

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТУ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ ПРИ АВАРІЙНОМУ ОБРИВІ МОНТАЖНОГО СТРОПА

*Національний університет цивільного захисту України
Київський національний університет будівництва і архітектури*

Розроблено спосіб визначення границі небезпечної зони у разі аварійного обриву стропу будівельного вантажу; спосіб базується на унаочненні результату коливальних рухів чотириланкового маятника.

Постановка проблеми. Зростаючі навантаження на підйомно-транспортне устаткування будівельної галузі при дефіциті кваліфікованих кадрів і ремонтної бази змушують власників підйомних кранів експлуатувати їх «на відмову», що приводить до аварій, обумовлених технічними причинами. Значна кількість аварійних випадків на вантажопідйомних кранах відбуваються через порушення схем стропування вантажів або руйнування гака (рис. 1) [1].

Тому актуальною є проблема оцінки наслідків аварії, яка пов'язана з обривом стропів при експлуатації крюкових підвісок вантажопідйомних машин. У цьому напрямі доцільними будуть дослідження, спрямовані на передбачення віртуальних коливань канатних стропів і вантажу при можливому аварійному обриві стропу, здійснені на основі геометричного моделювання коливань n -ланкового маятника.

Огляд літературних джерел. В літературі докладно описано випадки дво-ланкового та три-ланкового маятників [2, 3]. Відомі результати складання системи диференціальних рівнянь для опису руху ланок маятників для довільних значень n [4]. Але для розв'язання у замкнутому вигляді таких систем диференціальних рівнянь часто бракує обчислювальних ресурсів комп'ютерів. Внаслідок цього застосовують різного роду інтерактивні інструменти для моделювання, імітації й аналізу динамічних систем (наприклад, MatLab Simulink). Вони мають деякі недоліки при розробці високоточних моделей динамічних систем із великою кількістю диференціальних рівнянь, особливо коли важлива швидкість їхнього виконання. Крім того існують обмеження на величини кутів відхилень ланок маятників. Тому доцільним буде дослідження коливань n -ланкового маятника, який базується на розв'язанні системи диференціальних рівнянь стосовно узагальнених координат маятника – тобто кутів, утворених з вертикалями відповідними ланками маятника.



Рис. 1.
Вихід стропа із гака
крана КС- 6476

Постановка завдання. Розробити спосіб унаочнення схеми переміщення вантажу і строп при аварійному обриві одного стропа на моделі коливання чотириланкового маятника, який базується на розв'язанні системи диференціальних рівнянь стосовно узагальнених координат маятника - кутів, утвореними відповідними ланками з вертикалями. Тертя руху відсутнє.

Основна частина. В роботах [4 - 6] наведено спосіб складання рівнянь руху елементів багатоланкового маятника. Вважатимемо, що n -ланковий маятник складається з невагомих нерозтяжних стержнів довжин L_i ($i = 1..n$), шарнірно сполучених між собою прикінцевими вузловими точками, на яких закріплено кульки з масами m_i ($i = 1..n$). Узагальненими координатами обирають кути q_i ($i=1..n$), утворені відповідними ланками з вертикалями (рис. 1).

Опис коливання маятника за умови відсутності дисипативних сил виконується на основі диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial q'_i} L \right) - \frac{\partial}{\partial q'_i} (L) = 0, \quad (i = 1..n), \quad (1)$$

де $L = T - V$ - лагранжіан; T - кінетична енергія системи; V - потенціальна енергія системи; q - i -та узагальнена координата (кут між вертикаллю і ланкою); $q'_i = \frac{d}{dt} q_i$.

Вираз для обчислення кінетичної енергії ($n = 4$) одержано у вигляді:

$$\begin{aligned} eT := & \frac{1}{2} m_1 L_1^2 \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right)^2 + \left(\cos(q_2(t) - q_1(t)) L_2 L_1 \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right) \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} L_2^2 \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right)^2 + \frac{1}{2} L_1^2 \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right)^2 \right) m_2 + \left(\frac{1}{2} L_1^2 \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right)^2 + \right. \\ & \left. \left(\cos(q_2(t) - q_1(t)) L_2 L_1 \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right) + \cos(q_3(t) - q_1(t)) L_3 L_1 \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right) \right) \right. \\ & \left. \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right) + \frac{1}{2} L_2^2 \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right)^2 + \cos(q_3(t) - q_2(t)) L_3 L_2 \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right) \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} L_3^2 \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right)^2 \right) m_3 + \left(\frac{1}{2} L_1^2 \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right)^2 + \left(\right. \right. \\ & \left. \left. \cos(q_2(t) - q_1(t)) L_2 L_1 \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right) + \cos(q_3(t) - q_1(t)) L_3 L_1 \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right) \right) \right. \\ & \left. + \cos(q_4(t) - q_1(t)) L_4 L_1 \left(\frac{d}{dt} q_4(t) \right) \right) \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right) + \frac{1}{2} L_2^2 \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right)^2 + \\ & \left(\cos(q_3(t) - q_2(t)) L_3 L_2 \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right) + \cos(q_4(t) - q_2(t)) L_4 L_2 \left(\frac{d}{dt} q_4(t) \right) \right) \\ & \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right) + \frac{1}{2} L_4^2 \left(\frac{d}{dt} q_4(t) \right)^2 + \cos(-q_4(t) + q_3(t)) L_4 L_3 \left(\frac{d}{dt} q_4(t) \right) \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right) \\ & \left. + \frac{1}{2} L_3^2 \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right)^2 \right) m_4 \end{aligned} \quad (2)$$

Вираз для обчислення потенціальної енергії ($n = 4$) одержано у вигляді:

$$\begin{aligned}
eV := & (((1 - \cos(q_1(t))) m_1 + (1 - \cos(q_1(t))) m_2 + (1 - \cos(q_1(t))) m_3 \\
& + (1 - \cos(q_1(t))) m_4) L_1 \\
& + ((1 - \cos(q_2(t))) m_2 + (1 - \cos(q_2(t))) m_3 + (1 - \cos(q_2(t))) m_4) L_2 \\
& + ((1 - \cos(q_3(t))) m_3 + (1 - \cos(q_3(t))) m_4) L_3 + (-\cos(q_4(t)) + 1) m_4 L_4) g
\end{aligned} \quad (3)$$

За допомогою рівнянь Лагранжа другого роду (1) опис руху чотириланкового маятника можна одержати у вигляді системи з чотирьох диференціальних рівнянь. Засобами Maple зазначену систему рівнянь було розв'язано наближено. За основу взято алгоритм і програму, наведені у роботах [5, 6]. У коректності одержаного розв'язку можна пересвідчитись шляхом проведення низки комп'ютерних експериментів з використанням розробленої програми побудови анімаційних зображень схеми коливального руху маятника, де навіть незначна похибка обчислень має вплинути на цілісність сприймання унаочнених коливань.

Для виконання програми необхідно підготувати такі початкові дані:

- вектор довжин елементів маятника: $\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$;
- вектор значень мас кульок: $\mathbf{m} = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$;
- вектор початкових кутів відхилень: $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$.

Спочатку здійснюється розв'язання системи чотирьох диференціальних рівнянь стосовно чотирьох функцій $q_1(t)$, $q_2(t)$, $q_3(t)$ і $q_4(t)$ з початковими умовами - вектором початкових кутів відхилень \mathbf{q} . Початкові значення похідних обрано нульовими.

В результаті розв'язання системи рівнянь засобами пакету Maple визначаються чотири функції (та ще додатково обчислюються їх похідні $q'_1(t)$, $q'_2(t)$, $q'_3(t)$ і $q'_4(t)$). Далі виконується побудова анімаційної схеми руху чотириланкового маятника у графічному файлі. Взаємне «накладення» анімаційних зображень унаочнює конфігурацію амплітуд коливань всіх елементів чотириланкового маятника. Крім того, за одержаною інформацією можливо побудувати зображення чотирьох фазових портретів у системах координат $\{q_i(t), q'_i(t)\}$ ($i=1..4$).

Розглянемо випадок схеми з'єднання стропів і вантажу, зображену на рис. 2 (розміри в умовних одиницях). Нехай після аварії точка E від'єдналася від точки B і чотириланкова маятникова система відрізків почала рухатися у полі тяжіння. Тобто складеться ситуація, подібна коливанню чотириланкового маятника з прикінцевою точкою E і з вектором початкових кутів

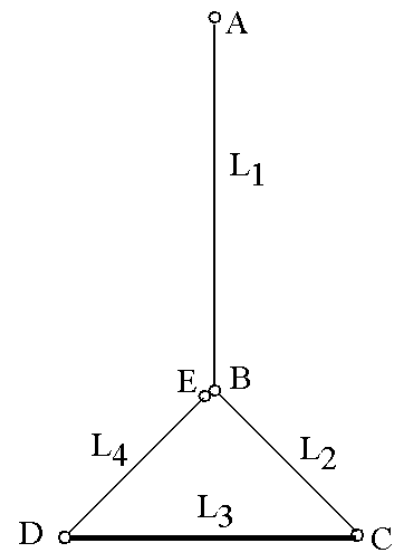


Рис. 2. Схема еднання стропів і вантажу

$$\theta \equiv \{0, \pi/2 - \alpha, -\pi/2, \pi - \alpha\}, \text{ де } \alpha = \arccos\left(\frac{L_3}{2L_2}\right).$$

Варіант 1. Довжина основної підвіски 7 одиниць: $\mathbf{L} = \{7, 2, 3, 2\}$. На рис. 3 зображено сліди переміщення ланок маятника в процесі коливань залежно від ваги вантажу при $\mathbf{m} = \{1, 1, 150, 1\}$ і $\mathbf{m} = \{1, 1, 1000, 1\}$.

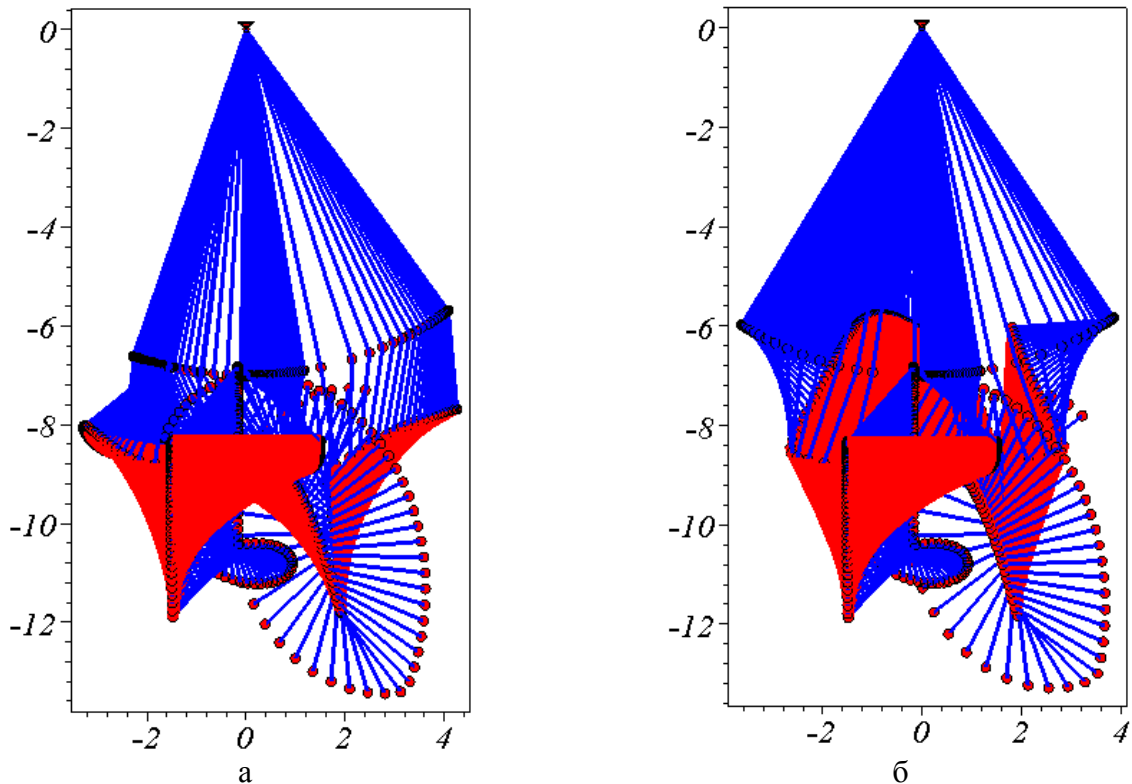


Рис. 3. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 1 залежно від ваги вантажу: а - $\mathbf{m} = \{1, 1, 150, 1\}$; б - $\mathbf{m} = \{1, 1, 1000, 1\}$

Варіант 2. Довжина основної підвіски 3 одиниці: $\mathbf{L} = \{3, 2, 3, 2\}$. На рис. 4 зображено сліди переміщення ланок маятника в процесі коливань залежно від ваги вантажу при $\mathbf{m} = \{1, 1, 150, 1\}$ і $\mathbf{m} = \{1, 1, 1000, 1\}$.

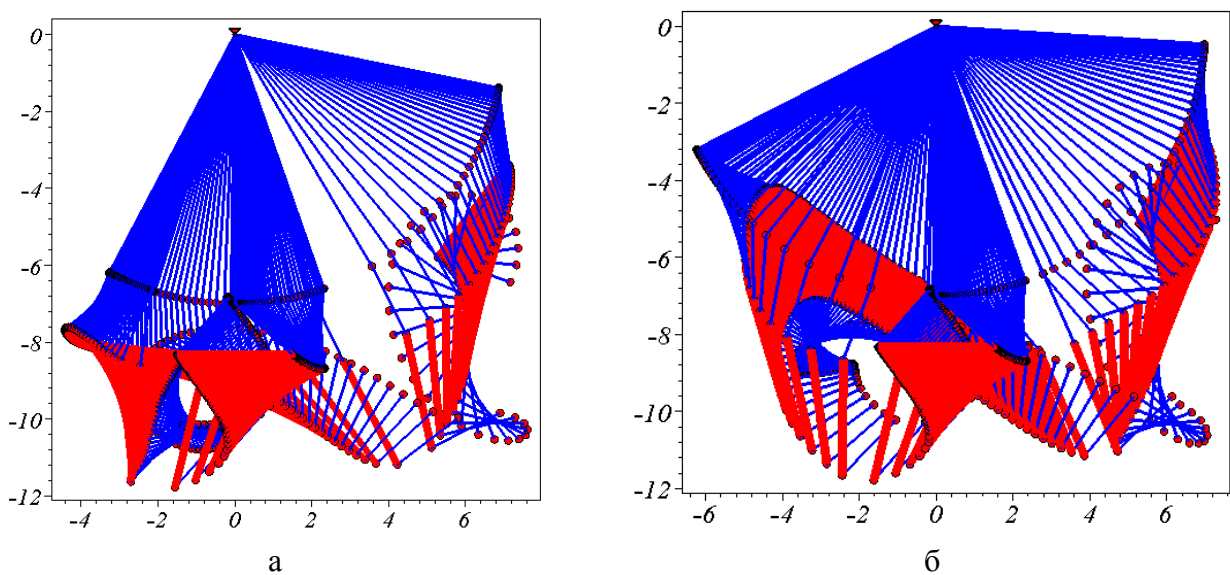


Рис. 4. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 2 залежно від ваги вантажу: а - $\mathbf{m} = \{1, 1, 150, 1\}$; б - $\mathbf{m} = \{1, 1, 1000, 1\}$

Варіант 3. Довжина основної підвіски 7 одиниць: $\mathbf{L} = \{7, 2, 3, 2\}$. На рис. 3 зображено сліди переміщення ланок маятника в процесі коливань залежно від ваги вантажу при $\mathbf{m} = \{1, 1, 2000, 1\}$ і $\mathbf{m} = \{1, 1, 5000, 1\}$.

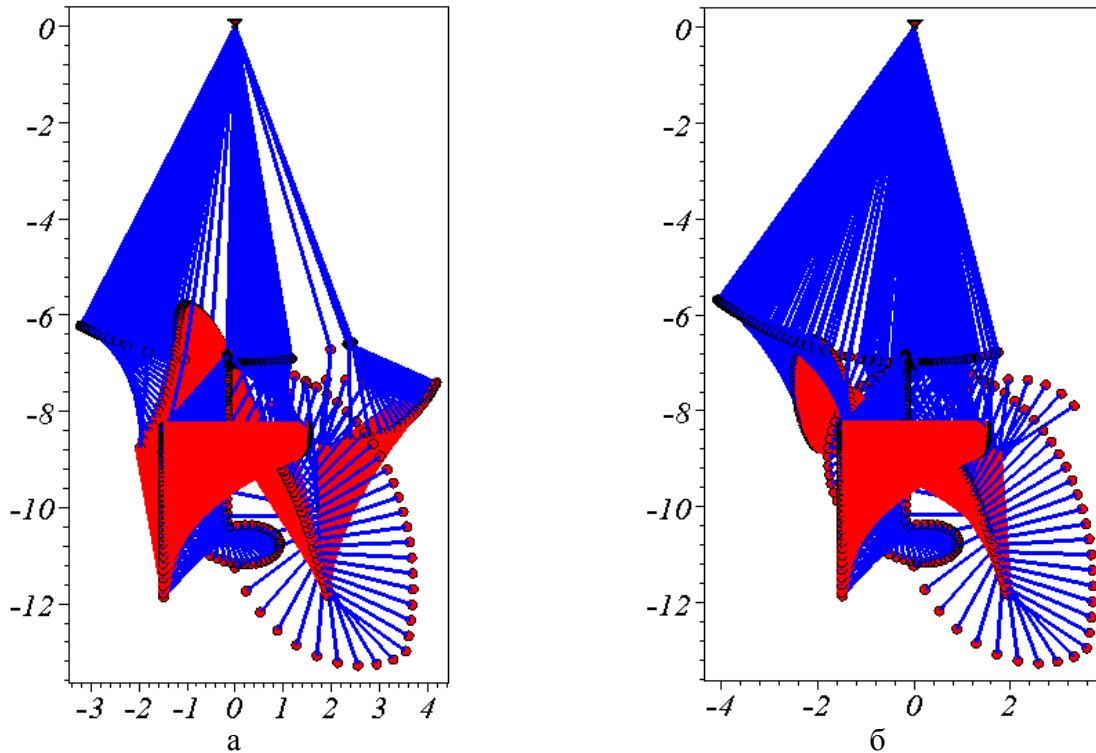


Рис. 5. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 3 залежно від ваги вантажу: а - $\mathbf{m} = \{1, 1, 2000, 1\}$; б - $\mathbf{m} = \{1, 1, 5000, 1\}$

Варіант 4. Довжина основної підвіски 3 одиниці: $\mathbf{L} = \{3, 2, 3, 2\}$. На рис. 4 зображено сліди переміщення ланок маятника в процесі коливань залежно від ваги вантажу при $\mathbf{m} = \{1, 1, 2000, 1\}$ і $\mathbf{m} = \{1, 1, 5000, 1\}$.

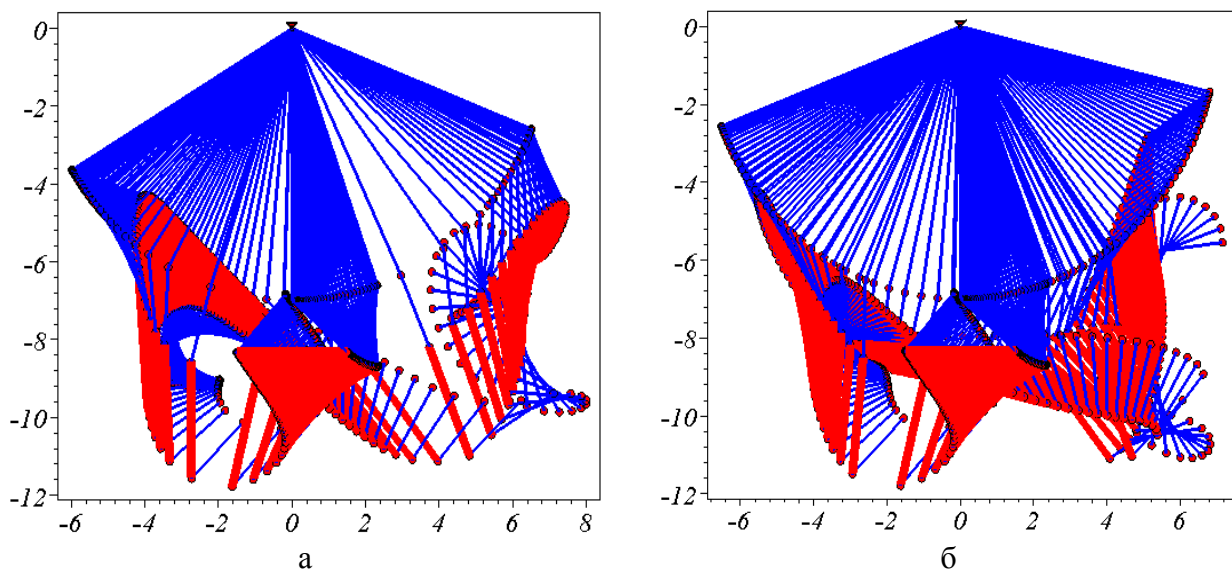


Рис. 6. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 4 залежно від ваги вантажу: а - $\mathbf{m} = \{1, 1, 2000, 1\}$; б - $\mathbf{m} = \{1, 1, 5000, 1\}$

Зазначимо, що у випадках організації безпечного виробництва такелажних робіт одержані зображення можна переглядати як анімаційні фільми. Подальші дослідження будуть спрямовані на обґрунтування правильного визначення геометричних параметрів робочої зони, де мають безпечно виконуватися роботи за допомогою вантажо-підйомних машин і механізмів.

Висновок. Одержані результати дозволяють визначати границі небезпечної зони у разі аварійного відриву зачаленої стропом будівельної конструкції, а також з урахуванням обриву елементів самої конструкції.

Література

1. *Котельников В.С.* Комментарий к правилам устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов / *В.С.Котельников, Н.А.Шишков* – Москва: МЦФЭР, 2007. – 720 с.
2. *Gmiterko A, Grossman M.* An n-link inverted pendulum modeling. *Acta Mechanica Slovaca*, #13(3), 2009, p. 22-29
3. *Gmiterko A, Grossman M.* N-link Inverted Pendulum Modeling. Доступ <http://www.springerlink.com/content/j9061265h24118p0/>
4. *Lam S., and Davison E.J.* The Real Stabilizability Radius of the Multi-Link Inverted Pendulum. *Proceedings of the 2006 American Control Conference Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16, 2006*, p. 1814-1819
5. *Куценко Л.М.* Геометричне моделювання коливань багатоланкових маятників / *Л.М.Куценко, І.Ю.Адашевська* – Харків: «НТМТ», 2008. – 176 с.
6. *Куценко Л.М.* Опис руху N -ланкового маятника за допомогою операторів системи Maple / *Л.М.Куценко, Р.М. Колочавін* // Прикладна геометрія та інженерна графіка.– К.: КНУБА, 2012.– Вип. 90.– С. 166-172.

Аннотация

Разработан способ определения границы опасной зоны в случае аварийного обрыва стропа строительного груза; способ базируется на визуализации результата колебательных движений четырехзвенного маятника.

Annotation

The way of definition of border of a dangerous zone in case of emergency break of a montage ropes of construction freight is developed; the way is based on visualization of result of oscillating motions of a four-tier pendulum.