

Ю.А. Абрамов, д-р техн. наук, профессор, УГЗ Украины

А. А. Тарасенко, к-т техн. наук, УГЗ Украины

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ДВУМЕРНОГО КОНТУРА ПРИРОДНОГО ПОЖАРА В НЕОДНОРОДНЫХ УСЛОВИЯХ

Предложен алгоритм построения выпуклого замкнутого контура природного пожара на основании принципа Гюйгенса. Алгоритм позволяет получить контур двумерного пожара в неоднородных растительно-ландшафтных и погодных условиях.

Постановка проблемы. Прогнозирование динамики контура природного пожара в реальных растительно-ландшафтных и погодных условиях необходимо для проведения эффективных оперативно-тактических мероприятий по борьбе с пожаром.

Анализ последних исследований и публикаций. Построению моделей контура лесного и ландшафтного пожара с учетом различного числа природных факторов посвящено значительное количество работ. Большинство из них не учитывает влияние неоднородностей растительного покрова на поведение локальных фронтов кромки пожара. В такой формулировке динамика пожара определяется контуром очага и глобальными (усредненными) характеристиками растительно-ландшафтной среды. Такое описание справедливо в однородных условиях, и, соответственно, является недостаточно точным в условиях реального пожара. Использование принципа Гюйгенса для построения локальных фронтов с учетом изменяющихся характеристик среды способно исправить данную ситуацию.

Принцип Гюйгенса применен в модели [1] в уравнении в частных производных, описывающих динамику контура пожара. В тоже время, учет изменений среды делает невозможным аналитическое решение данной задачи.

Ниже предложена рекуррентная процедура построения контура пожара на основании принципа Гюйгенса, которая учитывает локальные свойства среды.

Постановка задачи и ее решение. В основу предлагаемого алгоритма положен принцип Гюйгенса (модель точечного источника), где полагается, что пламя кромки пожара можно условно разбить на элементарные источники распространения огня. При этом в результате теплового воздействия от данных элементарных источников горение распространяется в сторону полуплоскости, в которой имеется горючий материал. Огибающая, построенная ко всем

элементарным контурам от таких источников, дает новый контур пожара.

Задача состоит в получении уравнения контура пожара в дискретные моменты времени t_i .

Рассмотрим замкнутый выпуклый гладкий контур пожара в момент t_0 , заданный в декартовой системе координат XOY в явном виде уравнениями $Y_0^\pm(x)$. Часть контура, выпуклую вверх будем обозначать $Y_0^+(x)$, а выпуклую вниз - $Y_0^-(x)$. Уравнение данного контура допускает параметрическую запись

$$L_0^\pm(x) = \begin{cases} x = x \\ Y_0^\pm = Y_0^\pm(x) \end{cases} \quad (1)$$

Будем полагать, что распространение кромки происходит во внешнюю по отношению к контуру $L_0^\pm(x)$ область плоскости XOY .

Элементарный контур представим в виде эллипса с полуосями a и b и фокусным расстоянием $\beta = \sqrt{a^2 - b^2}$, большая полуось a которого направлена по скорости ветра \vec{V}_w под углом ψ к оси OX , а фокус находится в текущей точке контура $(x; Y_0^\pm(x))$. Уравнение контура имеет вид

$$Y_{1,2}^\pm(X; x) = Y_0^\pm(x) + \left(\beta^2 (X - x) \sin \psi \cos \psi + b^2 \beta \sin \psi \pm \right. \\ \left. \pm ab \sqrt{a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi - (\beta \cos \psi - (X - x))^2} \right) / (a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi), \quad (2)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют уравнениям, описывающим верхнюю и нижнюю части элементарного контура (знаки «+» и «-» соответственно). В силу того, что переменная x является текущей, (2) задает семейство элементарных контуров.

Новый контур пожара получается в результате проведения огибающей к этому семейству, при этом необходимо в (2) исключить переменную X , т.е. получить зависимость $X(x)$. В силу необратимости процесса распространения пожара представляют интерес внешние огибающие к семейству элементарных контуров, т.е. должны быть проведены огибающие к $Y_1^+(X; x)$ и $Y_2^-(X; x)$. Для нахождения огибающих воспользуемся тем, что касательная к линии $Y_0^\pm(x)$ в точке x параллельна касательной в точке X_1^\pm

соприкосновения огибающих к элементарному контуру $Y_{1,2}^{\pm}(X, x)$ (рис. 1), имеющего фокус в точке $(x; Y_0^{\pm}(x))$ [1]. Соответственно,

$$(Y_0^+(x))' = \left(Y_1^+(X, x) \right)' \Big|_{X=X_1^+}; \quad (Y_0^-(x))' = \left(Y_2^-(X, x) \right)' \Big|_{X=X_1^-}. \quad (3)$$

Правые части уравнений (3) имеют вид

$$\left(Y_{1,2}^{\pm}(X, x) \right)' \Big|_{X=X_1^{\pm}} = \frac{1}{D} \left(A \pm \frac{C(E - (X_1^{\pm} - x))}{\sqrt{D - (E - (X_1^{\pm} - x))^2}} \right), \quad (4)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} A &= \beta^2 \cos \psi \sin \psi; \quad B = b^2 \beta \sin \psi; \quad C = ab; \\ D &= a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi; \quad E = \beta \cos \psi; \quad F_0^{\pm} = (Y_0^{\pm}(x))'. \end{aligned} \quad (5)$$

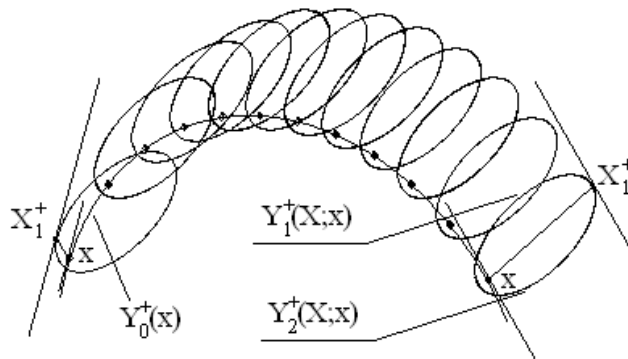


Рис. 1. Иллюстрация принципа Гюйгенса для части контура очага

Решая полученное уравнение относительно X_1^{\pm} , получим

$$X_1^{\pm} = x + E \mp (F_0^{\pm} D - A) \sqrt{\frac{D}{C^2 + (F_0^{\pm} D - A)^2}}. \quad (6)$$

Подставляя (6) вместо X в (2), получим совместно с (6) параметрически заданный новый контур $L_1^{\pm}(x)$ – огибающую к семейству элементарных контуров

$$L_1^+(x) = \begin{cases} X_1^+ = X_1^+(x); \\ Y_1^+ = Y_1^+(x); \end{cases} \quad L_1^-(x) = \begin{cases} X_1^- = X_1^-(x); \\ Y_2^- = Y_2^-(x). \end{cases} \quad (7)$$

Данная модель проиллюстрирована на рис. 2.

Поскольку взаимосвязь между верхними и нижними индексами очевидна, – необходимо рассматривать лишь внешнюю огибающую, то будем в дальнейшем верхние индексы опускать, обозначая пару выражений L_i^\pm одним L_i .

Построив алгоритм получения нового контура на примере перехода $L_0 \rightarrow L_1$, можно создать процедуру развития контура, когда уже линия L_1 является участком контура очага. Обобщением данной модели является рекуррентная процедура, позволяющая найти параметрическое задание контура на i -ом шаге

$$L_i = \begin{cases} X_i(x) = X_{i-1} + E \mp (F_{i-1}D - A) \sqrt{\frac{D}{C^2 + (F_{i-1}D - A)^2}}; \\ Y_i(x) = Y_{i-1}(x) + (A(X_i - X_{i-1}) + B \pm C \sqrt{D - (E - (X_i - X_{i-1}))^2}) / D, \end{cases} \quad (8)$$

где положено $X_0 = x$; $F_i = (Y_i)'_{X_i} / (X_i)'_x$.

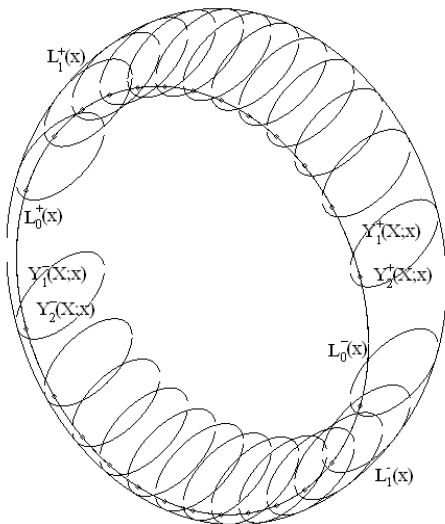


Рис. 2. Замкнутый контур очага $Y_0^\pm(x)$, элементарные контуры и новый контур $L_1^+(x) - L_1^-(x)$

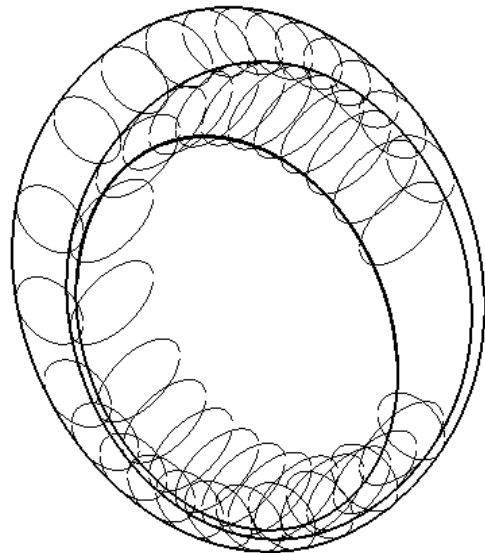
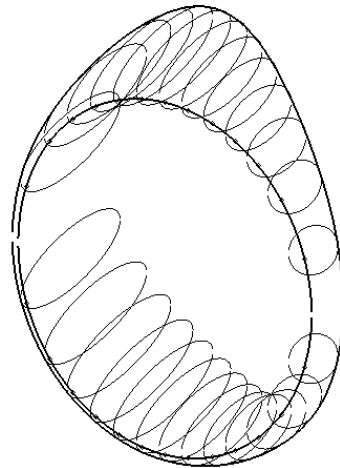
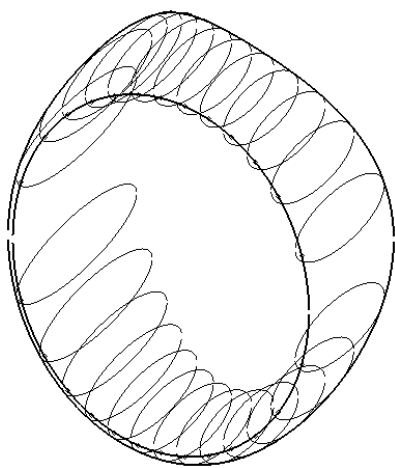


Рис. 3. Рекуррентное построение контура пожара в условиях переменного ветрового воздействия

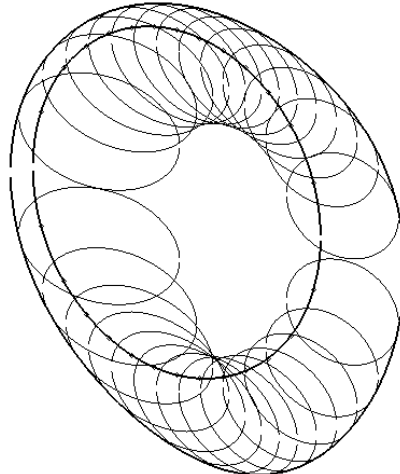
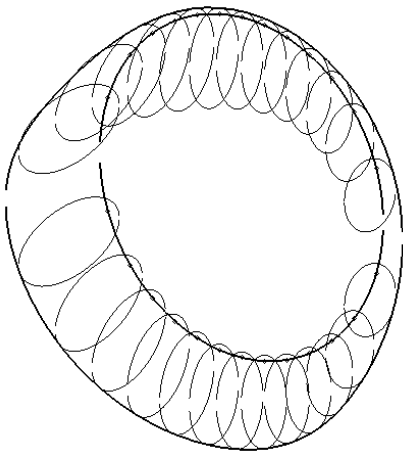
Кроме того, при переходе от контура L_i к контуру L_{i+1} возможна смена параметров элементарного контура a, b и ψ . С

помощью данного приема возможно моделирование распространения контура пожара в условиях переменного по силе и направлению ветрового воздействия. Иллюстрация модели (8) приведена на рис. 3.

Предложенная модель позволяет описывать распространение природного пожара в условиях неоднородной среды (при учете рельефа или неоднородного пространственного распределения характеристик растительного покрова). В этом случае параметры элементарного контура должны быть функционально зависимы от пространственных координат. Пример, иллюстрирующий возможности модели, изображен на рис. 4.



a) $a = 3 - \cos(\pi x / 12)$; $b = 1$; $\psi = \pi / 4$ b) $a = 2 - \sin(\pi x / 12)$; $b = 1$; $\psi = \pi / 4$



c) $a = 2 - \sin(\pi x / 36)$;

$$b = 2 - \cos \frac{\pi x}{26}; \psi = 3\pi / 2 \cos \frac{\pi x}{40}$$

d) $a = 3 - \sin(\pi x / 36)$;

$$b = 3 - \cos \frac{\pi x}{26}; \psi = \pi / 4 \cos \frac{\pi x}{22}$$

Рис. 4. Пример построения контура в неоднородных условиях

Выводы. Предложен алгоритм рекуррентного построения контура природного пожара в неоднородных растительно-ландшафтных и погодных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доррер Г.А. Математические модели динамики лесных пожаров. – М.: Лесная промышленность, 1979. – 161 с.