#### УДК 519.85

А.Н.Данилин

Национальный университет гражданской защиты Украины

В.В. КОМЯК

Национальный университет гражданской защиты Украины

В.М. КОМЯК

Национальный университет гражданской защиты Украины

А.В.ПАНКРАТОВ

Институт проблем машиностроения НАН Украины

А.Н.Соболь

Национальный университет гражданской защиты Украины

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНДИВИДКАЛЬНО-ПОТОЧНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЮДСКИХ И ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ**

*Предложены математическая модель индивидуально-поточного движения индивидов и подход, позволяющий свести поиск локального экстремума к решению последовательности задач нелинейного программирования*

*Ключевые слова: математическая модель, нелинейное программирование, оптимизация*

О.М. ДАНІЛІН

Національний університет цивільного захисту України

В.В. КОМЯК

Національний університет цивільного захисту України

В.М. КОМЯК

Національний університет цивільного захисту України

О.В.ПАНКРАТОВ

Інститут проблем машинобудування НАН України

О.М.Соболь

Національний університет цивільного захисту України

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНДІВІДУАЛЬНО-ПОТОЧНОГО РУХУ ЛЮДСЬКИХ ТА ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ**

*Запропоновано математичну модель індивідуально-поточного руху індивідів та підхід, який дозволяє звести пошук локального екстремуму до розв’язку послідовності задач нелінійного програмування*

*Ключові слова: математична модель, нелінійне програмування, оптимізація*

A.N. DANILIN

National university of the civil protection of the Ukraine

V.V. KOMYAK

National university of the civil protection of the Ukraine

V.М. KOMYAK

National university of the civil protection of the Ukraine

A.V.PANKRATOV

Institute of Problems of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of the Ukraine

A.N.Sobol

National university of the civil protection of the Ukraine

**MATHEMATICAL MODEL OF INDIVIDUAL-FLOW FOOT TRAFFIC AND TRAFFIC FLOWS**

*The mathematical model of individual-stream movement of individuals and an approach to reduce the search for a local extremum to solving problems of nonlinear programming sequence*

*Keywords: mathematical model, nonlinear programming, optimization*

**Постановка проблемы**

В настоящий момент моделирование движения потоков людей, транспортных средств (толпы) представляет собой развивающуюся область науки, во многом благодаря процессу мировой глобализации и увеличению численности населения на Земле. Как известно, крупные города привлекают к себе все большее количество иммигрантов, что как увеличивают нагрузку на транспортную систему таких городов, так и усложняет процессы городского планирования. Более того для оценки времени эвакуации из зданий, особенно высотных, возникает проблема математического и компьютерного моделирования движения людских потоков. Необходимость расчета параметров людских и транспортных потоков породила особый интерес геоинформационных систем: симуляторов толпы, дающих возможность измерения, оптимизации и визуализации подобных потоков

**Анализ последних достижений и публикаций**

Эмпирическая база натурных наблюдений людских потоков в зданиях различного назначения, на которую ориентировались теоретические исследования [1, 2], хотя и была самой обширной в мире в 60-х годах, но составляла лишь четверть той, которая была накоплена к концу 70-х годов. Количественное разнообразие результатов проведенных серий натурных наблюдений поставило проблему теоретического обосновавния наблюдаемых зависимостей между параметрами людских потоков. Появился графо-аналитический метод расчета людских потоков [1, 2], хотя он трудоемок для проектной практики и недостаточно полно отражает словесное описание процесса движения людей.

Возникла проблема математического описания зависимостей между параметрами людских потоков и описания изменений состояний потока (его перемещений) в пространстве. Трудности моделирования людских потоков и незнание их закономерностей привело к попыткам подмены процессов движения реальных людских потоков моделями процессов иной физической природы. Так, например, моделируют параметры людских потоков, используя вместо них поток заявок или гидроаналогию [3,4)]. Возможны и другие аналогии и соответствующие им компьютерные программы. Западный рынок программных продуктов дает большое количество таких примеров [5]. Такие подходы не являются новостью для методологии моделирования и давно получили свою оценку в научной литературе: “Одних интересует структура и закономерности явления, приводящие к наблюдаемому результату, других – только сами результаты. Первые, моделируя, пытаются воспроизвести структуру и закономерности явления, вторые – только результаты, не вдаваясь в реальные механизмы их появления” [6].

В настоящее время в России наиболее распространенными являются программный продукт “Флоутек” [7 – 8)] для упрощенной аналитической и имитационно-стохастической моделей и “Эватек” для индивидуально-поточной модели движения людских потоков. Существует еще индивидуально-поточная модель, представленная ВНИИПО МЧС России. Результаты сравнения моделей “Флоутек” с индивидуально-поточной (официально нормированная) говорят о том, что индивидуально-поточная модель дает числовые значения параметров процесса эвакуации, которые неадекватны требуемым при вероятности эвакуации, равной 0,999 (показано на зависимостях плотности потока от времени прохождения).

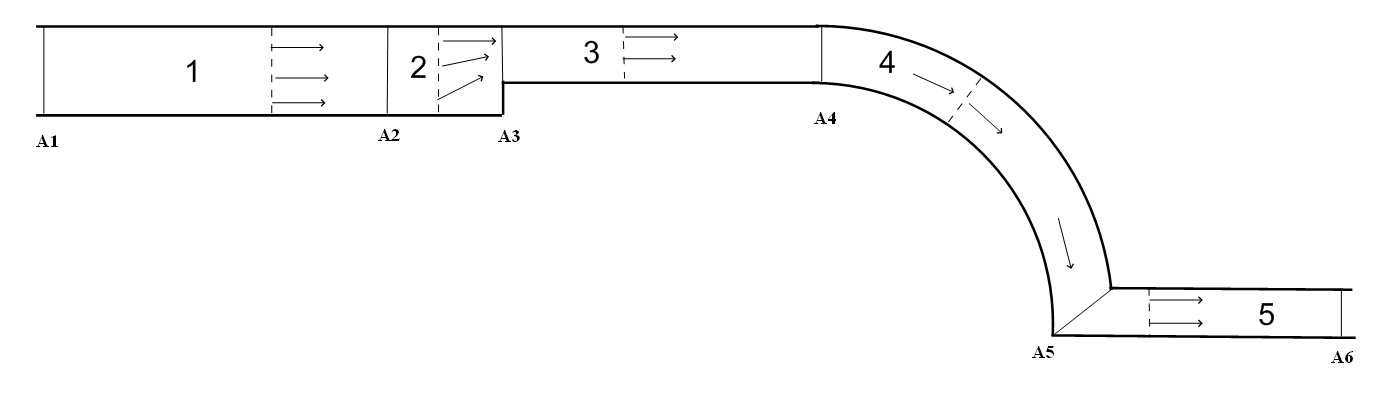
Результаты этого анализа показывают отсутствие модели индивидуально-поточного движения индивидов, адекватной реальному потоку. Интерес к модели мотивируется необходимостью пристального внимания к моделированию гетерогенных потоков, в которых разные группы людей (транспортных средств) имеют различные цели и характеристики.

**Формулирование цели исследования**

Целью статьи является построение математической модели индивидуально-поточного движения потоков людей (транспортных средств) и подхода к ее реализации.

**Изложение основного материала исследования**

*Постановка задачи.* Пустьисходные данные о путях движения индивидов задаются в виде, представленном на рис. 1.



**Рис. 1. Представление пути движения**

Путь разделяется на зоны, пронумерованные соответственно  (для данного примера ), ограниченные разделителями . Каждая зона характеризуется одинаковым законом формирования основного направления направлением движения и видом движения попавших в неё людей. Рассматриваются два вида движения – по прямой (зоны 1 – 4, 5) и по окружности (зона 5).

Для определения основного направления движения в *m*-зоне, обозначим ее , разделитель транслируется для зон с прямолинейным видом движения или же перемещается с вращением для зон с круговым видом движения таким образом, чтобы ему принадлежала анализируемая точка. В случае, если коридор в зоне равномерно изменяет свою ширину, то соответствующим образом меняется длина отрезка-разделителя. После перемещения основное направление движения из точки для зоны с прямолинейным движением задается вектором, соединяющим подобные точки разделителей  и  (с учетом коэффициента гомотетии). Определение основного направление движения для этого случая наглядно проиллюстрировано на рисунке для второй зоны. Для определения основного направления движения в зоне с круговым движением используется соединение подобных точек разделителей дугами окружностей.

Далее производится случайное размещение индивидов в зоне движения (или непосредственно в зоне, или же за дверьми в прилегающих помещениях) и используется закон нормального распределения для генерации индивидуальных характеристик.

Не теряя общности рассуждений, предположим, что каждый индивид представляется в виде эллипса, большая полуось которого перпендикулярна к направлению движения. Для каждого из индивидов, поступивших в зону движения, на каждом шаге (с интервалом в секунду) определяется основное направление и вид движения, после чего (возможно) вносятся небольшие индивидуальные изменения характеристик (скорости, изменения направления, ускорения и т.п.). Угол поворота эллипса определяется углом перпендикуляра к вектору основного направления движения.

Затем составляется система неравенств, обеспечивающая непересечение всех эллипсов, моделирующих индивидов и принадлежность их зоне эвакуации, строится функция цели в виде максимума совокупного движения и полученная задача нелинейного программирования решается при помощи солвера IPOPT. Процесс итерационно повторяется (с шагом в одну секунду) до тех пор, пока процесс эвакуации не завершится.

Таким образом, для предлагаемого подхода существенным представляется построение в аналитическом виде условий непересечения эллипсов между собой, а также условий непересечения эллипсов с кругами и эллипсов с полуплоскостями [9 – 10].

*Математическая модель и метод решения.*Пусть зона эвакуации не имеет круговых участков (для упрощения выкладок) и на -ой итерации (-ой секунде) в зоне эвакуации  находится  человек с параметрами размещения , где  – вектор трансляции, а – угол поворота -го эллипса  с размерами полуосей , служащего моделью -го человека. Объекту  приписаны также характеристики скорости  и маневренности  (в принципе, они могут также меняться на каждой итерации, но не в рамках данной модели). Для каждой точки  определяется вектор основного направления движения  с направляющими косинусами вектора  .

Тогда математическая модель подзадачи на -ой итерации может быть сформулирована в виде поиска максимума совокупного движения людей, находящихся в зоне эвакуации, т.е.

 (1)

,

на области допустимых решений , заданной системой ограничений

 (2)

 (3)

 (4)

, (5)

 , (6)

, (7)

, (8)

где ,  – ограничения непересечения эллипсов  и  [15],  – условия принадлежности эллипса  области  [15],  – относительный шаг по времени, ,  – угол поворота эллипса в точке. Напомним, что главная ось эллипса, транслированного в точку, должна быть перпендикулярна основному направлению движения для этой точки.

*Замечание.*Размерность задачи может быть снижена до , если подставить выражения (2) – (4) в формулы (5) – (6). При наличии круговых участков сущность модели не меняется, но усложняется ее запись, так как добавляются условия движения эллипсов по дугам.

Поскольку при построении функций вида (5) и (6) используются операции максимума и минимума [15], задача (2) – (8) относится к задачам негладкой оптимизации. По способу построения область допустимых решений  может быть представлена в виде объединения  (– некоторое большое число, зависящее от количества и вида объектов) подобластей вида

, (9)

где  описывается системой неравенств с гладкими функциями в левой части.

Представление области допустимых решений в виде объединения подобластей (9) позволяют свести поиск локального экстремума задачи (1) – (8) к решению последовательности задач нелинейного программирования при помощи следующего алгоритма.

*Алгоритм решения задачи.*

1. Обозначим , стартовую точку для задачи (1) – (8) (она принадлежит  по способу построения).
2. Сгенерируем по координатам стартовой точки  подобласть  из (9), содержащую эту точку. Если все такие области уже исследованы, процесс решения закончен.
3. Стартуя из точки , найдем локальный минимум  на области . Обозначим полученную точку локального экстремума .
4. Примем  и перейдем к шагу 2.

Поскольку возможные перемещения эллипсов определяется средней скоростью движения человека за секунду, то они сравнимы с размерами эллипсов. Следовательно, число подобластей, которые достаточно исследовать, на много порядков меньше теоретического значения величины . Следует также учесть, что исходной является задача моделирования движения потока, а не задача получения с точностью до  локального экстремума задачи (1) – (8). Практические исследования показали, что при решении вполне достаточно ограничиться двумя-тремя итерациями вышеизложенного алгоритма.

|  |
| --- |
| *Декомпозиция задачи (1)-(8).* При моделировании движения сотен человек процесс решения задачи (1)-(8) становится весьма ресурсоемким. В самом деле, в систему ограничений (5) входит  неравенств, включающие в себяPhi-функции для эллипсов, аппроксимированных дугами окружностей [15]*.* С другой стороны, следует отметить, что система ограничений (2) – (4) накладывает довольно жесткие ограничения на возможные положения эллипса (Рис. 2). |
| |  |  | | --- | --- | | Koridor2  **Рис 2. Вид зоны, в которой гарантированно находится эллипс в ходе решения задачи (1) – (8).** | Koridor3  **Рис 3. Учет** **зоны возможного расположения эллипсов** | |

Таким образом, при решении задачи можно исключить из (5) условия взаимного непересечения эллипсов, соответствующие зоны которых не пересекаются. Так для ситуации, показанной на рис 3., условия взаимного непересечения первого и третьего, также как второго и третьего эллипсов можно игнорировать.

Следует отметить, что условие непересечения зон пары эллипсов  и  совпадает с условием расположения отрезков с вершинам  и  на расстоянии, не меньшем .

Подобный подход используется при декомпозиция для условий размещения эллипсов в области. Для круговых участков при декомпозиции рассматриваются условия нахождения на заданном расстоянии двух дуг или же дуги с отрезком.

Однако при больших значениях  размерность задачи может оказаться слишком большой. Но при имитации эвакуации по коридорам, когда длина области значительно превышает ее ширину, легко разбить задачу на подзадачи меньшей размерности и решить ее приближенно. Для этого область эвакуации разбивается на зоны, и поочередно параметры размещения объектов во всех зонах, кроме одной, фиксируются. Так, для ситуации, представленной на рис.1, вначале фиксируются параметры размещения эллипсов для всех зон, кроме пятой. После решения подзадачи для пятой зоны параметры находящихся в ней объектов фиксируются и решается оптимизационная подзадача для четвертой зоны. И так далее.

Предложенные средства декомпозиции позволяют существенно снизить ресурсоемкость процесса оптимизации и использовать предложенный подход для моделирования широкого спектра ситуаций.

**Выводы**

В статьепредложена математическая модель индивидуально-поточного движения людских и транспортных потоков, позволяющая имитировать возникновение заторов и заблаговременно вносить изменения как в существующие, так и в проектируемые объекты городского планирования.

**Список использованной литературы**

1. Предтеченский В.М. Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков / В.М. Предтеченский, А.И.Милинский. – М.,Стройиздат, 1969.
2. Предтеченский В.М. Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков / В.М. Предтеченский, А.И. Милинский. – М.: Стройиздат, 1979. – 375 c.
3. Таранцев А.А. Моделирование параметров людских потоков при эвакуации с использованием теории массового обслуживания // Пожаровзрывобезопасность. – 2002, – Т.23. – №6. – С. 46 – 55.
4. Таранцев А.А. Об одной задаче моделирования эвакуации с использованием теории массового обслуживания // Пожаровзрывобезопасность. – 2002, – Т.23. – №3. – С. 46 – 55.
5. Холщевников В.В., Самошин Д.А., Галушка Н.Н. Обзор компьютерных программ моделирования эвакуации зданий и сооружений // Пожаровзрывобезопасность. – 2002. –Т.11. – №5. – С. 40 – 49.
6. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978.
7. В.В.Холщевников. Сопоставление различных моделей движения людских потоков и результатов программно-вычислительных комплексов / Холщевников В.В., Парфененко А.П. // Пожаровзрывобезопасность. – 2015. – Т.24. – №5. – С.68 – 74.
8. Холщевников В.В., Самошин Д.А. Эвакуация и поведение людей на пожарах: учебное пособие. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2009.
9. Стоян Ю.Г. Полный класс Ф-функций для базовых объектов / Ю.Г. Стоян, Т.Е. Романова, Н.И. Чернов, А.В. Панкратов // Доп. НАН України. – 2010. – № 12. – C. 25 – 30.
10. А.В. Панкратов Phi-функции для эллипсов, аппроксимированных дугами окружностей, Радиоэлектроника и информатика, 2(69), 2015, С. 6 – 9.

ДАНИЛИН Александр Николаевич – ад’юнкт Национального университета гражданской защиты Украины.

КОМЯК Владимир Владимирович – к.т.н., старший преподаватель Национального университета гражданской защиты Украины.

КОМЯК Валентина Михайловна – д.т.н., професор, профессор Национального университета гражданской защиты Украины.

ПАНКРАТОВ Александр Викторович – д.т.н., старший научный сотрудник, старший научный сотрудник отдела математического моделирования и оптимального проектирования Института проблем машиностроения НАН Украины

СОБОЛЬ Александр Николаевич – д.т.н., старший научный сотрудник, начальник кафедры управления и организации деятельности в сфере гражданской защиты Национального университета гражданской защиты Украины.