

К ТЕОРИИ ОПТИЧЕСКОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ
УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛАХ

М.С.Каплан, А.А.Тесленко, Б.Л.Тиман

Одним из наиболее распространенных методов измерения упругих напряжений в прозрачных телах является метод фотоупругости. При исследовании напряжений в монокристаллах, которые практически всегда пьезооптически анизотропны, удобно исходить из уравнений Поккельса [1], записанных в квазиглавных осях сечения оптической индикатрисы, перпендикулярного направлению просвечивания. В этом случае изменение квазиглавных значений диэлектрического тензора χ_{ij} под действием напряжений σ_{ij} можно записать в виде:

$$\Delta \chi_{11} = -n_0^4 \pi_{11ke} \sigma_{ke}, \quad \Delta \chi_{22} = -n_0^4 \pi_{22ke} \sigma_{ke},$$

где π_{ijke} — компоненты тензора пьезооптических констант, n_0 — показатель преломления в напряженном состоянии. Для малого объема вещества, взятого в теле конечных размеров, тензор напряжений σ_{ij} можно считать одинаковым во всех точках. Учитывая, что

$$\Delta \chi_{11} - \Delta \chi_{22} = 2n_0(n_1 - n_2) = -n_0^4 (\pi_{11ke} - \pi_{22ke}) \sigma_{ke},$$

получаем в рассматриваемом сечении соотношение между дупреломлением δ и компонентами тензора напряжений σ_{ij} в виде

$$\delta = -\frac{1}{2} n_0^3 D (\pi_{11ke} - \pi_{22ke}) \sigma_{ke}, \quad (I)$$

где D — геометрическая длина пути света в выбранном малом объеме.

Вследствие симметрии тензора напряжений в общем случае в выражении (I) будет шесть различных слагаемых. Поэтому для того, чтобы определить все компоненты σ_{ij} , необходимо записать

уравнение (1) для шести неэквивалентных (в смысле симметрии тензора пьезооптических коэффициентов) направлений просвечивания:

$$(\pi_{11ke}^{(m)} - \pi_{22ke}^{(m)}) a_{ki}^{(m)} a_{ej}^{(m)} \sigma_{ij} = - \frac{2\delta^{(m)}}{Dn_0^3}, \quad (2)$$

где a_{ij} - матрица перехода от системы координат, в которой ищется σ_{ij} , к системе координат, в которой записано уравнение (2). Всего должно быть шесть различных матриц a_{ij} и π_{ijke} для всех шести неэквивалентных направлений просвечивания. Коэффициенты при σ_{ij} в линейных уравнениях (2) будут иметь вид:

$$C_{ij}^{(m)} = (\pi_{11ke}^{(m)} - \pi_{22ke}^{(m)}) a_{ki}^{(m)} a_{ej}^{(m)}, \quad (3)$$

где $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. При переходе от одной системы координат к другой величины π_{ijke} преобразуются по известным правилам. Так как уравнение (2) записано относительно квазиглавных осей тензора диэлектрической проницаемости, то матрицы преобразования π_{ijke} и a_{ijke} являются функциями угла оптической изоклины φ . В частности, для кубических centrosимметричных кристаллов, когда направление просвечивания коллинеарно одной из главных кристаллографических осей, в которых ищется σ_{ij} , получаем следующие выражения для коэффициентов C_i :

$$\begin{aligned} C_1 &= (\pi_{11} - \pi_{12}) \cos 2\varphi; \\ C_2 &= -C_1; \quad C_3 = C_4 = C_5 = 0; \\ C_6 &= 2\pi_{44} \sin 2\varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Переход к двухиндексной форме записи пьезооптических коэффициентов и одноиндексной форме записи тензора напряжений проводился по обычным правилам /1/.

Для произвольных направлений просвечивания кристаллов любых классов симметрии коэффициенты C_i можно записать в виде:

$$C_f = (Q_{1k}^Q - Q_{2k}^Q) Q_{ji}^Q S_{if}^Q P_{je}^P S_{km}^Q S_{en}^P K_{mv}^Q K_{nr}^P \pi_{vr}, \quad (5)$$

где Q_{ij}^Q, P_{ij}^P - матрицы поворота на угол оптической изокли-

ны, S_{ij}^Q , S_{ij}^P - матрицы перехода к осям координат, в которых ищется σ_{ij} , K_{ij}^Q , K_{ij}^P - матрицы перехода от главных кристаллографических осей к осям, в которых ищется σ_{ij} . Все указанные матрицы являются матрицами шестого порядка и преобразуются обычным способом.

В квазиглавных осях диэлектрического тензора

$$\Delta x_{12} = 0. \quad (6)$$

Поэтому общий вид коэффициентов C_j может быть получен при решении системы уравнений (1) и (6).

Полученные нами выражения для C_j позволяют однозначно определять σ_{ij} по экспериментально измеренным значениям δ и φ , в то время как в /2-4/ получены два набора соответствующих коэффициентов C_j' и C_j'' , что может привести к неоднозначности определения σ_{ij} .

В заключение авторы выражают благодарность Ю.И. Изепсону за обсуждение результатов.

Список литературы

1. Най Дж. Физические свойства кристаллов. - М.: ИЛ, 1960, 385 с.
2. Бугаков И.И., Грах И.И. - Вестн. Ленингр. ун-та. Сер. Математика, механика, астрономия, 1968, вып.4, №19, с.102-111.
3. Бугаков И.И., Грах И.И., Конакова Н.С. - В сб. Тр. VII Всесоюз. конф. по поляризации-оптическому методу исследования напряжений, Таллин: АН ЭССР, 1971, т. IV, с.124-127.
4. Афанасьев И.И. - Оптика и спектроскопия, 1983, т.55, вып.3, с.525-531.

Поступило в редакцию
26 февраля 1984 г.