{ Н}\cdot\text{м}$), на нём $G_{\text{ТЧ}} = \text{max}$ и $t_{\text{ФТЧex}} = t_{\text{ФТЧexmax}} = 355^\circ \text{С}$. Запланированная длительность исследования ограничивалась 12 часами (полторы рабочие смены) или выходом ГС экспериментального образца за пределы измерительной шкалы дифманометра МИС (15 кПа). Частота измерений параметров, формирующих характеристики работы ДМЦ ФЭ, составляла 30 мин. Провести IV этап испытаний в запланированном объеме не удалось, так как ГС экспериментального образца $\Delta P_{\text{ФТЧ}}$ вышло за пределы измерительной шкалы дифманометра МИС при наработке дизеля 2Ч10,5/12 на режиме с $M_{\text{крmax}}$ $\tau_M = 8$ ч. Сокращению этого времени

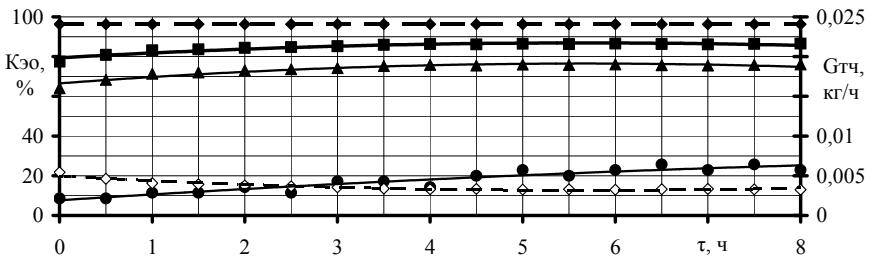


Рис. 1 – Зависимости массового выброса ТЧ с потоком ОГ и параметров работы ДМЦ ФЭ от времени работы дизеля 2Ч10,5/12 на режиме с $M_{\text{крmax}}$:

■ – $K_{эо}(G_{\text{ТЧ}})$; ▲ – $K_{эо}(N_D)$; ● – $K_{эо}(C_{SH})$; ◆ – $G_{\text{ТЧ}}_{\text{двс}}$; ◇ – $G_{\text{ТЧ}}_{\text{фтч}}$.

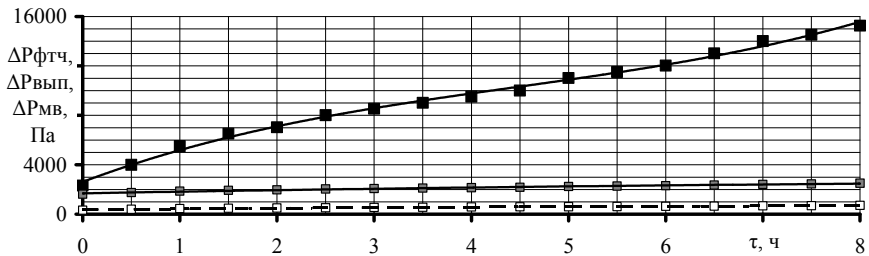


Рис. 2 – Зависимости ГС ДМЦ ФЭ и других элементов выпускной системы МИС от времени работы дизеля 2Ч10,5/12 на режиме с $M_{\text{крmax}}$:

■ – $\Delta P_{\text{ФТЧ}}$; ■ – $\Delta P_{\text{вып}}$; □ – $\Delta P_{\text{МВ}}$.

способствовал также масштаб ДМЦ ФЭ, содержащий 20 модулей, что со-

ставляет 2/3 от минимально необходимого количества, рекомендуемого для дизеля с рабочим объемом 2,0 дм³ (для дизеля 2Ч10,5/12). Результаты исследования представлены на рис. 1 и 2, описаны методом линейной регрессии [1].

Как видно на рис. 1, $G_{TЧ}$ с потоком частично очищенных ОГ дизеля 2Ч10,5/12 ($G_{TЧ}$ с потоком неочищенных ОГ не определялся, а принят для сравнения по результатам предыдущего этапа исследований) за время испытаний монотонно убывает на 40,7 %, асимптотически приближаясь к значению 3,2 г/ч. Это происходит за счет такого же поведения коэффициента ослабления светового потока в ОГ N_D (показателя дымности ОГ) – убывает на 33,3 %, а также для $C_{СН}$ – на 15,6 %. $K_{ЭО}(G_{TЧ})$ монотонно увеличивается на 15,8 %, асимптотически приближаясь к значению 86,5 %. Это объясняется образованием первичного слоя адсорбированных ТЧ на поверхностях частиц насыпки из ПЦ, сетчатых кассет и опескоструенного стального листового проката. Наряду с этим, по всей видимости, сказывается сужение проходов между частицами насыпки и между проволокой стальной сетки, что способствует фильтрации крупных конгломератов ТЧ и приближению адсорбционных поверхностей к линиям тока ОГ, по которым также движутся и ТЧ.

На рис. 2 видно, что ГС экспериментального образца $\Delta P_{ФТЧ}$ нелинейно увеличивается в функции τ_M . Вид зависимости – полином 3-ей степени, имеющий перегибы в районе 2 ч и 5 ч. Исходя из принципа работы фильтра можно предположить, что интенсивный рост ГС в диапазоне 0 – 2 ч происходит за счет образования первичного слоя адсорбированных ТЧ на поверхностях гранул насыпки, сетчатых кассет и опескоструенного листового проката. В диапазоне 2 – 5 ч рост ГС замедляется, приближаясь к линейному, что происходит по причине роста вторичного слоя адсорбированных ТЧ на первичном слое. В диапазоне 5 – 8 ч рост ГС интенсифицируется по причине сужения каналов для прохождения аэрозоля в следствие накопления ТЧ на поверхностях этих каналов.

При этом величины ГС части выпускного тракта МИС, находящейся за МВ, $\Delta P_{вып}$ и ГС самой МВ $\Delta P_{МВ}$ также увеличиваются, однако в существенно меньших пределах, что объясняется влиянием на эти величины только температуры ОГ на входе в ФТЧ $t_{ФТЧвх}$, которая также нелинейно увеличивалась в ходе эксперимента. Величины перепада температур на ФТЧ $\Delta t_{ФТЧ}$ и пустой МВ $\Delta t_{МВ}$ имеют подобный характер изменения по времени τ_M – нелинейно увеличиваются, что происходит вследствие повышения $\Delta P_{ФТЧ}$.

Также на основе результатов проведения IV этапа моторных исследований можно оценить в первом приближении сажеемкость разработанного ФЭ $M_{\Sigma S}$ и его межрегенерационный период работы τ_{regl} . Первичная оценка выполнена и представлена в исследовании [11].

Экспериментально определенные значения временного коэффициента k_τ в зависимости от τ_M описываются формулой (2) и представлены на рис. 3:

$$k_\tau(\tau_M) = 1,544 \cdot 10^{-2} \cdot \tau_M^3 - 0,208 \cdot \tau_M^2 + 1,394 \cdot \tau_M + 1,0; R^2 = 0,99546. \quad (2)$$

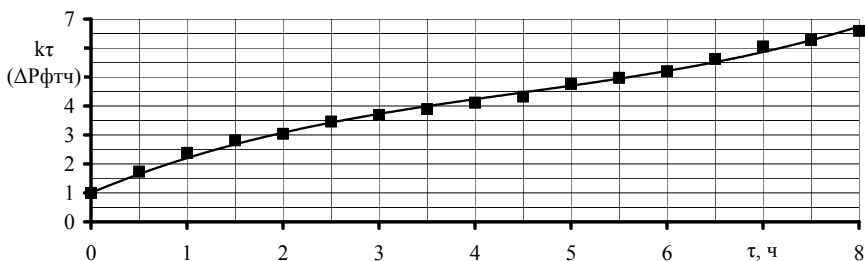


Рис. 3 – Зависимость коэффициента k_τ от времени работы τ_M дизеля 2Ч10,5/12 на режиме с $M_{кр\max}$.

У режимных и конструктивных факторов, для которых экспериментально исследовалось влияние на рабочие характеристики и которые были использованы для построения математической модели ГС ФТЧ дизеля – $g_{m.ОГ}$, $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}\max}$, $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$ и τ_M , есть прямые аналоги, удобные для восприятия конечным пользователем (потребителем). Так, $g_{m.ОГ}$ является функцией только массового расхода ОГ $G_{m.ОГ}$, проходного сечения модуля ФЭ на входе $S_{\text{вх}}$ и количества модулей в ФЭ z_M . При $S_{\text{вх}} = \text{const}$ и $z_M = \text{const}$, то есть для конкретного конструктивного исполнения ФТЧ, $G_{m.ОГ}$ изменяется по режимам работы дизеля, причем $M_{кр}$ на него практически не оказывает никакого влияния, в отличие от $n_{кв}$. Величина $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}\max}$, наблюдаемая для внешней скоростной характеристики (в.с.х.) (и для дизеля вообще) на режиме с $M_{кр\max}$, зависит только от $L_{\text{вып}}$. Величина $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$ при $L_{\text{вып}} = \text{const}$ изменяется в зависимости от часового расхода топлива G_T и, следовательно, среднего эффективного давления P_e (или $M_{кр}$), а от $n_{кв}$ практически не зависит. Изменение $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$ по режимам в.с.х. также вызвано только изменением по ним P_e . Для характеристики холостого хода наблюдается аналогичное влияние G_T на $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$. Поэтому комплекс влияющих на рабочие характеристики режимных и конструктивных факторов $g_{m.ОГ}$, $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}\max}$, $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$ и τ_M может быть заменен аналогичным комплексом других факторов, удобных для восприятия потребителем – $n_{кв}$, $M_{кр}$, $S_{\text{вх}}$, z_M , $L_{\text{вып}}$ и τ_M . В ходе проведения данного этапа моторных испытаний ДМЦ ФЭ выявлено и описано влияние τ_M дизеля 2Ч10,5/12 на режиме с $M_{кр\max}$ на рабочие характеристики экспериментального образца ФТЧ, в частности на его ГС и $K_{ЭО}(G_{ТЧ})$. Влияние на k_τ других величин, входящих в формулу (1) – $G_{ТЧ}(N_{ei})$, $K_{ЭО}(G_{ТЧ})(N_{ei})$, WF_i , будет описано в следующих частях данного исследования. По-сути, определение физического смысла и значений этого коэффициента является одной из самых сложных и комплексных задач такого рода исследований.

Выводы. Разработана математическая модель связи между ГС модуля

ФТЧ, досліджується на безмоторній установці, і повнорозмірного ФТЧ в реальних умовах експлуатації. Вона базується на експериментально отриманих даних – расходній характеристиці модуля ФЭ при постійній температурі ТС, даних моторних випробувань діючого макетного зразка ФТЧ, і використовує набір коефіцієнтів, що дозволяють урахувати вплив ряду експлуатаційних факторів на ГС.

В даній частині дослідження приведено і обґрунтовано фізичний зміст часового коефіцієнта, що дозволяє урахувати залежність ГС ФТЧ від часу роботи дизеля на стаціонарному режимі, то є динаміку засорення ФТЧ. При цьому передбачається використання дискретної моделі експлуатації дизеля – стандартизованих випробувальних циклів.

Список літератури: 1. *Кондратенко А.Н.* Математическа модель гідравліческого спротивлення фільтра твердих частиц дизеля. Часть 1: настроечный коэффициент // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2014. – № 18 (1061). – С. 68 – 80. 2. *Кондратенко А.Н.* Математическа модель гідравліческого спротивлення фільтра твердих частиц дизеля. Часть 2: температурный коэффициент // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2014. – № 18 (1061). – С. 80 – 89. 3. *Кондратенко А.Н.* Математическа модель гідравліческого спротивлення фільтра твердих частиц дизеля. Часть 3: компоновочный коэффициент // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2015. – № 6 (1115). – С. 29 – 40. 4. *Кондратенко А.Н., Строков А.П., Вамболь С.А.* Регенерация фильтров твердых частиц дизелей // Двигатели внутреннего сгорания. – 2014. – № 1. – С. 89 – 95. 5. *Парсаданов І.В.* Підвищення якості і конкурентоспроможності дизелів на основі комплексного паливно-екологічного критерію: Монографія. / І.В. Парсаданов – Харків: Видавничий центр НТУ «ХПІ», 2003. – 244 с. 6. Двигуни внутрішнього згорання: серія підручників у 6 томах. Т.5. Екологізація ДВЗ / А.П. Марченко, І.В. Парсаданов, Л.Л. Товажнянський, А.Ф. Шеховцов; за ред. А.П. Марченко та А.Ф. Шеховцова. – Харків: Прапор, 2004. – 360 с. 7. *Марков В.А.* Токсичність отработавших газов дизелей. 2-е изд. перераб. и доп. / В.А. Марков, Р.М. Баширов, И.И. Гамбитов – М.: Изд-во МГТУ им. М.Э. Баумана, 2002. – 376 с. 8. *Вамболь С.О., Строков О.П., Кондратенко О.М.* Стендові випробування автотракторного дизеля 2Ч10,5/12 за стандартизованими циклами для визначення ефективності роботи ФТЧ // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Автомобіле- та тракторобудування. – 2014. – № 10 (1053). – С. 11 – 18. 9. *Кондратенко А.Н., Строков А.П., Карасиченко Н.М.* Експериментальне дослідження діючого макета фільтруючого елемента фільтра твердих частиц дизеля с насыпкой из природного цеолита. Часть 1 // Двигуни внутрішнього згорання. – 2013. – № 1. – С. 88 – 92. 10. *Кондратенко А.Н., Строков А.П., Хожжаинов С.П.* Експериментальне дослідження діючого макета фільтра твердих частиц дизеля с насыпкой из природного цеолита. Часть 2 // Двигуни внутрішнього згорання. – 2013. – № 2. – С. 92 – 97. 11. *Кондратенко А.Н., Строков А.П., Вамболь С.А.* Регенерация фильтра твердых частиц дизеля с насыпкой из природного цеолита // Двигатели внутреннего сгорания. – 2014. – № 2. – С. 76 – 81.

Bibliography (transliterated): 1. Kondratenko, A. N. "Matematicheskaja model' gidravlicheskogo soprotivlenija fil'tra tverdyh chastic dizelja. Chast' 1: nastroechnyj koefficient." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universytetu «KhPI»*. Zbirnyk naukovykh prac'. Ser.: Matematyčne modeljuvannja v tehničii ta tehnologijah. No. 18 (61). 2014. 68–80. Print. 2. Kondratenko, A. N. "Matematicheskaja model' gidravlicheskogo soprotivlenija fil'tra tverdyh chastic dizelja. Chast' 2: temperaturnyj koefficient." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universytetu «KhPI»*. Zbirnyk naukovykh prac'. Ser.: Matematyčne modeljuvannja v tehničii ta tehnologijah. No. 18 (1061). 2014. 80–89. Print. 3. Kondratenko, A. N. "Matematicheskaja model' gidravlicheskogo soprotivlenija fil'tra tverdyh chastic dizelja. Chast' 3: komponovoechnyj koefficient." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universytetu «KhPI»*. Zbirnyk naukovykh prac'. Ser.: Matematyčne modeljuvannja v tehničii ta tehnologijah. No. 6 (1115). 2015. 29–40. Print. 4. Kondratenko, A. N., A. P. Strokov and S. A. Vambol'. "Regeneracija fil'trov tverdyh chastic dizeliej." *Dvigateli vnutrennego sgoranija*. No. 1. 2014. 89–95. Print. 5. Parsadanov, I. V. *Pidvyščennja jakosti i konkurentospromozhnosti dyzeliv na osnovi kompleksnogo palynno-ekologičnogo kryteriju: Monografija*. Kharkiv: Vydavnyčyj centr NTU «KhPI», 2003. Print. 6.

Marchenko, A. P., et al. *Dvygyny vnutrishn'ogo zgorjannja: serija pidruchnykiv u 6 tomah. Vol. 5. Ekologizacija DVZ*. Ed. A. P. Marchenko, and A. F. Shehovcov. Kharkiv: Prapor, 2004. Print. 7. Markov, V. A., R. M. Bashirov and I. I. Gambitov. *Toksichnost' otrabotavshih gazov dizelej. 2nd ed. pererab. i dop.* Moscow: Izd-vo MGTU im. M. Je. Baumana, 2002. Print. 8. Vambol', S. O., O. P. Strokov and O. M. Kondratenko. "Stendovi vyprobuvannja avtotraktornogo dyzelja 2Ch10,5/12 za standartyzovany my cyklamy dlja vyznachennja efektyvnosti roboty FTCh." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universytetu «KhPI»*. Ser.: *Avtomobile- ta traktorobuduvannja*. No. 10 (1053). 2014. 11–18. Print. 9. Kondratenko, A. N., A. P. Strokov and N. M. Karasichenko. "Eksperimental'noe issledovanie dejstvujushhego maketa fil'trujushhego elementa fil'tra tverdyh chastic dizelja s nasypkoy iz prirodnogo ceolita. Chast' 1." *Dvygyny vnutrishn'ogo zgorjannja*. No. 1. 2013. 88–92. Print. 10. Kondratenko, A. N., A. P. Strokov S. P. Hozhainov. "Eksperimental'noe issledovanie dejstvujushhego maketa fil'trujushhego elementa fil'tra tverdyh chastic dizelja s nasypkoy iz prirodnogo ceolita. Chast' 2." *Dvygyny vnutrishn'ogo zgorjannja*. No. 2. 2013. 92–97. Print. 11. Kondratenko, A. N., A. P. Strokov and S.A. Vambol'. "Regeneracija fil'tra tverdyh chastic dizelja s nasypkoy iz prirodnogo ceolita." *Dvigateli vnutrennego sgoranija*. No. 2. 2014. 76–81. Print.

Поступила (received) 02.03.2015

УДК 517.984.4

А.В. КОРОБСКАЯ, канд. пед. наук, доц., ХНУ им. В. Н. Каразина,
Харьков

ОПЕРАТОР ДВОЙНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ И ЕГО СВОЙСТВА

Изучен оператор двойного интегрирования в пространстве $L^2(D)$, где D – прямоугольник. Осуществлено включение данного оператора в узел. Показано, что вычисление характеристической функции узла связано с решением краевой задачи Дарбу-Гурса с данными на характеристиках. Рассмотрено сужение данного оператора на подпространство функций $f(x; y) \in L^2(D)$ вида $f(x; y) = f(xy)$. Оператор сужения включен в узел, вычислена характеристическая функция этого узла. Оказалось, что она является интегральным оператором, который действует в этом же пространстве функций ($f(x; y) = f(xy)$).

Ключевые слова: оператор двойного интегрирования, узел, гильбертово пространство, ортопроектор, характеристическая функция.

Введение. Теория модельных представлений несамосопряженных операторов является развивающимся направлением функционального анализа. Первые фундаментальные исследования в этом направлении были получены в работах *М. С. Лившица* [1; 2] по теории характеристических функций, которые впоследствии стали основным инструментом спектрального анализа несамосопряженных операторов. Предложенный *М. С. Лившицом* подход дал предпосылки к изучению различных типов операторов и их характеристических функций. Так, в контексте нашего исследования заслуживают внимания работы по теории спектральных представлений несамосопряженных и неунитарных операторов [3], треугольных и жордановых представлений линейных операторов [4], операторов в гильбертовом пространстве [5].

Анализ исследования. Для несамосопряженных операторов аналогом спектральных разложений являются *треугольные модели*. Основным анали-