УДК 614.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУСТОРОННЕЙ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ЗАДАНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

А.А. Антошкин
(представил д.т.н. В.М. Комяк)

Рассматривается порядок нахождения верхней и нижней оценок результатов решения задачи размещения пожарных извещателей с учетом погрешности задания исходных данных и особенностей развития пожара.

Радиусы, контролируемые точечными пожарными извещателями (ПИ), представляются с некоторой погрешностью в виде интервала $\mathbf{R_{контр}} \in [\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{i}, \overline{\mathbf{R}}_\mathbf{i}]$, где $\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{i}$ и $\overline{\mathbf{R}}_\mathbf{i}$ – соответственно нижняя и верхняя оценки интервала изменения исходного радиуса [1].

Пусть погрешность задания $\mathbf{R_{КОНТР}}$ равна ν_R. Представим задачу размещения ПИ в следующем виде [2,3]: необходимо заданную ограниченную область $\mathbf{T_0}$ произвольной формы полностью покрыть кругами $\mathbf{T_1}$, $\mathbf{T_2}$, ..., $\mathbf{T_m}$ радиуса $\mathbf{R_{контр}} = \langle \mathbf{R_i}, \nu_\mathbf{R} \rangle \in [\underline{\mathbf{R}}_\mathbf{i}, \overline{\mathbf{R}}_\mathbf{i}], \mathbf{i} = \overline{\mathbf{1,m}}$, вычисляемого с учетом погрешности исходных данных ν_R таким образом, чтобы количество кругов было минимальным и выполнялся ряд специальных ограничений.

Пусть $\mathbf{T_0}$ - математическая модель защищаемого помещения, а $\mathbf{T_1}$ - математические модели областей, контролируемых ПИ.

Основное ограничение в задачах покрытия состоит в том, что каждая точка, принадлежащая области покрытия $\mathbf{T_0}$, должна принадлежать хотя бы одному из покрывающих объектов $\mathbf{T_1}$, $\mathbf{T_2}$, ..., $\mathbf{T_m}$. Такое ограничение называется условием покрытия.

Осуществим формализацию условия покрытия согласно [2,3]. Пусть $\underline{\mathbf{G}}_\mathbf{1}$ и $\overline{\mathbf{G}}_\mathbf{1}$ - некоторые элементы пространства геометрической информации, задающие соответственно нижнюю и верхнюю оценку исходной информации, а $\underline{\mathbf{U}}$ и $\overline{\mathbf{U}}$ - компоненты геометрической информации, которые представляют собой векторы параметров размещения для нижней и верхней оценок. Процесс проектирования реализует отображения $\mathbf{P}(\underline{\mathbf{U}}, \underline{\mathbf{G}}_\mathbf{1}) = \underline{\mathbf{G}}_\mathbf{2}$ и $\mathbf{P}(\overline{\mathbf{U}}, \overline{\mathbf{G}}_\mathbf{1}) = \overline{\mathbf{G}}_\mathbf{2}$ в соответствии с некоторыми функционалами $\underline{\theta}(\underline{\mathbf{U}}, \underline{\mathbf{G}}_\mathbf{1})$ и $\overline{\theta}(\overline{\mathbf{U}}, \overline{\mathbf{G}}_\mathbf{1})$, где $\underline{\mathbf{G}}_\mathbf{2}$ и $\overline{\mathbf{G}}_\mathbf{2}$ - геометрическая информация, получаемая в процессе оптимизации функционалов $\underline{\theta}(\underline{\mathbf{U}}, \underline{\mathbf{G}}_\mathbf{1})$ и $\overline{\theta}(\overline{\mathbf{U}}, \overline{\mathbf{G}}_\mathbf{1})$.

© А.А. Антошкин, 2000

Следовательно, необходимо найти:

$$\underline{G}_2 = P(\underline{U}^*, \underline{G}_1), \ \overline{G}_2 = P(\overline{U}^*, \overline{G}_1), \tag{1}$$

где $\underline{U}^*(\underline{G}_1) = \arg\underset{\underline{U}}{\mathrm{extr}}\ \underline{\theta}(\underline{U}, \underline{G}_1)$, $\overline{U}^*(\overline{G}_1) = \arg\underset{\overline{U}}{\mathrm{extr}}\ \overline{\theta}(\overline{U}, \overline{G}_1)$.

Операторы $P(\underline{U}^*, \underline{G}_1)$ и $P(\overline{U}^*, \overline{G}_1)$ представим в виде конечных суперпозиций $P = P_1 \circ P_2 \circ \ldots \circ P_m$, где P_i - элементы базисной системы отображения, включающей теоретико - множественные операции, операции Минковского, топологические операции, аффинные преобразования; $\circ$ - символ композиции отображения.

Необходимо полностью покрыть кругами область T_0, т.е. найти $[\underline{\theta}, \overline{\theta}]$, где $\underline{\theta}$ и $\overline{\theta}$ – соответственно нижняя и верхняя оценки интервала целевой функции и соответствующие им векторы параметров размещения покрывающих объектов $[\underline{X}_i, \underline{Y}_i]$ и $[\overline{X}_i, \overline{Y}_i], i = \overline{1,m}$.

Задача поиска покрытия множества T_0 множествами $T_1, T_2, \ldots, T_m$ состоит в задании отображения P информации $\underline{G}_1$ и $\overline{G}_1$ – вида

$$\begin{aligned}
&\underline{G}_2 = P(\underline{U}, \underline{G}_1) = \left(S_0 \cap [S_1 \cup S_2 \cup \ldots \cup S_m], a_1, b_1, \ldots, a_n, b_n, \underline{R}_{\text{контр}}, x_0, y_0, \underline{x}_i, \underline{y}_i\right); \\
&\overline{G}_2 = P(\overline{U}, \overline{G}_1) = \left(S_0 \cap [S_1 \cup S_2 \cup \ldots \cup S_m], a_1, b_1, \ldots, a_n, b_n, \overline{R}_{\text{контр}}, x_0, y_0, \overline{x}_i, \overline{y}_i\right),
\end{aligned} \tag{2}$$

при которых

$$T_0 \cap \left[\bigcup_{i=1}^{m} T_i\right] = T_0. \tag{3}$$

Пусть объекты $T_1, T_2, \ldots, T_m$ индуцируются элементами $G_i = (S_i, M_i, p_i)$, $i = \overline{1,m}$, где форма защищаемого помещения и областей, контролируемых пожарными извещателями S_0 и S_i, $i = \overline{1,m}$, размеры помещения M_0 и его параметры размещения p_0 – фиксированы; метрические характеристики областей, контролируемых пожарными извещателями M_i, вычисляются в начале решения задачи и далее имеют фиксированные значения, а их параметры размещения p_i являются переменными. Будем полагать, что область покрытия в пределах одной задачи имеет фиксированную форму, размеры и параметры размещения, а покрывающие объекты имеют фиксированную форму, метрические характеристики, задаваемые с известной погрешностью ν_R, но переменные параметры размещения.

Зафиксируем положение области покрытия T_0, приняв $p_0 = (0, 0)$. Объект T_i с параметрами размещения p_i обозначим через $T_i(p_i)$, $i = \overline{1,m}$.

Множество значений параметров размещения $p_1, p_2, \ldots, p_m$, при которых имеет место условие покрытия области T_0 совокупностью объектов

$T_i(p_i)$, $i=\overline{1,m}$, называется областью допустимых решений задачи покрытия **D**. Процесс формализации условия покрытия в рассматриваемой задаче аналогичен идеализированной. На множестве допустимых решений задается некоторая функция – критерий качества покрытия, экстремум которой требуется найти, т.е. определить:

$$\begin{gathered}\underset{(\underline{x}_1,\underline{y}_1,\underline{x}_2,\underline{y}_2,\ldots,\underline{x}_m,\underline{y}_m)\in D}{\operatorname{extr}} \underline{\theta}\left(\underline{x}_1,\underline{y}_1,\underline{x}_2,\underline{y}_2,\ldots,\underline{x}_m,\underline{y}_m,\underline{R}_{\text{контр}}\right);\\ \underset{(\overline{x}_1,\overline{y}_1,\overline{x}_2,\overline{y}_2,\ldots,\overline{x}_m,\overline{y}_m)\in D}{\operatorname{extr}} \overline{\theta}\left(\overline{x}_1,\overline{y}_1,\overline{x}_2,\overline{y}_2,\ldots,\overline{x}_m,\overline{y}_m,\overline{R}_{\text{контр}}\right),\end{gathered} \tag{4}$$

где $\theta(\cdot)$ - заданный критерий качества покрытия, а **D** - область допустимых решений, формируемая с учетом дополнительных ограничений [4].

Тогда критерий качества покрытия будет иметь следующий вид:

$$\begin{gathered}\underline{U}^*\left(\underline{\tilde{G}}_1\right)=\underset{D\in R^{2m+1}}{\operatorname{argmin}}\left(\underline{\theta}\right);\\ \overline{U}^*\left(\overline{\tilde{G}}_1\right)=\underset{D\in R^{2m+1}}{\operatorname{argmin}}\left(\overline{\theta}\right)\end{gathered} \tag{5}$$

при условии (3), где $\underline{U}^*\left(\underline{\tilde{G}}_1\right)=\left(\underline{x}_i,\underline{y}_i\right)$, $\overline{U}^*\left(\overline{\tilde{G}}_1\right)=\left(\overline{x}_i,\overline{y}_i\right)$, $i=\overline{1,m}$ – соответственно нижняя и верхняя оценки интервалов изменения параметров размещения покрывающих объектов.

Таким образом, получено аналитическое описание математической модели задачи, исходные данные в которой заданы с учетом вычисляемой погрешности в виде интервала, функция цели имеет нелинейный вид, а область допустимых решений описывается структурой нелинейных неравенств [4]. Полученная модель позволяет оценить влияние погрешности задания исходных данных на результат решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антошкин А.А. Определение интервальной площади, контролируемой пожарным извещателем // Проблемы пожарной безопасности. – Харьков: ХИПБ. – 2000. – Вып.7. – С. 21 - 24.

2. Стоян Ю.Г. Основная задача геометрического проектирования. – Харьков : ИПМаш, 1983. – 36 с.

3. Винарский В.Я., Комяк В.М. Регуляризация интервальных преобразований в геометрическом проектировании. – Харьков : ИПМаш, 1988. – 14с.

4. Комяк В.М., Антошкин А.А. К вопросу о построении математической модели задачи оптимизации размещения пожарных извещателей // Пожежна безпека-99. – Черкассы : ЧИПБ. – 1999. – С.140 - 142.