

УДК 621.3

О.Є. Басманов, канд. техн. наук, ст. викл. кафедри фундаментальних дисциплін АПБУ,

*С.С. Говаленков, курсант
(Рекомендовано д.т.н., проф. В.М. Комяк)*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ РАДІУСУ І ПЛОЩІ ОБСЛУГОВУВАННЯ ПОЖЕЖНИМИ ПІДРОЗДІЛАМИ В СІЛЬСЬКІЙ МІСЦЕВОСТІ

Розглядається математична модель розрахунку радіусу обслуговування та площі, яку захищає один підрозділ пожежної охорони в сільській місцевості, запропоновано використання методу найменших квадратів.

Якщо задано гранично допустимий час прибуття перших пожежних підрозділів на пожежу t_{\max} , то максимально допустима відстань від пожежі до пожежної частини буде дорівнювати $S_{\max} = V_{\text{cp}} t_{\max}$, де V_{cp} – середня швидкість пожежного автомобіля.

Будемо шукати площу, яку захищає підрозділ у вигляді кола. Встановимо радіус обслуговування, тобто радіус цього кола R . Оскільки від пожежної частини до кожного з об'єктів у зоні відповідальності веде не пряма дорога, то відстань S_i , яку має проїхати автомобіль до об'єкту i , буде більше, ніж відстань R_i , що знайдена по прямій на карті. Задача полягає в тому, щоб знайти коефіцієнт звивистості доріг $K_{\text{зв}}$ такий, що

$$S_i \approx K_{\text{зв}} R_i.$$

Очевидно, що $K_{\text{зв}} \geq 1$. Коефіцієнт звивистості показує у скільки разів відстань на місцевості (з урахуванням доріг) більше ніж відстань по прямій на карті. Після того, як він буде знайдений, можна буде стверджувати, що середня відстань до граничних точок кола, радіуса R і центром у пожежній частині, приблизно дорівнює $K_{\text{зв}} R$. Це означає, що радіус відповідальності можна обрати як

$$R_{\text{в}} = \frac{S_{\max}}{K_{\text{зв}}}.$$

Тоді площа відповідальності знаходиться за формулою

$$S_B = \pi R_B^2.$$

Зупинимось на тому, як знайти коефіцієнт звивистості доріг, маючи реальні відстані на місцевості S_i (наприклад, від пожежної частини у районному центрі до селищних рад) і відстані R_i , знайдені по прямій на карті. Найпростіший шлях полягає в тому, щоб скласти співвідношення $\frac{S_i}{R_i}$ і знайти їх середнє значення:

$$K_{зв} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{R_i}. \quad (1)$$

Інший шлях полягає в тому, щоб застосувати метод найменших квадратів і знайти $K_{зв}$ як розв'язок задачі мінімізації:

$$\sum_{i=1}^n (S_i - K_{зв} R_i)^2 \rightarrow \min.$$

Для її розв'язку достатньо розв'язати рівняння:

$$\frac{d}{dK_{зв}} \sum_{i=1}^n (S_i - K_{зв} R_i)^2 = 0,$$

$$K_{зв} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i R_i}{\sum_{i=1}^n R_i^2}. \quad (2)$$

Обчислення коефіцієнта звивистості за формулою (2) хоча і потребує дещо більших розрахунків, але краще забезпечує виконання співвідношення $S_i \approx K_{зв} R_i$.

Для обчислення максимально допустимого шляху S_{max} від пожежної частини до місць виклику ми користувалися середньою швидкістю пожежного автомобіля V_{cp} . Але середня швидкість суттєво залежить від якості доріг: на дорогах із твердим покриттям вона досягає 50 км/год, а на ґрунтових – лише 30 км/год. Нехай у прилеглий до пожежної частини зоні довжина доріг з твердим покриттям складає $L_{тв}$, а ґрунтових – $L_{гр}$. Знайдемо середню відстань L , яку встигне проїхати автомобіль протягом часу t_{max} ,

якщо відстані, які він проїжджає по дорогам з твердим покриттям $S_{\text{ТВ}}$ і по ґрунтовим дорогам $S_{\text{ГР}}$, відносяться як

$$\frac{S_{\text{ТВ}}}{S_{\text{ГР}}} = \frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}}.$$

При цьому $S_{\text{ТВ}} = V_{\text{ТВ}} t_{\text{ТВ}}$, $S_{\text{ГР}} = V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}}$,

де $V_{\text{ТВ}}$ – швидкість на дорогах з твердим покриттям;

$t_{\text{ТВ}}$ – час, витрачений на пересування по дорогам з твердим покриттям;

$V_{\text{ГР}}$ – швидкість на ґрунтових дорогах;

$t_{\text{ГР}}$ – час, витрачений на пересування по ґрунтовим дорогам.

Оскільки $t_{\text{ТВ}} + t_{\text{ГР}} = t_{\text{макс}}$, то приходимо до системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} L = V_{\text{ТВ}} t_{\text{ТВ}} + V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}} \\ \frac{V_{\text{ТВ}} t_{\text{ТВ}}}{V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}}} = \frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}} \\ t_{\text{ТВ}} + t_{\text{ГР}} = t_{\text{макс}} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}} \frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}} + V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}} \\ \frac{V_{\text{ТВ}} (t_{\text{макс}} - t_{\text{ГР}})}{V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}}} = \frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}} \\ t_{\text{ТВ}} = t_{\text{макс}} - t_{\text{ГР}} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}} \left(\frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}} + 1 \right) \\ V_{\text{ТВ}} L_{\text{ГР}} (t_{\text{макс}} - t_{\text{ГР}}) = V_{\text{ГР}} L_{\text{ТВ}} t_{\text{ГР}} \\ t_{\text{ТВ}} = t_{\text{макс}} - t_{\text{ГР}} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}} \left(\frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}} + 1 \right) \\ V_{\text{ТВ}} L_{\text{ГР}} t_{\text{макс}} = V_{\text{ТВ}} L_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}} + V_{\text{ГР}} L_{\text{ТВ}} t_{\text{ГР}} \\ t_{\text{ТВ}} = t_{\text{макс}} - t_{\text{ГР}} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} L = V_{\text{ГР}} t_{\text{ГР}} \left(\frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}} + 1 \right) \\ t_{\text{ГР}} = \frac{V_{\text{ТВ}} L_{\text{ГР}} t_{\text{макс}}}{V_{\text{ТВ}} L_{\text{ГР}} + V_{\text{ГР}} L_{\text{ТВ}}} \\ t_{\text{ТВ}} = t_{\text{макс}} - t_{\text{ГР}} \end{array} \right.$$

Звідки остаточно дістаємо:

$$L_{\text{ТВ}} = \frac{V_{\text{ТВ}} V_{\text{ГР}} L_{\text{ГР}}}{V_{\text{ТВ}} L_{\text{ГР}} + V_{\text{ГР}} L_{\text{ТВ}}} \left(\frac{L_{\text{ТВ}}}{L_{\text{ГР}}} + 1 \right) t_{\text{max}} ,$$

$$L = \frac{L_{\text{ТВ}} + L_{\text{ГР}}}{\frac{L_{\text{ГР}}}{V_{\text{ГР}}} + \frac{L_{\text{ТВ}}}{V_{\text{ТВ}}}} t_{\text{max}} . \quad (3)$$

Формулою (3) зручно користуватися, коли відома загальна довжина ґрунтових доріг і доріг з твердим покриттям. Тоді радіус і площа обслуговування одним пожежним підрозділом буде знаходитись як

$$R_{\text{В}} = \frac{L}{K_{\text{ЗВ}}} \quad (4)$$

$$S_{\text{В}} = \pi R_{\text{В}}^2 \quad (5)$$

Таким чином, наведена модель дозволяє оцінити радіус обслуговування та площу, яку захищає пожежний підрозділ.