

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЦИВІЛЬНОГО ЗАХИСТУ УКРАЇНИ
КАФЕДРА ОХОРОНИ ПРАЦІ ТА ТЕХНОГЕННО-ЕКОЛОГІЧНОЇ
БЕЗПЕКИ

О.В. Рибалова

ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ДОВКІЛЛЯ - II ЧАСТИНА

Курс лекцій

спеціальність

101 «Екологія»

спеціалізація

«Екологічна безпека»

ХАРКІВ – 2016

Друкується за рішенням засідання
кафедри охорони праці та техногенно -
екологічної безпеки НУЦЗУ
Протокол від 19.09.2016 №3

Укладач: О.В. Рибалова

Рецензенти: Л.Я. Аніщенко д-р техн. наук, с.н.с., завідувач лабораторії 1.6 науково – дослідної установи «Український науково - дослідний інститут екологічних проблем»;
С.В. Анісімова канд. геогр. наук , доц., доцент кафедри екології Харківського національного автомобільно – дорожнього університету

Моделювання та прогнозування стану довкілля: Курс лекцій. Для студентів денної форми навчання. Спеціальність 101 «Екологія» Освітньо-кваліфікаційний ступінь «бакалавр». / Укладач: О.В. Рибалова. – Х: НУЦЗУ, 2016. - 221 с.

Курс лекцій з дисципліни «Прогнозування стану довкілля – 2 частина» призначений для надання допомоги студентам НУЦЗ України, що навчаються за спеціальністю 101 «Екологія» при підготовці до семінарських занять, модульних контрольних робіт, тестів, заліку та іспиту.

Відповідальний за випуск _____

ЗМІСТ

ВСТУП	9
Модуль 7. Понятійний апарат та загальні принципи моделювання і прогнозування стану довкілля	16
Розділ 9. Наукові основи екологічного моделювання і прогнозування	16
23 Загальні поняття моделювання стану довкілля	16
23.1 Об'єкт, предмет і зміст основ моделювання стану довкілля (ОМСД)	16
23.2 Структура ОМСД	18
23.3 Зв'язки ОМСД	19
23.4 Функції ОМСД	20
23.5 Основні принципи математичного та імітаційного моделювання	21
24 Види моделей та їх класифікація	29
24.1 Моделювання як методологія пізнання	29
24.1.1. Моделювання і споглядання	29
24.1.2. Основні засади теорії подібності	32
24.1.3. Аналогія. Екскурс в історію поняття	36
24.1.4. Метод актуалізму	37
24.2 Види моделювання	38
24.2.1. Предметне моделювання	39
24.2.2. Знакове моделювання	41
24.3 Характеристики моделей	44

24.4	Особливості моделювання в екології	44
24.4.1.	Основні фактори що враховуються при екологічному моделюванні	45
24.4.2.	Принципи екологічного моделювання	46
Розділ 10. Методи аналізу і моделювання стан навколишнього природного середовища		50
25	Основні поняття й етапи системного аналізу	50
25.1	Еволюція природних систем і соціоекологічне моделювання	50
25.2	Основні поняття й етапи системного аналізу	53
25.3	Методологічні питання системного підходу	56
25.4	Індуктивні методи системного моделювання й прогнозування стану довкілля	60
26	Основні поняття теорії ймовірностей	62
26.1	Події та їх імовірності	62
26.2	Ймовірності складних подій	66
26.3	Закон розподілу дискретної випадкової величини	68
26.4	Закон розподілу неперервної випадкової величини	72
26.5	Деякі поширені елементарні розподіли	75
26.6	Числові характеристики випадкової величини та їх властивості	78
МОДУЛЬ VIII. Статистичні методи моделювання і прогнозування стану довкілля		83
Розділ 11. Статистичні моделі прогнозування в екології		83

	5
27 Статистичні дані й стохастична модель	83
27.1 Екологічні дані. Цілі і завдання збору статистичних даних	83
27.2 Зведення та групування статистичних даних	91
27.3 Статистичні показники	94
27.4 Середні характеристики динамічного ряду	96
Розділ 12. Статичні моделі в екології	100
28 Загальні принципи побудови статичних моделей екологічних процесів	100
28.1 Принципи побудови статичних моделей екологічних процесів	100
28.2 Методи визначення функції регресії	103
29 Етапи математичного моделювання	108
29.1 Роль і місце математичного моделювання в екології	108
29.1.1. Принцип ієрархічності структури екосистеми	109
29.2 Склад математичної моделі екологічного процесу	109
29.3 Етапи математичного моделювання	116
29.4 Математичні засоби побудови моделей	119
29.4.1. Теорія множин і відображень	119
29.4.2. Лінійна алгебра	120
29.4.3. Апарат диференціальних рівнянь	122
29.4.4. Апарат інтегральних рівнянь	122
29.5 Аналіз властивостей математичної моделі	123
МОДУЛЬ ІХ. Моделювання і прогнозування наслідків антропогенного	126

впливу на довкілля

Розділ 13. Моделювання і прогнозування стану водних екосистем	126
30 Теоретичні основи прогнозування стану водних екосистем	126
30.1 Постановка задачі соціоекологічного моделювання і прогнозування	126
30.2 Теоретичні моделі та їх скінчено – різницеві аналоги	129
31 Прогнозування якості води водотоку і встановлення гранично допустимих скидів (ГДС) забруднюючих речовин зі стічними водами	138
31.1 Природна якість води	138
31.2 Самоочищення водного об'єкта	139
31.3 Розрахунок кратності розведення стічних вод	142
Розділ 14. Моделювання і прогнозування стану атмосферного повітря	153
32. Моделювання процесу забруднення повітря промисловими джерелами	153
32.1. Біосферні процеси поширення забруднень від одиничних промислових джерел	153
32.2. Теоретичні передумови ідентифікації рівнянь санітарно-гігієнічних ситуацій забруднення повітря	156
Розділ 15. Моделювання і прогнозування порушення екологічного стану ґрунтів	169
33 Моделювання і прогнозування антропогенного впливу на ґрунти	169
33.1. Соціоекологічна роль ґрунтів і завдання їх збереження	169

33.2. Математичне моделювання і прогнозування хімічного забруднення ґрунтів	172
МОДУЛЬ Х. Моделювання і прогнозування стану екосистем та глобальних біосферних процесів	183
Розділ 16. Моделювання і прогнозування стану екосистем	183
34 Моделювання динаміки популяції	183
34.1. Внутрішньовидова конкуренція	183
34.1.1. Основні ознаки внутрішньовидової конкуренції	183
34.2. Модель популяції з дискретним розмноженням	185
34.2.1. Модель популяції з низькою смертністю	186
34.2.2. Модель динаміки популяції з внутрішньовидовою конкуренцією	187
34.2.3. Вплив смертності	190
34.2.4. Реалістична модель з дискретним розмноженням	192
34.2.5. Модель Сміта і Слаткіна	193
Розділ 17. Сучасні моделі розвитку глобальних біосферних процесів	197
35. Глобальні моделі розвитку соціоекосистеми	197
35.1. Глобальні моделі розвитку соціоекосистеми	197
35.1.1. Моделі Форестра-Медоуза	198
35.1.2. Модель Месаровича-Пестеля	199
35.1.3. «Модель Барілюче»	199
35.1.4. Японський проект	200

	8
35.1.5. Модель Габора	200
35.1.6. Модель В. Леонтьева	201
35.2. Двокомпонентні моделі	201
35.2.1. Двокомпонентні моделі. Моделі взаємодії РК-БСК	201
35.2.2. Нітрифікація	205
35.2.2.1. Балансові моделі нітрифікації	205
36. Моделювання і прогнозування змін клімату	209
36.1. Моделі клімату	209
36.1.1. Енергобалансові моделі клімату	211
36.1.2. Статистична модель	212
36.1.3. Радіаційно-конвективні моделі	214
36.1.4. Моделі загальної циркуляції	216
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	220

ВСТУП

Начальна дисципліна «Прогнозування стану довкілля» є базовою нормативною дисципліною, що викладається на IV курсі в VII-му та в VIII-му семестрах в обсязі 345 годин, з них лекцій – 72 години, семінарські та практичні заняття – 84 години, самостійна робота – 189 годин. *Формою підсумкового контролю є іспит.*

Метою навчальної дисципліни «Прогнозування стану довкілля» є формування у майбутніх фахівців з базовою вищою освітою необхідного в їхній подальшій професійній діяльності цілісних уявлень щодо впливу міста, як супергеоекосистеми, на його екологічний стан, забезпечення екологічної рівноваги, сталого екологічного та комплексного розвитку інженерно-технічної інфраструктури міст, створення сприятливого оточуючого середовища, раціонального використання із використанням сучасних інструментів моделювання та прогнозування стану довкілля для вирішення професійних завдань

Предметом вивчення навчальної дисципліни є вивчення навчальної дисципліни є системи, що визначають та забезпечують сталий розвиток якості життя міського населення та складові процесу урбанізації, що з'являються при будівництві міст з усією інфраструктурою, їх розширенні та збільшенні чисельності міського населення; основні засади і принципи моделювання та прогнозування стану навколишнього природного середовища з метою подальшого застосування знань і навичок в практичній діяльності відповідно посадовим обов'язкам в галузі екології та охорони довкілля

Завданням навчальної дисципліни «Прогнозування стану довкілля» є розуміння основних засад і принципів моделювання стану навколишнього природного середовища за допомогою головним чином математичних залежностей, що відображають суттєві властивості довкілля, процеси та

явища, що відбуваються в ньому, а також принципів прогнозування стану навколишнього середовища за допомогою математичних моделей з метою подальшого застосування знань і навичок в практичній діяльності відповідно посадовим обов'язкам в галузі екології та охорони довкілля.

У результаті вивчення навчальної дисципліни згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти (курсанти) повинні **знати**:

- предмет дисципліни, а також структуру та зміст дисципліни в цілому;
- вимоги до відповідних видів навчальних занять, науково-дослідної роботи, термінів виконання завдань, систему контролю знань;
- структуру міського комунального господарства та вплив систем життєзабезпечення міста на довкілля;
- умови підвищення стійкості та надійності міських інженерних систем під впливом природних та антропогенних факторів;
- властивості міської геоекосистеми;
- вплив міських систем життєзабезпечення на соціальну інфраструктуру міста;
- територіальну організацію міських систем життєзабезпечення;
- структурні елементи міста та їх функціональні особливості;
- структурні елементи міських інженерних систем життєзабезпечення;
- методи оцінки ефективності роботи міських систем життєзабезпечення і якості міського середовища;
- наукові й практичні напрямки міжнародного співробітництва України з питань формування екологічно-безпечної інженерно-технічної інфраструктури в умовах сталого розвитку міст;
- принципи розміщення міських систем з урахуванням комплексного, екологічно-безпечного розвитку інженерно-технічної та соціальної інфраструктури;
- екологічні наслідки впливу міських систем на довкілля за штатних і аварійних умов;

- роль водних ресурсів, поверхневого стоку рельєфу, ландшафту, клімату у розміщенні промислових об'єктів, організації систем господарсько-питного і технічного водопостачання, рекреаційного забезпечення населення міста;
- нормативно-правові вимоги до якості джерел водопостачання і водних об'єктів рибогосподарського значення;
- нормативно-правові вимоги до якості промислових стічних вод при скиді в систему водовідведення міст і водні об'єкти;
- заходи, які забезпечують збереження і відновлення якості природних вод, підтримують екологічну рівновагу водних об'єктів;
- критерії вибору вододжерела для господарсько-питного і технічного водопостачання;
- принципи трасировки мереж систем водопостачання і водовідведення з урахуванням екологічних та економічних вимог;
- особливості промислового водопостачання;
- принцип роботи очисних споруд системи водопостачання і водовідведення;
- процеси і методи очистки води від домішок природного і штучного походження;
- методи знезаражування води;
- принципи створення замкнутих систем;
- водопостачання промислових вузлів як основа раціонального природокористування й екологічної безпеки;
- шляхи поліпшення системи збору, видалення, знешкодження і утилізації ТПВ і промислових відходів;
- сучасні методи знешкодження ТПВ як основа комплексного розвитку й екологічної реконструкції міст, збереження і відновлення природного середовища;
- основи формування системи озеленення і фітомеліорації міських поселень з урахуванням максимального використання природних ландшафтів;
- напрямки фітомеліорації антропогенних ландшафтів залежно від групи

міст;

- методи екологічної реконструкції природних комплексів для організації відпочинку та оздоровлення населення міст;

- основи організації, нормування, зонування і формування, санітарно-захисних зон міст та промислових об'єктів;

- загальні принципи організації водної рекреації і оцінки рекреаційних властивостей водних об'єктів;

- загальні питання організації контролю якості навколишнього середовища;

- нормативно-правове забезпечення системи контролю якості міського середовища і життя населення міста;

- основи управління системою контролю якості довкілля;

- заходи поліпшення екологічного стану міської і приміської територій за допомогою озеленення;

- шляхи організації умов життєдіяльності населення у районах житлової забудови, масового відпочинку та оздоровлення організацією санітарно-захисних зон;

- головні особливості моделювання довкілля, природних процесів та окремих компонентів екосистем;

- основні типи математичних моделей стану навколишнього природного середовища;

- основні методи ідентифікації параметрів моделей;

- особливості застосування обчислювальної техніки при моделюванні та прогнозуванні стану екосистем.

вміти:

— визначати оптимальний механізм самостійного засвоєння навчальних елементів дисципліни;

- розробляти ситуаційні карти-схеми, діаграми розсіювання викидів в атмосферу та інші графічні матеріали досліджень;
- розробляти варіанти зміни системи території і розміщення елементів міських зон;
- обґрунтовувати способи зниження екологічного тиску міських систем життєзабезпечення на довкілля;
- прогнозувати вплив інженерно-технічної інфраструктури на довкілля в процесі екологічної реконструкції міста;
- виконувати розрахунок розміру санітарно-захисної зони об'єкта у відповідності до існуючих нормативів;
- виконувати розрахунок збитку і фінансового збору в бюджет у випадку скиду стічних вод у поверхневі водойми;
- виконувати оцінку придатності водних об'єктів для господарсько-питного і технічного водопостачання;
- робити розрахунок гранично-допустимого скиду забруднень у водний об'єкт;
- застосовувати знання нормативів для оцінки можливості скиду стічних вод у систему водовідведення міста і водні об'єкти;
- розробляти матеріальні баланси, в т. ч. водні баланси промоб'єкта, промвузла, тощо;
- подавати розрахунки в аналітичному, табличному, графічному видах;
- виконувати еколого-економічну оцінку природоохоронних заходів у місті;
- обґрунтовувати вибір схем міських систем інженерно-технічної інфраструктури з урахуванням екологічних нормативних вимог;
- виконувати розрахунок накопичення ТПВ від жилих приміщень різного ступеню благоустрою і об'єктів суспільного призначення;
- визначати розміри полігона для знешкодження ТПВ;
- обґрунтовувати методи знешкодження й утилізації ТПВ;

- виконувати оцінку екрануючого ефекту споруд зі зниження концентрації пилу в примігстральній території;

- робити оцінку умов зниження концентрації пилу, газоподібних домішок в атмосферному повітрі примігстральної території міста через екранування зеленою смугою;

- виконувати середньозважену оцінку озеленення території;

- подавати в табличній формі характеристики джерела викидів і зони впливу джерела на територію міста за штатних і аварійних умов;

- робити оцінку і визначати розмір зони впливу зеленого масиву приміської території на оптимізацію якості міського середовища;

- визначати видовий склад зелених насаджень для організації санітарно-захисних зон.;

- визначати рекреаційну ємність території;

- виділяти та класифікувати окремі компоненти екосистем з метою їх подальшого моделювання;

- аналізувати вихідну інформацію для вибору відповідного класу моделей;

- провести ідентифікацію параметрів відповідної математичної моделі;

- використовувати засоби сучасної обчислювальної техніки при моделюванні та прогнозуванні стану екосистем

Сукупність знань та навичок, набутих в результаті вивчення дисципліни, відповідає понятійному та прикладному творчому рівню сформованості

Начальна дисципліна «Прогнозування стану довкілля» займає базове місце в *структурно-логічній схемі* підготовки фахівця за освітньо-кваліфікаційним ступенем «бакалавр» за спеціальністю 101 «Екологія», оскільки є дисципліною, що використовує досягнення та методи фундаментальних і прикладних наук, зокрема: фізики, математики, хімії,

біології, гідрогеології, геології та багатьох інших, і тісно пов'язана з практичною діяльністю людини. Навчальна дисципліна «Прогнозування стану довкілля» має *прикладний професійно-орієнтований характер*.

При вивченні дисципліни «Прогнозування стану довкілля» студентам необхідні знання з таких навчальних дисциплін, як «Екологія людини», «Вступ до фаху», «Загальна екологія», «Геологія з основами геоморфології», «Ґрунтознавство», «Гідрологія», «Заповідна справа», «Моніторинг довкілля», «Організація управління в екологічній діяльності» та ін. Дисципліна «Прогнозування стану довкілля» є базою і підґрунтям для вивчення таких навчальних дисциплін як «Методологія та організація наукових досліджень», «Поводження з відходами», «Методологія екологічної безпеки», «Забезпечення екологічної безпеки». та інші.

Курс лекцій з навчальної дисципліни «Прогнозування стану довкілля» розроблено з врахуванням того, що слухачі вищих навчальних закладів України, відповідно до наказу Міносвіти №420 від 02.12.1998 р. та освітньо-професійних програм підготовки, при реалізації робочих навчальних планів освітньо-кваліфікаційного ступеня бакалавр вивчають загальні питання охорони навколишнього природного середовища основних професійно орієнтованих дисциплін. Курс лекцій розроблено на основі Програми навчальної дисципліни і базується на засадах інтеграції теоретичних знань і практичних вмінь, отриманих під час навчання, та набутому життєвому досвіді.

Модуль 7. Понятійний апарат та загальні принципи моделювання і прогнозування стану довкілля

Розділ 9. Наукові основи екологічного моделювання і прогнозування

Лекція № 23

Тема: «Загальні поняття моделювання стану довкілля»

План

- 23.1. Об'єкт, предмет і зміст основ моделювання стану довкілля (ОМСД)
- 23.2. Структура ОМСД
- 23.3. Зв'язки ОМСД
- 23.4. Функції ОМСД
- 23.5. Основні принципи математичного та імітаційного моделювання

23.1. Об'єкт, предмет і зміст ОМСД

Екологічний підхід як міждисциплінарний на рубежі ХХ і ХХІ є потужним інструментом дослідження, аналізу, пояснення та прогнозування динаміки стану довкілля. Сучасна екологія з різноманітністю її підходів та засобів спостереження, методів обробки інформації та моделювання екологічних, еколого-економічних систем є міждисциплінарним утворенням, що акумулює результати багатьох дисциплін, таких як математика й інформатика, статистика і теорія ймовірності, картографія й геоінформатика та інші. Серцевиною цього утворення, що визначається терміном екологічна наука, еволюціонувала так стрімко, що без спеціального путівника важко

навіть охопити мережу окремих дисциплін, котрі вирости на стовбурі дерева екологія. І цей процес триває.

Реймерс Н. (1994) вважає, що галузі екології склались не з однаковою повнотою, за обсягом вони дуже різноманітні. Виникають все нові гілки. На сьогодні їх кількість приблизно 50.

Найбільш загальні екологічні проблеми включають в загальну екологію, а їх частину – в математичну або теоретичну екологію.

Відомий і інший підхід проникнення математики в екологію, назвемо його математизацією екології – широке застосування математичних методів у наукових дослідженнях. Це є дуже корисний і цікавий методичний прийом в екології і природокористуванні, але доцільний лише в допустимих межах без надання методиці рис сумнівної універсальності.

Моделювання – метод дослідження складних об'єктів явищ і процесів шляхом їх спрощеного імітування (натурального, математичного, логічного, картографічного). Ґрунтується на теорії подібності.

Отже, **моделювання стану довкілля** – це наука, що вивчає кількісні закономірності та взаємозв'язки еколого-географічних об'єктів і процесів за допомогою статистично-інформаційних, математико-картографічних методів та моделей.

Моделювання стану довкілля є інструментом, який дозволяє перейти від якісного рівня аналізу до рівня, що використовує кількісні статистичні значення величин.

Моделювання стану довкілля є дисципліною, що поєднує в собі загальну екологічну теорію, математичну екологію, екологічну та математичну статистику, географію та картографію й інформатику.

Моделювання стану довкілля як самостійна наукова дисципліна є основним методом екології, як метод практичного чи теоретичного визначення екологічного стану окремих компонентів навколишнього природного середовища, антропогенного навантаження та пов'язаних з ними екологічних ситуацій, екологічного ризику та дозволяє визначити обсяги зменшення тиску на довкілля.

23.2. Структура ОМСД

Стосовно структури ОМСД цей поділ є дуже умовний, він здійснюється двома способами:

- шляхом поділу ОМСД на окремі підрозділи з метою подальшого членування на наукові дисципліни;

- шляхом групування (класифікації) наукових дисциплін певної групи.

У *структурі ОМСД* слід виділити п'ять блоків основних дисциплін, а також групу суміжних дисциплін.

Блок основних дисциплін:

- екологія;

- математика;

- інформатика;

- статистика;

- картографія.

Екологія. Блок ОМСД, який є центральним серед п'яти блоків основних дисциплін. У складі екології виділяють чотири групи наукових дисциплін: загальну екологію, геоекологію, соціоекологію, екологію людини.

Математика. “Галузеві” складові частини цієї підсистеми такі: “Математична статистика”, “Теорії імовірності”, “Математичного програмування”, “Лінійна алгебра”, “Систем нелінійних рівнянь” та ін.

Інформатика. Найбільш молодий напрям досліджень, становлення якого пройшло в основному в кінці ХХ сторіччя. В її складі виділяють “Інформаційні технології”, “Геоінформатику” та ін.

Статистика. Блок має такі основні напрями: “Загальна теорія статистики”, “Статистика галузей господарств”, “Статистичні методи у природоохоронній діяльності”.

Картографія. Тут виділяють складові: “Картографія”, “Тематична картографія”, “Картографічне моделювання” та ін.

Група суміжних дисциплін охоплює науки, що вивчають екологічні проблеми. Це біогеографія, природокористування, економічне природокористування та ін.

23.3. Зв'язки ОМСД

Кожна наука займає специфічне, властиве тільки їй місце в системі наукового знання. Прийнято вважати, що ОМСД знаходиться на межі п'яти наукових сфер. ОМСД найбільш пов'язані з такими науками: фізикою, математикою, хімією, біологією, географією, економікою, соціологією, статистикою.

Між науками існують наступні види зв'язків: генетичні, інформаційні, за спільним вивченням певних об'єктів, за використанням однією наукою теоретичних положень і методичного апарату іншої, організаційні та ін.

За *генетичною єдністю* тісно пов'язані з загальною екологією, статистикою, математикою, інформатикою, картографією.

Інформаційні зв'язки існують із цілим комплексом наук, що знаходяться в полі зору процесу їх екологізації. Між цими науками встановлюються зв'язки між собою шляхом спільного дослідження конкретних об'єктів.

Використання однією наукою теоретичних положень, понять, методичних засобів іншої. Це найбільш характерно для ОМСД. Наприклад, використання методів математичної статистики для статистично-інформаційного моделювання.

Організаційні зв'язки між науками полягають у тому, що кілька (дві, три чи більше наук) розвиваються в одних установах за єдиним планом. Оскільки, ми знаємо, що моделі інколи бувають дуже складними, тому вони вимагають праці цілих колективів.

ОМСД має зв'язки з філософією, логікою, позаяк використовує їхні методологічні засоби для побудови його понятійно-термінологічного апарату, систему умовиводів, використання аксіоматико-дедуктивного числення і взагалі побудови ОМСД.

23.4. Функції ОМСД

Основні функції ОМСД наступні:

1) визначити граничні стани соціоекосистем, межі, які не можна переходити у впливі на оточуюче середовище, за якими починається незворотне руйнування механізмів саморегуляції природних систем;

2) сформулювати проблемну картину майбутнього у взаємовідносинах з оточуючим середовищем, тобто тих труднощів, з якими може зіткнутися людина у взаємодії з природою в майбутньому;

3) дати найбільш повний перелік альтернатив у розвитку локальних, регіональних та глобальних соціоекосистем, побудувати моделі можливого майбутнього;

4) сформулювати набір альтернативних цілей розвитку людської цивілізації, які б врахували не лише безпосередні потреби суспільства, а й “запити” природи.

23.5. Основні принципи математичного та імітаційного моделювання

При розробленні і застосуванні математичних та імітаційних моделей для вивчення різноманітних природних систем і процесів, зокрема закономірностей розвитку живих систем та окремих організмів і популяцій, керуються загальними принципами і методами математичного моделювання і прогнозування.

Однією з основних складових наукової методології дослідження природи є побудова та використання різних моделей (лат. *modulus* — зразок) — зображень (уявлень, понять) об’єкта, процесу або системи в певній формі, що відрізняється від форми їх реального існування.

Люди завжди використовували концепцію моделі, прагнули за її допомогою уявити і виразити як абстрактні поняття (ідеї), так і реальні об'єкти (явища). Формування поняття «модель» та розроблення різних моделей завжди відігравали значну роль у духовній, культурній та практичній діяльності суспільства, особливо з тих часів, коли воно почало прагнути до розуміння процесів і явищ, що відбуваються в навколишньому природному середовищі.

Ефективними формами моделювання є математичне та імітаційне моделювання, які відображають найістотніші особливості реальних об'єктів, процесів, явищ і систем, що вивчаються різними науками, в т. ч. біологією та екологією.

Математичне моделювання — метод дослідження явищ, процесів або систем шляхом вивчення їх математичних моделей (тобто сукупності рівнянь, які описують об'єкт дослідження).

Створити математичну модель реального процесу або явища в повному розумінні цього поняття не завжди вдається, тобто не завжди можливо строго математично описати реальний об'єкт, процес, явище, тобто реальну систему. Подолати цю проблему допомагає імітаційне моделювання.

Імітаційне (лат. imitatio — наслідування) моделювання — метод вивчення складних систем шляхом дослідження їх математичних моделей за допомогою комп'ютера.

Імітуючи різні умови функціонування систем шляхом зміни значень коефіцієнтів у рівняннях, визначають величини, що характеризують поведінку систем. Будуючи математичну модель, насамперед потрібно пам'ятати, що це можливо тільки за допомогою певних, кількісно строго визначених величин, які в процесі дослідження можуть змінюватись або залишатись незмінними (константами). Тому перед побудовою математичної моделі або застосуванням вже відомих математичних методів і моделей,

необхідно розчленити об'єкт дослідження на елементи (компоненти), які характеризують найістотніші властивості об'єкта (процесу, явища). Потім кожному елементові утвореної у такий спосіб системи ставлять у відповідність певну кількісну величину. Внаслідок цього одержують абстрактну систему взаємопов'язаних елементів (компонентів), яка представляє ту реальну систему або об'єкт, котру досліджують. Процес (процедуру) побудови такої абстрактної спрощеної системи називають математичною формалізацією реального об'єкта, явища або системи. Побудована абстрактна система і є моделлю реальної системи. Однак це ще не математична модель в повному розумінні цього поняття. Необхідно встановити зв'язки між окремими елементами системи та між елементами системи і середовищем, в якому функціонує ця система. На етапі встановлення кількісних зв'язків і співвідношень між елементами побудованої системи (моделі) застосування математичних методів можна вважати традиційним. Широко використовують методи математичної статистики і побудови емпіричних формул, менше — комбінаторний і логічний аналіз. Статистичний аналіз давно застосовують майже в усіх описових науках, а тим паче — в біологічних та екологічних дослідженнях.

Суть імітаційного моделювання полягає в тому, що модель реальної системи будують спочатку словесно (вербально), концептуально, а потім для формалізації і математичного опису моделі залучають усі існуючі методи, включаючи методи інформатики, системного аналізу і математичного моделювання. Основною умовою побудови імітаційної моделі є застосування сучасних персональних комп'ютерів (ПК). Побудова імітаційної моделі не вимагає обов'язкового повного (строгого) математичного опису реальної системи чи процесу. У такому разі більше значення має різна додаткова інформація про реальний об'єкт дослідження, яку одержують унаслідок його вивчення за допомогою лабораторних та інших нематематичних методів і яку не можна передати точними математичними виразами або рівняннями. Саме неповнота математичного опису реального об'єкта зумовлює принципову

відмінність імітаційної моделі від математичної моделі в традиційному розумінні. До моделювання залучається інтуїція науковця, дослідника чи спеціаліста, які працюють в діалоговому режимі з персональним комп'ютером. Отже, поступаючись у точності математичного опису елементів реальної системи, імітаційна модель більш інформативна та має ширше практичне застосування. З огляду на це твердження будь-яку математичну модель, що успішно використовується для розв'язання складних практичних завдань і проблем, можна називати імітаційною моделлю (ІМ), або імітаційною математичною моделлю (ІММ).

Використовують багато способів і прийомів математичного моделювання, при цьому в назві математичної моделі часто відображають назву математичного методу, застосованого при її побудові, наприклад, розрізняють моделі дискретні й неперервні, детерміністичні й стохастичні, аналогові й символічні та ін.

Класифікують моделі за характером використання початкової інформації, типом (видом) математичного методу, ступенем адекватності моделі і реальної системи, рівнем конкретизації об'єкта, за характером опису ними просторових характеристик (властивостей) реальної системи.

Моделями із зосередженими значеннями (параметрами), або точковими, називають моделі, в яких просторові характеристики природної системи не враховуються, тобто ці моделі описують такі характеристики (параметри), які залежать тільки від часу. Моделями з розподіленими значеннями (параметрами) називають моделі, в яких враховують зміни характеристик не тільки в часі, а й у просторі, тобто шукані характеристики (параметри) залежать як від часу, так і від точки простору. Для теоретичних досліджень найперспективнішими є детерміновані моделі з розподіленими параметрами. Однак варто ширше реалізовувати можливості простих концептуальних моделей, особливо тих, що фізично обґрунтовані. Прості

моделі в практичному застосуванні є мобільнішими, хоча вони й не здатні відтворювати весь можливий спектр природних умов.

Більшість математичних моделей, що використовуються в різних галузях природничих і суспільних наук, можна поділити за критерієм використовуваних методів ще на такі великі класи: математичні, або аналітичні моделі і імітаційні, або системні моделі.

Вважають, що в математичних моделях використовують переважно аналітичні методи, зокрема апарат сучасного математичного аналізу та інших розділів математики, а в імітаційних моделях застосування засобів інформатики і сучасних ПК є основним і принципово обов'язковим елементом дослідження. На рис. 1.1 схематично зображено класифікацію математичних моделей (В. Федоров, Т. Гільманов).



Рис. 1.1. Класифікація математичних моделей

Чітко розмежовувати види моделювання складно, оскільки в математичних (аналітичних) моделях часто доводиться використовувати

чисельний експеримент із застосуванням ЕОМ, а в імітаційних (системних) моделях неможливо обійтися без аналітичного розв'язування поставленої задачі (на рис. 1.1 ці зв'язки показано пунктирними стрілками). Тому протиставляти математичне та імітаційне моделювання не можна. Навпаки, конкретні математичні моделі, в т. ч. й аналітичні, є основою (базою), на якій можна успішно побудувати імітаційну модель, спроможну допомогти під час дослідження складних екологічних систем з метою виявлення найзагальніших і найважливіших закономірностей розвитку організмів, популяцій та угруповань як основних елементів цих систем. Тому, коли будь-яка математична модель використовується для чисельного (імітаційного) експерименту або для відтворення і прогнозування реальних явищ, ситуацій, процесів або систем, йдеться про успішне використання імітаційного математичного моделювання в практиці наукових досліджень.

Як правило, під час дослідження конкретного процесу або явища природи можна побудувати кілька математичних (імітаційних) моделей. Кожна з них матиме певний теоретичний рівень, що характеризує її узагальненість та адекватність реальній системі, яку вона описує. Цей рівень передусім залежить від знань про об'єкт, процес або явище, для яких розробляють модель, та від рівня кваліфікації фахівця (математика, фізика, біолога) — розробника математичної моделі. Крім цього, на рівень імітаційного математичного моделювання значною мірою впливають потужність ПК та його математичне забезпечення. Моделі не можуть бути одночасно і достатньо адекватними (реалістичними), і загальними (теоретичними). З найзагальніших математичних моделей, що описують широкий клас процесів і явищ, можна вивести (одержати) часткові математичні моделі, які описують уже конкретніші, вужчі сукупності явищ, що характеризуються додатковими зв'язками. У такий спосіб будують моделі різних рівнів, причому кожна модель нижчого рівня повинна бути погоджена з моделлю вищого рівня. Класичним прикладом математичних моделей

високого рівня є закони збереження в механіці й фізиці: закон збереження маси, закон збереження енергії, закон збереження кількості руху та ін.

Процес побудови математичної чи імітаційної моделі не може бути чітко формалізованим та алгоритмізованим. Він завжди містить як елементи формалізації, відомих правил, законів і алгоритмів, так і елементи творчості й інтуїції, а отже, створює нові правила, підходи, алгоритми.

Найзагальнішим правилом побудови імітаційної математичної моделі є процес послідовних наближень (спосіб ітерацій), який полягає в тому, що при розробленні моделі на кожному етапі її уточнення враховують результати розрахунків за попереднім варіантом моделі, які порівнюють як з уже накопиченою інформацією або відомими даними експериментів чи натурних спостережень, так і з новою інформацією та даними про моделюючу систему. В процесі порівняння результатів моделювання з даними натурних спостережень або лабораторних експериментів визначають числові значення параметрів, що входять до математичних моделей і мають певний фізичний зміст (у статистичних моделях такі параметри не мають фізичного змісту — тобто здійснюють верифікацію, або калібровку, математичної (імітаційної) моделі. Завдання полягає в тому, щоб визначити (дібрати) числові значення невідомих параметрів моделі так, щоб різниця між даними натурних спостережень і розрахунковими значеннями була мінімальною. Модель вважають верифікованою (каліброваною) в тому разі, коли результати розрахунків двох послідовних наближень збігаються із заданою точністю. Вважають, що найвагомніше значення для екології мають два види знакових моделей: математичні й концептуальні (Федоров, 1980).

Концептуальна модель є формалізованим, систематизованим і строго обґрунтованим варіантом традиційного словесного (вербального) опису реальної системи чи об'єкта (явища, процесу). Таке уявлення складається з науково обґрунтованого тексту, який обов'язково супроводжується схемами, графіками, таблицями та іншим ілюстративним матеріалом, в якому

використовують певні знаки, букви і символи. Термін «концептуальна модель» наголошує, що основне призначення цієї моделі — вираження чіткої концепції, підходу, обґрунтування й узагальнення всіх знань, уявлень і даних натурних спостережень про реальну систему, яку вивчають і для якої планують побудувати математичну модель. Наприклад, у межах енергетичної концепції відповідні концептуальні моделі набувають форми блок-схем трофічних зв'язків і потоків речовини в екосистемі або біоценозі.

Перевагами концептуальних моделей є системність, інформативність, універсальність, обґрунтованість, узагальненість та ін. Однак вони мають також і недоліки, основним з яких є неоднозначність трактування певних положень і неможливість опису процесів у динаміці. Тому найціннішими і найефективнішими є математичні моделі.

Питання для самоконтролю:

1. Предмет та задачі моделювання стану довкілля.
2. З якими науковими дисциплінами тісно пов'язано моделювання стану довкілля?
3. Поясніть в чому полягають особливості моделювання стану довкілля.
4. В чому полягає суть імітаційного моделювання?
5. За якими принципами класифікують математичні моделі?

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати самостійно теми та представити реферати «Історія виникнення наукових основ моделювання і прогнозування стану довкілля»; «Сучасні підходи до моделювання соціоекосистеми».

Лекція № 24

Тема: «Види моделей та їх класифікація»

План

- 24.1. Моделювання як методологія пізнання
 - 24.1.1. Моделювання і споглядання
 - 24.1.2. Основні засади теорії подібності
 - 24.1.3. Аналогія. Екскурс в історію поняття
 - 24.1.4. Метод актуалізму
- 24.2. Види моделювання
 - 24.2.1. Предметне моделювання
 - 24.2.2. Знакове моделювання
- 24.3. Характеристики моделей
- 24.4. Особливості моделювання в екології
 - 24.4.1. Основні фактори що враховуються при екологічному моделюванні
 - 24.4.2. Принципи екологічного моделювання

24.1. Моделювання як методологія пізнання

24.1.1. Моделювання і споглядання

Поняття моделі. Усяке пізнання, у тому числі наукове, починається з простого споглядання, у процесі якого накопичується емпірична інформація про об'єкт досліджень. Просте споглядання дає змогу описати зовнішні прояви

феномену, за яким ведеться спостереження; проте цей спосіб пізнання рідко коли дозволяє проникнути глибоко в сутність речей, тобто зрозуміти природу й пізнати закономірності тих прихованих внутрішніх процесів, що спричинюють зміну форми існування об'єкта.

З цих причин у випадку дослідження явищ природи і людського суспільства, що розвиваються за складними й заплутаними законами, просте споглядання не дозволяє зробити надійний довгостроковий прогноз поведінки об'єкта спостереження і його реакції на зовнішні впливи. Для глибокого пізнання таких явищ часто виявляється доцільним розкласти його, принаймні подумки, на окремі складові — прості субпроцеси — й вивчити властивості кожної з них окремо. Такий метод пізнання називають *аналізом об'єкта*.

З іншого боку, явище природи чи суспільства, розкладене на складові частини, вже не може бути тотожним самому собі через неодмінну втрату зв'язку між субпроцесами. Відповідно, одного аналізу об'єкта досліджень не досить для точного, детального передбачення законів його майбутнього розвитку. Для того, щоб вивчити явище (об'єкт) достатньою мірою, необхідно зрозуміти взаємини окремих його складових одне з одним, тобто знову з'єднати їх подумки в одне ціле і відтворити вихідне явище в цілому. Цю процедуру називають *синтезом об'єкта досліджень*.

Якщо в процесі розчленовування об'єкта на прості субпроцеси знехтувати тією частиною з них, які не істотні для формування тих чи інших його характеристик, то після повторного синтезу ми одержимо вже новий об'єкт, що

відрізняється певним чином від початкового об'єкта — так званого прототипу.

Об'єкт пізнання, отриманий у результаті аналізу і синтезу об'єкта-прототипу, називають *моделлю об'єкта дослідження*.

Очевидно, що модель завжди простіша за прототип, оскільки внаслідок розчленування його на компоненти частиною зв'язків і компонентів, що вважаються малозначними, свідомо нехтують, піклуючись лише про збереження найважливіших із них. Вивчивши властивості спрощеної моделі, переносять основні з них на об'єкт-прототип. Зіставляючи далі висновки досліджень моделі з результатами спостереження за прототипом, роблять відповідні висновки про *адекватність (ступінь тотожності) моделі й прототипу*, в разі потреби коригуючи модель за наслідками такого зіставлення.

Моделювання — це метод дослідження реальних і абстрактних об'єктів-прототипів на умовних образах, схемах, фізичних об'єктах, що відрізняються від прототипу, але аналогічні йому за будовою чи типом поведінки, із застосуванням методів аналогії, теорії подібності й теорії обробки даних експерименту.

Моделювання сьогодні є одним з головних способів, головною методологією пізнання людиною суті природних та суспільних явищ різного рівня складності. Цей метод набув повсюдного поширення у ХІХ-ХХ ст.; його можна зустріти в усіх галузях науки і техніки. Особливо широкого поширення він набув у зв'язку з розвитком обчислювальної техніки, що дала змогу створювати комп'ютерні моделі. Яскравим

прикладом таких моделей є загальновідома "віртуальна реальність".

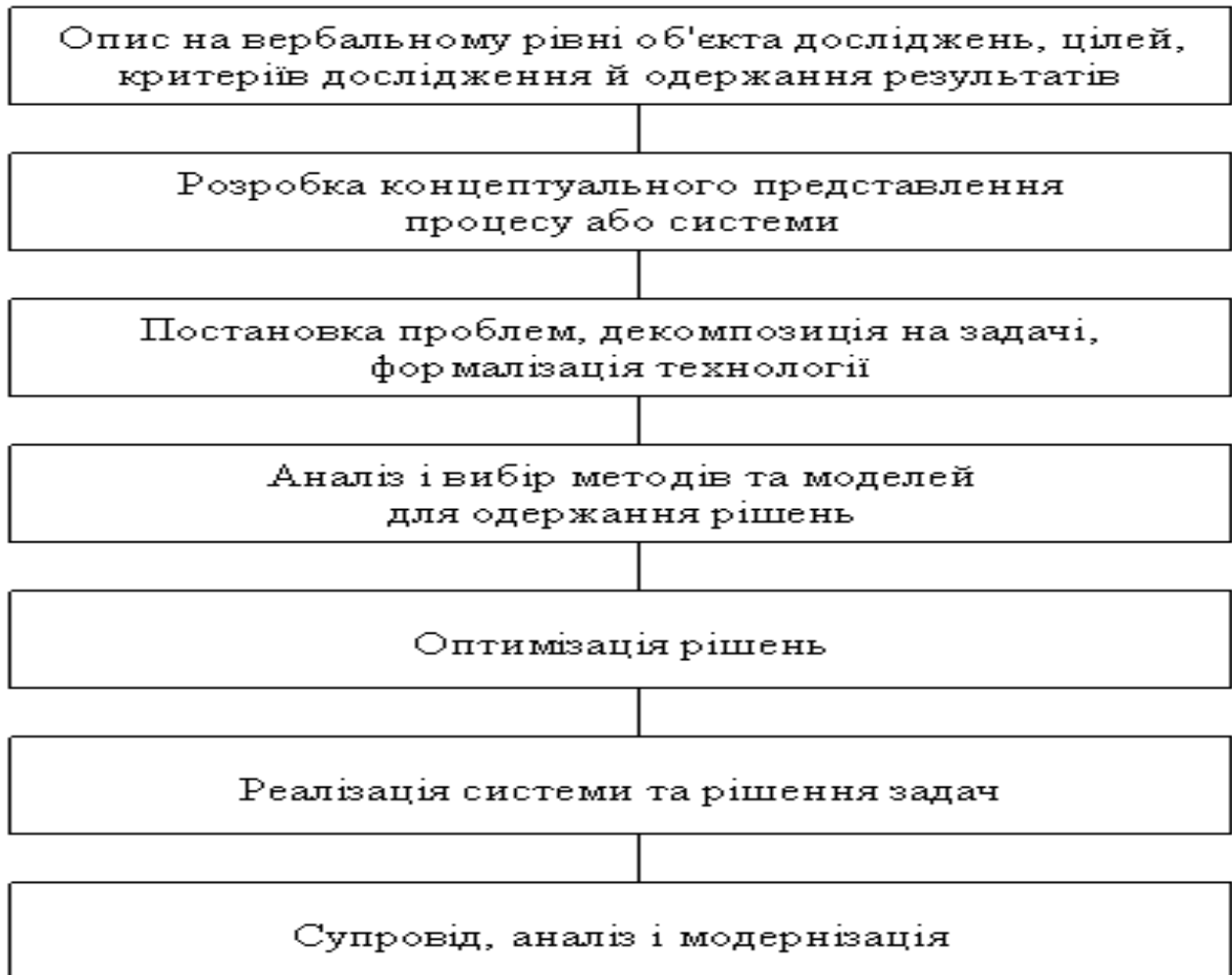


Рисунок 24.1 – Процес моделювання

24.1.2. Основні засади теорії подібності

В основі методу моделювання лежать принципи подібності та математичної аналогії, що складають фундамент однойменних теорій. Говорять, що два явища подібні, якщо за відомими характеристиками або параметрами одного з них можна отримати відповідні характеристики іншого шляхом

простого перерахунку, оснований на прямій пропорційній залежності.

Такий перерахунок аналогічний перерахунку числових значень фізичних величин при переході від однієї системи одиниць фізичних величин до іншої, тому для доведення подібності процесів та обґрунтування методики отримання результатів моделювання часто використовують уявлення теорії розмірності.

Розглянемо основні положення цієї теорії.

Найважливішими поняттями теорії розмірності є поняття розмірних і безрозмірних величин.

Фізичну величину називають *розмірною*, якщо її числове значення залежить від вибору основних величин та їх одиниць, що утворюють дану систему одиниць фізичних величин.

Така залежність з'являється, зокрема, тоді, коли числове значення даної фізичної величини отримують шляхом порівняння її розміру з розміром відповідної одиниці, що входить до складу системи. Прикладами розмірних фізичних величин є довжина, час, маса і т. ін. Величини такого типу вимірюють в абсолютних одиницях — відповідно, в метрах, секундах, кілограмах, тощо.

Кожна розмірна величина має свою власну розмірність — характеристику, що відображує якісний зв'язок її одиниці з основними одиницями даної системи одиниць фізичних величин.

Величини, значення яких принципово не залежать від вибору основних величин та їх одиниць, називають *безрозмірними*.

Безрозмірні величини вимірюють у так званих відносних одиницях або їх частках — процентах, проміле, тощо. Безрозмірними величинами є, наприклад, відношення двох однойменних за розмірністю величин. Зокрема, такою величиною є вагова концентрація — вагова частка певної речовини у даному її розчині. Безрозмірні величини також можуть бути утворені як деяка комбінація певних ступенів декількох (трьох і більше) величин різної розмірності.

Оскільки значення безрозмірних величин не залежать від вибору системи одиниць, то найкраще закономірності процесів аналізувати саме у безрозмірній формі. Обґрунтуванням цього підходу служить так звана *π-теорема Букінгема*. Згідно з нею, зв'язок між n розмірними величинами, незалежний від вибору системи одиниць вимірювань, може бути поданий у формі $n - k$ безрозмірних комбінацій розмірних величин, де k — число незалежних розмірностей.

Зокрема, якщо число основних величин уданій системі одиниць дорівнює числу незалежних величин (a_1, a_2, \dots, a_n) , що визначають шукану величину X , то така залежність визначається на основі теорії розмірності у вигляді формули:

$$X = C a_1^{\xi_1} a_2^{\xi_2} \dots a_n^{\xi_n} \quad (24.1)$$

де безрозмірна величина C визначається або теоретично, або експериментально, а показники розмірності $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, n$

знаходять з умови, що розмірність правої частини рівняння збігається з розмірністю лівої.

Для доведення подібності процесів досить показати, що всі незалежні безрозмірні комбінації характеристик одного з них дорівнюють аналогічним комбінаціям характеристик іншого.

Система всіх незалежних безрозмірних комбінацій характеристик процесу складає базу процесу. Отже, для доведення подібності процесів необхідно і достатньо довести тотожність числових значень безрозмірних комбінацій, які утворюють базу. Тому такі комбінації називають *критеріями подібності*.

Наведемо наступний приклад.

При детермінованій постановці задачі повний математичний опис динамічної системи, тобто системи, здатної безперервно змінюватися, розвиватися, дається у вигляді системи диференціальних рівнянь, що можуть доповнюватися умовами однозначності (граничними та початковими умовами, умовами розподілення параметрів, тощо). Умови однозначності виділяють одну конкретну задачу із множини еквівалентних задач, що відображають процеси даного типу.

В такому випадку математична подібність моделі та прототипу передбачає можливість досягнення повної тотожності відповідних диференціальних рівнянь і умов однозначності, що описують ці два процеси, шляхом помноження всіх величин, характеристик процесів, на певні масштабні коефіцієнти, так, щоб у наслідку отримані рівняння

й умови не містили жодної розмірної величини. Про можливість досягнення такої тотожності говорять як про ізоморфізм систем диференціальних рівнянь й умов однозначності подібних процесів.

24.1.3. Аналогія. Екскурс в історію поняття

Термін "*аналогія*" у перекладі з грецької означає подібність предметів або явищ у яких-небудь властивостях. Це поняття було введено Аристотелем. Аристотель розглядав її спочатку як функціональну і морфологічну подібність органів у різних організмів. Пізніше Евклід визначив аналогію як подібність відносин.

Аналогія дозволяла робити умовиводи там, де логіка виявлялася неспроможною на це через брак достовірних знань. Вона давала поштовх інтуїції, яка допомагає проникненню думки в сферу незвіданого і стає підґрунтям для наукових відкриттів. Демокрит і Левкіп намагалися зрозуміти структуру макрокосму, тобто Всесвіту, проводячи аналогію між ним і мікрокосмом (зокрема спостерігаючи рух порошин у повітрі); Стробон зробив висновок про рухливість земної кори, про те, як піднімаються й опускаються материки, спостерігаючи за припливами і відливами, зникненням і появою острівців.

Пізніше Аристотель і Платон поділили аналогію на якісну і кількісну.

Якісна аналогія — це подібність будови і функцій органів у рослин і тварин.

Кількісна аналогія — це подібність відносин, зв'язків.

Широке поширення метод аналогії одержав у епоху Відродження. Мікеланджело й інші італійські архітектори широко використовують моделі споруд. Галілео Галілей і Леонардо да Вінчі у своїх теоретичних роботах не тільки користуються моделями, але й з'ясовують межі їх застосовності.

Вагомий внесок у теорію моделей, а саме — в розробку логічних основ моделювання і теоретичного обґрунтування застосовності моделей вніс І.Ньютон, який став користуватися цим методом для потреб науки і техніки вже цілком свідомо. Так Ньютон, вивчаючи механічний рух тіл, застосував аналогію для відкриття закону подібності механічного руху, поширивши метод моделювання не тільки на просторові, але і на часові відносини.

Таким чином, ще в античні часи та у середньовіччі були встановлені, вироблені правила переносу інформації з аналога на оригінал (прототип). Зокрема, наявність подібності в тому чи іншому вигляді визнавалася як підстава для переносу інформації з моделі на прототип.

Відзначимо, що метод аналогії здебільшого дає інформацію гіпотетичного характеру. Достовірні знання одержують на цьому шляху тільки в математиці, тобто для абстрактних об'єктів (метод повної математичної індукції).

24.1.4. Метод актуалізму

Метод актуалізму полягає в перенесенні результатів спостереження над сьогодишніми об'єктами на аналогічні або тотожні об'єкти в минулому. Основу цього методу заклав Лайль. Він вивчав можливість перенесення результатів спостереження над геологічними процесами в сьогоденні на геологічні явища в минулому. Розвиваючи цей напрямок, Лайль дійшов висновку, що об'єкт може бути визнаний моделлю оригіналу тільки при наявності таких умов:

- проведення аналогії;
- для зменшених копій;
- для уявного експерименту;
- установлення подібності процесів (подібності відносин у процесах).

Об'єкт, тотожний оригіналу, не можна назвати моделлю

24.2. Види моделювання

Класифікацію моделей та видів моделювання ведуть кількома шляхами:

- за ознаками моделей;
- за ознаками оригіналів;
- за рівнями моделювання (мікросвіт, макросвіт тощо); та іншими ознаками.

Зокрема, за ознаками моделей розрізняють, у першу чергу, предметне та знакове моделювання.



Рисунок 24.2 – Класифікація моделей

24.2.1. Предметне моделювання

Предметне моделювання — це вивчення властивостей оригіналу на конкретній матеріальній моделі, що відтворює основні геометричні, фізичні, динамічні і функціональні властивості оригіналу.

Різновидами предметного моделювання є:

- аналогове моделювання;
- фізичне моделювання.

Аналогове моделювання — це вид предметного моделювання, заснований на використанні аналогії (точніше — ізоморфізмі) явищ, що мають різну фізичну природу, але описуються однаковими математичними рівняннями.

Приклади аналогового моделювання:

а) наочне моделювання коливальних процесів, що відбуваються в електричному коливальному контурі, на прикладі математичного маятника, що рухається у в'язкому середовищі;

б) моделювання особливостей процесу теплопровідності шляхом його імітації дифузійними процесами;

в) дослідження законів розвитку популяцій вищих організмів на основі вивчення закономірностей розмноження колоній мікроорганізмів, комах, гризунів тощо.

Фізичне моделювання — це вид предметного моделювання, заснований на вивченні моделі, що має однакову фізичну природу з оригіналом.

В основі фізичного моделювання лежить **теорія подібності**. Цей вид моделювання широко застосовується в екології, коли в силу тих чи інших причин не можна проводити експерименти в природних умовах, тобто на оригіналі. (Наприклад, неприпустимо визначати ГДК речовин в експериментах на людині; спостереження за рибами в акваріумі обходиться набагато дешевше, ніж підводний дослідницький комплекс у річці чи озері).

Приклади предметного моделювання:

а) випробування зменшених моделей літаків, автомобілів тощо в аеродинамічній трубі;

б) застосування тераріумів, акваріумів, штучних басейнів тощо для вивчення закономірностей розвитку популяцій тих чи інших живих організмів, взаємин між ними, впливу на них різноманітних чинників.

24.2.2. Знакове моделювання

Знакове моделювання — це моделювання на знакових утвореннях: схемах, графіках, кресленнях, аналітичних формулах, графах, словах і реченнях природних та штучних мов.

Знакова модель — це абстрактний опис того чи іншого конкретного явища, який дозволяє виявити ключові процеси, що визначають поведінку певної системи та її характеристики на різних рівнях організації, і прогнозувати ті чи інші тенденції розвитку явища, залежно від точності моделі.

Найважливішими різновидами знакового моделювання є:

— математичне моделювання;

— стохастичне моделювання;

— графічне моделювання.

Математичне моделювання здійснюється засобами математики і логіки, у тому числі за допомогою ЕОМ, і призначене для імітації або оптимізації явищ і процесів, що

мають детермінований (визначений) характер. Логіко-математичні моделі можуть бути подані у вигляді програми для ЕОМ.

Стохастичне моделювання базується на застосуванні апарату теорії ймовірності та математичної статистики і використовується для аналізу складних явищ, що мають випадковий характер. Мета стохастичного моделювання — вивчення імовірнісних характеристик таких явищ.

Графічне моделювання будується на застосуванні різноманітних схем, графіків, креслень для надання моделям наочності.

Уявне моделювання не використовує чітких знакових систем, а оперує модельними образами. Воно є неодмінною умовою будь-якого пізнавального процесу на початковій його стадії.

Єдину класифікацію знакових моделей ввести важко внаслідок розмаїття їх ознак.

За рівнем формалізації розрізняють:

а) неформалізовані (прості) знакові моделі:

— уявні;

— словесні;

— графічні;

б) формалізовані знакові моделі:

— математичні;

— стохастичні та статистичні.

Прості неформалізовані моделі можуть давати тільки якісний прогноз (прогноз тенденцій).

Формалізовані моделі дають кількісний, а тому більш надійний прогноз.

Наприклад, чисельність популяції комах одного певного виду прогнозується досить просто, що дозволяє одержувати певну економічну вигоду від використання формалізованих моделей, наприклад, якщо мова йде про комах-шкідників.

За *способом побудови моделі* їх поділяють на:

а) статистичні, засновані на математичній обробці масиву статистичних даних з метою встановлення неперервних інтерполяційних просторово-часових залежностей контрольованих параметрів без виявлення причин тих їх змін, що спостерігаються;

б) балансові, в яких шляхом формалізації явища розраховуються зміни кількості речовини або енергії на виході системи залежно від зміни вхідних параметрів і властивостей самої системи.

За *метою побудови* моделі поділяють на:

а) імітаційні, метою яких є прогнозування змін у системі, спровокованих заданими початковими впливами, або просте споглядання за динамікою розвитку екологічного процесу;

б) оптимізаційні, метою яких є визначення оптимальних значень вхідних параметрів системи та необхідних антропогенних впливів, що забезпечують досягнення бажаних змін у системі-прототипі.

За *рівнем деталізації* умов існування системи вирізняють:

- а) статичні та стаціонарні моделі (для незмінних у часі умов);
- б) динамічні моделі (для систем, що розвиваються);
- в) моделі з розподіленими параметрами (для систем з неоднорідними умовами існування);
- г) моделі із зосередженими параметрами (для вивчення інтегральних характеристик систем).

24.3. Характеристики моделей

Моделі оцінюють за такими параметрами:

- а) *реалістичність* — ступінь якісної адекватності математичної моделі екологічному об'єкту, що описується нею; тобто ця характеристика показує, наскільки якісні властивості даного математичного твердження відповідають словесному опису екологічного об'єкта;
- б) *точність* — здатність моделі прогнозувати кількісні зміни в системі або відтворювати (імітувати) дані, на яких вона будується;
- в) *загальність* — діапазон застосовності моделі для опису різних за змістом екологічних об'єктів, явищ і ситуацій.

24.4. Особливості моделювання в екології

Моделювання є одним з головних засобів пізнання в екології. На цей час тут широко використовуються такі методи, як:

- натурно-експериментальне моделювання;
- математичне (утому числі числове) моделювання;
- системне моделювання.

Першими математичними моделями були роботи В. Вольтерра й А. Лоткі: математична теорія динаміки популяцій, модель "хижак — жертва" (20-і — 30-і роки ХХ ст.). У 50-і роки Е. Кернер створює так звану "статистичну механіку біологічних асамблей" (для складних біоценозів з великим числом взаємодіючих видів). Надалі у зв'язку з великими труднощами математизації складних біологічних і екологічних об'єктів були взяті на озброєння методи кібернетики (системне моделювання).

24.4.1. Основні фактори, що враховуються при екологічному моделюванні

Основні фактори, що враховуються при моделюванні екологічних систем, можна підрозділити на такі дві групи:

а) фактори зовнішнього впливу:

- кліматичні зміни (температура, опади тощо);
- антропогенне втручання і таке ін.;

б) внутрішні фактори:

- конкуренція;
- паразитизм;
- хижацтво;
- захворюваність та її поширення;
- трофічні ланцюги.

При цьому потрібно враховувати, що вплив таких факторів характеризується наявністю:

- ефекту запізнення;
- кумулятивного ефекту;
- граничних ефектів.

Як правило, математичний опис впливу факторів зв'язаний з великою кількістю взаємозалежних змінних, зв'язаних між собою нелінійними співвідношеннями, що сильно ускладнює задачу і вимагає застосування ЕОМ.

24.4.2. Принципи екологічного моделювання

При побудові моделей екологічних процесів застосовують наступні основні принципи.

1) Принцип системності.

Внаслідок пересиченості екосистем зв'язками екологічні об'єкти являють собою єдину систему. З цієї причини в

екології виявилось необхідним злиття методів системного аналізу і математичного моделювання. Це призвело до створення інтегрального методу системного моделювання — вищого етапу в розвитку екологічного моделювання.

Принцип системності полягає в усвідомленні цілісності об'єктів світу, їхньої стійкості, взаємодії із зовнішнім світом тощо; інший аспект цього принципу — динамічна багатогранність, єдність якості й кількості, теорії та практики.

2) *Принцип єдності структурності та ієрархічності.*

Фундаментальна риса екосистем — наявність у них складних ієрархічних структур. Звідси випливає вимога єдності структурності й ієрархічності системних екологічних моделей. Відповідно виникає проблема структурування моделі, тобто виділення істотних підсистем і елементів із сукупності всіх зв'язків і компонентів.

Звичайно систему організують найбільш залежні одне від одного елементи (підсистеми). Інші впливають на поведінку системи слабо, а через їхню велику їх можна розглядати як інтегровані зовнішні чи внутрішні фактори впливу.

3) *Принцип багатомодельного опису.*

Через динамізм і складність екологічних об'єктів, що виникають у результаті множинності мети антропогенного втручання, на сьогодні немає можливості побудови єдиної теорії соціоекосистеми в класичному розумінні, тобто як дедуктивної моделі, з якої можна вивести всі можливі наслідки. Тому наука йде по шляху створення множинних взаємодоповнюючих моделей.

4) *Принцип єдності формалізованого і неформалізованого опису.*

Досвід перших глобальних моделей розвитку світової соціоекосистеми, побудованих за замовленням Римського клубу, показав: єдиного формалізованого (математичного) опису недостатньо для адекватного моделювання соціоекосистеми. Для цього необхідно враховувати неформальні фактори і доповнювати формалізований опис (з позицій історичного, психологічного та ін. підходів) неформалізованим описом.

5) *Принцип визнання фундаментальності екологічних процесів.*

Екологічні процеси неможливо звести до простої сукупності біологічних, фізичних, економічних процесів, оскільки всі вони тісно переплетені між собою. У цьому переплетенні виникають нові, екологічні закономірності. Звідси випливає самостійна значимість екологічних цінностей.

6) *Принцип єдності теорії та практики.*

Благополуччя соціоекосистеми, частиною якої є Людина, має для неї найважливіше значення. Тому екологія є не тільки фундаментальною, але і прикладною наукою, що поєднує пізнання екологічних закономірностей із практичним їхнім застосуванням у повсякденній діяльності Людини. Ця єдність виражається у вигляді принципу: "Не тільки дивися і думай — роби".

Значення моделювання в екології дуже велике. За допомогою моделювання одержують можливість оцінювання потенційних наслідків застосування різних стратегій

оперативного керування, впливу на екосистему, користування природними ресурсами (біотичними й абіотичними), оптимізації екосистем. Моделювання дозволяє глибоко проникнути в сутність явищ, зрозуміти їхню справжню природу

Питання для самоконтролю:

1. Розкрийте сутність поняття моделі та моделювання.
2. Назвіть основні види аналогій.
3. Опишіть основні етапи розвитку методу аналогії.
4. Назвіть основні принципи теорії подібності.
5. Дайте класифікацію видів моделей.
6. Роз'ясніть сутність основних характеристик моделей.
7. Чим вирізняється моделювання в екології?
8. В чому полягає суть багатомодельного опису соціоекосистеми?
9. Чому модель соціоекосистеми не вдається формалізувати повністю?

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати доповіді до семінарського заняття на тему: «Основні поняття екологічного прогнозування»
3. Підготувати самостійно теми та представити реферати «Методи моделювання довкілля за даними натурних спостережень» і «Види екологічних прогнозів»

Розділ 10. Методи аналізу і моделювання стан навколишнього природного середовища.

Лекція № 25

Тема: «Основні поняття й етапи системного аналізу»

План

- 25.1. Еволюція природних систем і соціоекологічне моделювання
- 25.2 Основні поняття й етапи системного аналізу
- 25.3. Методологічні питання системного підходу
- 25.4. Індуктивні методи системного моделювання й прогнозування стану довкілля

25.1. Еволюція природних систем і соціоекологічне моделювання

Оскільки вплив антропогенної діяльності зростає так, що може призвести до незворотних негативних наслідків для існування людства, то в епоху ноосфери необхідно перейти до спрямованого еволюційного процесу, коли відповідальність за подальший його розвиток повинен взяти на себе колективний розум.

Отже, постає завдання гармонійного розвитку природи й суспільства, що передбачає задоволення не тільки цілого комплексу суспільних потреб, а й збереження природного середовища. На сьогодні це — одна з найважливіших суспільних потреб, яка забезпечує усунення негативних впливів як на сучасному етапі, так і в далекій перспективі. Таке завдання має вирішувати нова наука — *соціоекологія*.

Якщо *предметом теоретичної соціоекології* є вивчення закономірностей взаємодії суспільства й природи, розробка загальної теорії гармонізації такої взаємодії, то *предметом прикладної соціоекології* є вивчення й моделювання соціоекосистем з метою їх оптимізації та управління їх гармонійним розвитком.

Соціоекологічне моделювання як метод прикладної соціоекології має забезпечувати інформаційні технології прийняття рішень і бути сполучною ланкою між природно-технічними системами, і яких розглядаються варіанти дій, технологій, проектів, та соціоекологічною системою, де дані варіанти оцінюються з соціоекологічних позицій.

Прикладами соціоекологічного моделювання є моделі глобального розвитку, регіональні та локальні моделі.

Моделі глобального розвитку описують процеси розвитку економіки, демографії й забруднення навколишнього середовища. Загальний підхід для опису світового соціоекологічного процесу запропонував у своїх «моделях світу» Дж. Форрестер.

«Моделі світу» — це популярне в 70-ті роки минулого століття математичне моделювання майбутнього розвитку людства, його взаємовідносин з природними ресурсами та біосферою в цілому. Особливо відомі роботи, пов'язані з Римським клубом («Межі зростання», 1972 р.; «Людство на перехресті» 1974 р. та ін.) — неурядовою науково-дослідною організацією (створеною в 1968 р. відомим вченими, представниками ділових та політичних кіл), що мала на меті вивчення «сценаріїв» майбутнього розвитку людства в його взаємовідносинах з природою.

Побудовані різні сценарії майбутнього розвитку людства вказували на те, що зростання капіталу, енергоозброєності, кількості населення, обмеженості земних ресурсів, а також зростання забрудненості ноосфери неминуче призводять людство на грань катастрофи. Модель глобального

розвитку показала принципову можливість вивчення цілої низки соціоекологічних проблем методами системного моделювання. І хоч розроблені сценарії мають обмежену прогностичну цінність на далеку перспективу внаслідок вузького використання інформаційної бази, їхнє важливе значення полягає в тому, що вони не тільки попередили людство про можливість катастрофічних наслідків сучасного антропогенного процесу, а й дали змогу сформулювати перспективні проблеми, від вирішення яких залежить доля суспільства (продовольча, технологічна, психофізіологічна кризи тощо).

Прикладом успішного глобального моделювання соціоекологічних процесів є модель «Гея», за допомогою якої досліджувалися сценарії і катастрофічних наслідків ядерної війни.

Більшість імітаційних глобальних соціоекологоекономічних моделей (у тому числі й Римського клубу) не орієнтовані на відшукування гармонії людини з природою. Вони лише описують пасивні зміни природних характеристик унаслідок активної діяльності людини. З позицій встановлення гармонії інструментарієм системного аналізу є *імітаційно-оптимізаційні методи*, які дають змогу знаходити компромісні варіанти в єдиній системі взаємодії природи й суспільства.

Регіональні моделі описують взаємодію суспільства з природою на регіональному рівні, їх можна представити імітаційною моделлю (наприклад, модель Азовського моря, оз. Онтаріо, еколого-економічна модель р. Дніпро та забруднення оз. Байкал).

Локальні моделі здебільшого описують процеси поширення забруднень на локальних територіях (частини міста, окремі поля тощо); за критеріями гранично допустимих викидів або гранично допустимих концентрацій оцінюють вплив цих забруднень на здоров'я людини.

Такі моделі є основою для прогнозування стану довкілля, оптимізації варіантів розвитку продуктивних сил і створення соціально задовільних (комфортних) умов проживання людей на локальній території.

25.2. Основні поняття й етапи системного аналізу

Основними елементами кількісного системного аналізу є мета, альтернативи, витрати (ресурси), критерії, сценарій, системна модель. Мета розглядається як результат певного курсу дій.

Вона формується з урахуванням бажаних або необхідних потреб, а також реальних наукових, технічних та економічних можливостей. *Джерелом формування мети* є необхідність неформальних суджень про суть і масштаби проблеми, аналіз досвіду минулого, прогнози спеціалістів.

Альтернативи — це варіанти (способи) можливих розв'язків задачі.

Аналіз систем має не тільки містити детальне порівняння відомих варіантів, а й досліджувати можливості створення нових альтернатив.

Витрати визначаються кількістю ресурсів, необхідних для здійснення кожної з альтернатив, оскільки певному виборі рішення відповідають певні витрати.

Критерії — це кількісні показники (функції або правила), що забезпечують зіставлення й вибір пріоритетних альтернатив з урахуванням витрат та їхнього внеску в досягнення позначеної мети.

Сценарій — логічний і правдоподібний опис майбутніх подій із установленням приблизного часу їх здійснення і зв'язків, унаслідок яких дані події можуть відбуватися. Під час моделювання сценарію намагаються визначити, як, виходячи з даної ситуації, крок за кроком «розгортається»

майбутній стан системи та зовнішніх умов. Сценарій — це не передбачення і не прогноз; це показ варіантів можливої ситуації в майбутньому і спроба встановити послідовність подій, що її зумовлюють.

Системна модель є приблизним, або спрощеним, зображенням структури зв'язків і дій конкретної аналізованої системи для отримання певної інформації про цю систему.

Отже, *системний аналіз* — це методологія дослідження об'єктів на основі зображення їх у вигляді систем і аналізу цих систем методами логічного, математичного або натурального (системного) моделювання, що є ефективним засобом розв'язування складних, недостатньо чітко сформульованих завдань.

Системний аналіз полягає в постановці проблеми, її структуванні в серію задач і під задач, у деталізації мети, конструюванні ефективної організації процесу для її досягнення.

Як і в разі моделювання довільних систем, системний аналіз, що є інструментом вивчення й гармонізації взаємин природи й суспільства, складається з таких *основних етапів*:

1. Формулювання санітарно-гігієнічних, еколого-економічних, соціальних та інших критеріїв, у межах яких можна судити про стан і необхідність поліпшення довкілля.

2. Локалізація мети й питань системного дослідження; формулювання словесної причинно-наслідкової (вербально-казуальної) моделі структури й поведінки системи для досягнення позначеної Мети.

3. Реалізація синтезу формальної моделі: визначення структури елементів; ідентифікація законів їхнього функціонування і взаємодії; визначення відгуків системи (системних критеріїв) як наслідків взаємодії елементів та зовнішнього середовища.

4. Здійснення імітаційно-ігрового моделювання за різних впливів зовнішнього середовища й різної структури елементів; за сформульованими критеріями визначаються найперспективніші варіанти.

На першому етапі критерії виступають як *метакритерії*, що виражають наприклад, недопустимість поширення забруднень і збереження їхніх концентрацій у заданих межах, виконання санітар-но-гігієнічних та економічних нормативів. Це, як правило, найзагальніші соціально-екологічні регламенти й вимоги концептуального характеру.

На другому етапі задача системного аналізу полягає в *локалізації мети (підзадач) і критеріїв* для даної екологічної системи за рахунок прогнозування окремих інгредієнтів, вибору й стійкості локальних параметрів. Для побудови вербально-казуальної моделі аналізуються дані про технологічні схеми виробництва та можливі їх варіанти, види палива, структура джерел забруднення, взаємодія викидів з елементами ландшафту й метеорологічними умовами. Відповідальною ланкою на цьому етапі є вибір меж системи, який залежить від мети дослідження й узгоджується з досвідом функціонування таких систем.

Третій і четвертий етапи потребують *побудови математичної моделі та її дослідження*.

На різних етапах системного аналізу використовуються характерні властивості систем і відповідні засоби.

Ієрархія систем — це властивість систем різних типів (екологічних, природно-технічних, соціально-економічних) мати багаторівневу структуру в функціональному, організаційному або в іншому плані.

Так, у разі моделювання соціоекологічних систем як підсистема нижчого рівня виступає природно-технічна система.

Відповідно до ієрархії систем можна будувати ієрархію системних моделей на функціональному, структурно-функціональному або теоретичному рівні.

Агрегування — перехід від детального опису соціально-екологічної системи до зображення її в більш цілісному, структурованому вигляді. За цих умов на оперативній основі можна здійснювати взаємозв'язок і узагальнення підзадач, критеріїв або змінних.

Дезагрегація — перетворення агрегованої моделі на вихідну, що дає можливість зіставлення розв'язків на рівні локальних моделей.

Декомпозиція — метод розчленування задачі системного аналізу на локальні, простіші під задачі, які розв'язуються незалежно одна від одної, з подальшою координацією одержаних результатів для розв'язання вихідної задачі.

Принцип ергодичності — відомий у статистичній фізиці принцип імовірнісних оцінок на основі заміни середньої в часі величини просторовою середньою для великої кількості систем в один і той самий момент часу.

Оброблену емпіричну інформацію можна подавати короткими рядами натурних спостережень, неузгодженими в часі й знятими з різних просторових об'єктів. У разі моделювання (наприклад полів забруднень) гіпотеза ергодичності інтерпретується як еквівалентність спостережень (за умов ідентифікації математичних моделей), одержаних у різний час і в різних точках простору.

25.3. Методологічні питання системного підходу

У теорії систем і взагалі в науці про системи виокремлюють два досить загальні методи, або напрями, аналізу: дедуктивний та індуктивний.

Дедуктивний напрям системного аналізу передбачає підходи, що базуються на деякому загальному визначенні системи за допомогою певної (переважно формалізованої) мови. Водночас дедуктивний напрям охоплює цілу низку підходів, які відрізняються використовуваною мовою й, очевидно, самим визначенням системи, а також її аксіоматикою. Найвідоміші з підходів дедуктивного напрямку: *абстрактний, логіко-філософський, структурно-функціональний, системологічний*.

Абстрактний підхід базується на теорії множин і відношень.

Система S визначається як деяке n -арне відношення на сукупності базисних множин:

$$S = \langle G, X_1, \dots, X_n \rangle, \quad (25.1)$$

де

G — графік n -арного відношення $G \subset X_1 X_2 \dots X_n; X_1 \dots$,

X_n — базисні множини;

$\langle \dots \rangle$ — символ кортежу.

У рамках абстрактної теорії систем важливими результатами є введення поняття *стан системи*, формалізовано такі поняття, як *керіваність, цілеспрямованість, адаптація, самоорганізація, відтворюваність, структура* та інші, побудовано теорію багатоцільових, багаторівневих абстрактних систем.

Однак у рамках цієї теорії не створено ефективних практичних методів класифікації, аналізу, синтезу та оптимізації (структур і функцій), систем.

Логіко-філософський підхід базується на визначенні системи через категорії речі (об'єкта), властивості й відношення, детальний їх логіко-філософський аналіз.

Якщо визначено деяку властивість P , а також відношення R , що співвідноситься з цією властивістю, і знаходиться множина елементів m , на якій реалізується це відношення, то звідси випливає визначення системи S як множини об'єктів, на яких реалізується наперед задане відношення з фіксованими властивостями:

$$S = {}^{df}[R(m)]P, \quad (25.2)$$

де значення змінної R добираються в такий спосіб, аби задовольнити ти зовнішню змінну; символ m може мати тільки такі значення, які узгоджуються зі значеннями двох інших змінних — R і P ; значення змінної P добираються довільно.

Системотвірне відношення (25.1) називається ***структурою системи***. Логіко-філософський підхід до теорії систем, що виражається формулою (25.2), у разі створення відповідної мови є конструктивною основою для побудови логіко-математичного апарату системних досліджень, зокрема для класифікації систем, аналізу та еквівалентних перетворень, також застосовується в біології, лінгвістиці тонокі

Структурно-функціональний підхід призначений для аналізу процесів і явищ функціонування соціального організму й, зокрема, різних соціальних груп.

Теоретично цей підхід вивчає питання, сконцентровані навколо визначення системи

$$S = \langle \Sigma, \Phi, E \rangle, \quad (25.3)$$

де

Σ — структура;

Φ — функції;

$E \subseteq \Sigma \times \Phi$ — відношення структури і функцій;

$|\Sigma|$ — множина елементів, з яких складається структура;

$|\Phi|$ — множина елементів, з яких складаються функції.

Зауважимо, що **структурно-функціональний підхід** є досить конструктивним стосовно зображення різних систем, зокрема в теорії нормальних алгоритмів Маркова, в разі дослідження керуючих систем на макро-, мікрорівні, в задачах класифікації та опису стійкості систем.

Цей підхід має важливе значення в разі моделювання етапу навколишнього середовища. Проте слід пам'ятати, що зовнішнє середовище тут править за «перешкоду» в деякій ізольованій системі І- ому під час дослідження систем «суспільство — природа» треба гак структуризувати їх, аби зовнішнє середовище було одним п елементів множини $|\Sigma|$.

Системологічний підхід виник у межах інтеграції логіко філософського, структурно-функціонального та абстрактного підходів як новий науковий напрям — **системологія**.

Крім функцій інтегрування, системологія акцентує увагу на нових задачах і постановках, використовуючи для опису невизначених ситуацій теорію небулярностей, що узагальнює в певному розумінні теорію ймовірностей і розпливчастих множин Заде. З системологією межують методи самоорганізації та прогнозування, ієрархічні алгоритми кластер-аналізу, методи, що розвиваються як гнучкі технологічні системи й базуються на принципах інтелектуального управління.

Індуктивний напрям системного аналізу використовує поняття системи, що сформувався у деякій конкретній науці, й узагальнює його за найширшим класом систем. Він базується на часткових прикладах систем і системного підходу, специфічних моделях і методах аналізу в даній галузі, коли використовуються як теоретична база методи дедуктивного аналізу.

Такий поділ є деякою мірою умовним, оскільки, наприклад у задачах гармонізації взаємодії природи й суспільства, слід виходити з **розгляду** окремих систем (глобальних, урбосоціоекології, агроекології тощо), використовуючи найадекватніші специфічні математичні методи (теорію ігор з природою, кластер-аналіз, ієрархічні **методи** експертних оцінок, прийняття рішень за умов невизначеності тощо), узагальнюючи їх використання на різних рівнях ієрархії **за** певною взаємодією та підпорядкованістю на основі дедуктивних методів.

З урахуванням можливості катастрофічних наслідків розвитку сучасних процесів, при формулюванні найважливіших проблем виживання людства значну роль відіграло глобальне соціоекологічне моделювання (доповіді Римського клубу, система «Гея» тощо).

Розвиток природно-технічних систем має вивчатися й оцінюватися на ґрунті соціоекологічних критеріїв нової науки — *прикладної соціоекології*, її основного методу — *системного аналізу* для оптимізації взаємодії суспільства і природи.

В основі індуктивних методів важливу роль відіграють методи опрацювання даних, пошукового й нормативного прогнозування та імітаційно-оптимізаційного моделювання, застосування яких дає змогу виробити оптимальні варіанти розвитку соціоекологічних процесів в Україні.

Питання для самоконтролю:

1. Що таке предмет і метод соціоекології?
2. Охарактеризуйте позитивну роль моделювання глобального розвитку та його обмеженість. Наведіть приклади.
3. Які виникають завдання системного моделювання довкілля на сучасному етапі розвитку біосфери?
4. Сформулюйте основні поняття та етапи системного аналізу.
5. Назвіть характерні властивості систем і засоби системного аналізу.
6. У чому полягає дедуктивний та індуктивний напрями в науці про системи?
7. Охарактеризуйте основні підходи дедуктивного напрямку.

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати самостійно теми та представити реферати «Теорія систем. Системний аналіз в екології», «Ієрархічні системи аналізу стану довкілля та прийняття рішень», «Предметне моделювання», «Аналогове моделювання».

Лекція № 26

Тема: «Основні поняття теорії ймовірностей»

План

- 26.1 Події та їх імовірності
- 26.2 Ймовірності складних подій
- 26.3 Закон розподілу дискретної випадкової величини
- 26.4 Закон розподілу неперервної випадкової величини
- 26.5 Деякі поширені елементарні розподіли
- 26.6 Числові характеристики випадкової величини та їх властивості

26.1 Події та їх імовірності

Динаміка екологічних процесів, як правило, дуже складна і контролюється великою кількістю різних впливових факторів t_1, t_2, t_3, \dots , значна частина з яких нестабільна, внаслідок чого істотність впливу кожного з них невинно змінюється, причому часто незалежно від інших чинників. За цих умов кількісні характеристики процеси хаотично змінюються навколо деяких своїх середніх значень, тому, взагалі кажучи, його не вдається описати якоюсь цілком певною функціональною залежністю і, таким чином, спрогнозувати його майбутній розвиток у найдрібніших деталях. Проте часто стратегія розвитку багатофакторного процесу, яка задається сукупністю середніх значень його параметрів як функцій часу, в цілому визначається одним або декількома домінуючими чинниками t_1, t_2, \dots, t_n , тоді як інші створюють лише більші чи менші хаотичні відхилення від генеральної лінії його розвитку, що їх називають флуктуаціями.

В усіх таких випадках для моделювання процесу вдаються до застосування математико-статистичних методів (математична статистика —

це наука про прийняття рішень в умовах неповноти інформації). При побудові статистичної моделі досліджуваного процесу збирають експериментальні дані про певні його параметри X_1, X_2, \dots, X_k , одночасно фіксуючи значення найбільш вагомих факторів впливу t_1, t_2, \dots, t_n . Модель процесу будують на основі уявлень про випадкові події та величини, які покладено в основу теорії ймовірності і математичної статистики. Розглянемо основні поняття цих теорій.

Теорія ймовірностей є наукою про закономірності у випадкових явищах. Вона дає методи оцінки тісноти зв'язку між неоднозначно залежними величинами, а також оцінки ступеня достовірності отриманих результатів.

Назвемо *подією* реалізацію певного процесу або стан певного об'єкта, який виникає внаслідок виконання певної сукупності умов S ; створення таких умов будемо називати *випробуванням*. Наприклад, випробуванням можна назвати завдання певних значень впливових факторів: $S = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$; тоді отримання певних числових значень x_1, x_2, \dots, x_k параметрів X_1, X_2, \dots, X_k є подією, яка відбулася внаслідок такого випробування.

Подію називають *елементарною*, якщо її не можна подати як сукупність більш простих подій. Наприклад, така подія: монета впала орлом догори. Це елементарна подія.

Подію, яку можна представити як певну сукупність елементарних подій, називають *складною*.

Подію називають *достовірною*, якщо вона неодмінно відбувається кожного разу при створенні одних і тих самих умов S .

Подію називають *випадковою*, якщо вона може відбутися, а може й не відбутися при створенні умов S .

Подію називають *неможливою*, якщо вона ніколи не зможе відбутися при створенні умов S .

Виходячи з цього, величину X називають *випадковою*, якщо внаслідок ідентичних випробувань можна отримати різні її значення. Відповідно, процес $X(t)$ називають *випадковим*, якщо точне значення величини X у майбутні моменти часу принципово не можна передбачити, навіть знаючи залежність $X(t)$ у минулі періоди часу. Якщо ж значення величини X можна точно передбачити у будь-який майбутній момент часу, знаючи її значення в минулі періоди часу, то процес $X(t)$ називають *достовірним* (цілком детермінованим).

Характеристикою довільного детермінованого процесу є певна функціональна залежність досліджуваного параметра X системи від впливових факторів, координат або часу:

$$X = f(t_1, t_2, \dots, t_n). \quad (26.1)$$

X називають функцією величини t , коли кожному значенню t з області допустимих значень аргументу відповідає одне і тільки одне значення X з області значень функції.

Для випадкового процесу кожному можливому значенню впливового фактора t може відповідати одразу декілька, навіть необмежена кількість можливих значень X , тому подати залежність X від t у вигляді певної функції неможливо. Характеристикою випадкового процесу є так звана *ймовірність* появи тих чи інших можливих значень його параметрів внаслідок створення певних умов S , тобто внаслідок випробувань.

Ймовірність — це кількісна характеристика можливості появи даної події внаслідок випробувань.

Ймовірність прийнято позначити літерою P (від слова *probability* — ймовірність). Наприклад, ймовірність появи події A позначають як $P(A)$; для довільної дискретної величини X ймовірність події $X=x_k$ позначають як $P(x_k)$. (Величину X називають *дискретною*, якщо всі її можливі значення (тобто ті значення, які можуть виникати внаслідок випробувань) можна однозначно пронумерувати за допомогою цілочислового ряду. Якщо цього не можна зробити, тобто якщо для двох довільних як завгодно близьких можливих значень x_1, x_2 величини X можна вказати її можливе значення x , таке що $x_1 < x < x_2$, то величину X називають *непереривною*.)

Ймовірність P визначається як невід’ємна величина, така, що лежить в межах від 0 до 1, причому $P = 1$ для достовірної події і $P = 0$ для неможливої події. Для випадкової події $0 < P < 1$.

Очевидно, що ймовірність як кількісна характеристика можливості випадкової події може бути визначена різними способами. Для побудови теорії ймовірностей серед них найкраще обрати той, який дозволяє побудувати найбільш просту, струнку й повну теорію випадкових процесів. Історично було запропоновано декілька таких означень; у сучасній теорії ймовірностей доведено їх повну сумісність.

Припустимо, наприклад, що ми можемо скласти повний теоретичний перелік усіх можливих елементарних подій (тобто вказати *повну групу* подій), які можуть з’явитися внаслідок даного випробування, і що всі вони рівнозначні за можливостями появи. Припустимо далі, що деяка подія A неодмінно з’являється як наслідок появи деяких з цих подій; такі події назвемо сприятливими для події A . Тоді ймовірність події A — кількісну характеристику її можливості — визначають як відношення кількості m сприятливих елементарних подій до загальної їх кількості n у повній групі:

$$P(A) = \frac{m}{n}. \quad (26.2)$$

Це так зване “класичне” означення ймовірності.

На жаль, не завжди можна вказати повну групу елементарних подій; ще частіше вони не рівно можливі. У цьому разі ймовірність події можна ввести емпіричним шляхом на основі так званих “статистичних” ймовірностей.

Нехай при проведенні n випробувань в m із них спостерігалася подія A . Тоді відношення:

$$\tilde{P}(A) = \frac{m}{n}; \quad (26.3)$$

називають *відносною частотою* події A .

Закон великих чисел, який доводиться в теорії ймовірностей, стверджує, що при необмеженому збільшенні кількості випробувань n відносна частота події A в середньому стає як завгодно близькою до її ймовірності $P(A)$. (Більш точно це твердження звучить так: при необмеженому збільшенні кількості випробувань n ймовірність того, що відхилення відносної частоти події A від її ймовірності $P(A)$ в середньому не буде перевищувати як завгодно малу величину ε , прагне одиниці) Умовно це записують як:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{P}(A) = P(A). \quad (26.4)$$

Тому відносні частоти часто називають *емпіричними ймовірностями*.

26.2 Ймовірності складних подій

Отже, ймовірності елементарних подій можуть бути обчислені безпосередньо або знайдені емпіричними способами. Виникає запитання: а чи не можна обчислити ймовірність складної події, якщо відомі ймовірності

всіх елементарних подій? Відповідь на це дають декілька теорем, найпростішими з яких є **теорема додавання і множення ймовірностей**.

Подію, яка полягає в тому, що при випробуванні з'явиться хоча б одна з двох різних подій A і B , називають **сумою подій** A і B і позначають як $A \cup B$ або як $A + B$.

Подію, яка полягає в тому, що при випробуванні з'являться відразу обидві події A і B , називають **добутком подій** A і B і позначають як $A \cap B$ або як AB .

Події A і B називають **несумісними**, якщо поява події A виключає можливість появи події B , і навпаки, якщо поява події B виключає можливість появи події A . Для несумісних подій A і B їх добуток є неможливою подією, тобто $P(AB) = 0$, а ймовірність їх суми дорівнює сумі ймовірностей доданків:

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (26.5)$$

Останнє твердження називають **теоремою додавання несумісних подій**.

Події A і B називаються **незалежними**, якщо імовірність однієї з них не залежить від того, сталася чи не сталася інша подія. Якщо ймовірність однієї з подій A і B залежить від того, сталася інша чи ні, їх називають **залежними**.

Ознакою незалежності подій A і B є властивість:

$$P(AB) = P(A) \times P(B), \quad (26.6)$$

яку часто називають **теоремою множення для незалежних подій**.

У випадку залежних подій A і B можна ввести поняття **умовної ймовірності**. Так, наприклад, ймовірність появи події B при умові, що подія A вже сталася, позначається як $P(B/A)$.

В загальному випадку теореми додавання і множення для ймовірностей складних подій формулюються наступним чином.

Ймовірність складної події, яка полягає в настанні хоча б однієї з двох подій A і B , дорівнює сумі ймовірностей подій A і B за винятком ймовірності настання відразу обох подій A і B :

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB). \quad (26.7)$$

Ймовірність складної події, яка полягає в настанні відразу обох подій A і B , дорівнює добутку ймовірності однієї з цих подій на умовну ймовірність іншої, тобто:

$$P(AB) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right) = P(B) \times P\left(\frac{A}{B}\right). \quad (26.8)$$

26.3 Закон розподілу дискретної випадкової величини

Випадкову величину вважають заданою, якщо задано її **закон розподілу**. **Закон розподілу дискретної випадкової величини X передбачає, що вказано множину $\{x_k\}$ всіх її можливих значень та відповідні їм ймовірності $P(x_k) = p_k$** . Оскільки в кожному випробуванні може з'явитися лише одне якесь числове значення X з множини $\{x_k\}$, то події, які полягають

у тому, що внаслідок проведення досліду з'явиться те чи інше з таких значень, несумісні. Отже, множина подій $\{X = x_k\}$, кожна з яких зводиться до отримання у випробуванні певного значення дискретної випадкової величини X з множини $\{x_k\}$ її можливих значень, утворює повну групу несумісних подій. Для такої групи справедливе твердження:

$$\sum_{i=1}^n P(x_i) = P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n) = 1. \quad (26.9)$$

Це співвідношення називається *умовою нормування* дискретної випадкової величини.

Зазвичай закон розподілу дискретної випадкової величини задається у вигляді таблиці — *ряду розподілу* (табл.26.1), — за даними якої будують графічні моделі випадкового процесу — *гістограму* й *полігон частот*.

Таблиця 26.1 – Ряд розподілу

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

Побудова гістограми й полігона частот здійснюється наступним чином.

Усі без винятку результати вимірювань величини X записують у порядку їх зростання, утворюючи тим самим *варіаційний ряд*:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k \leq \dots x_N; \quad (26.10)$$

Тут N — об'єм вибірки, тобто кількість спостережень у ній.

Діапазон отриманих значень X (від $X_{min} \approx x_1$ до $X_{max} \approx x_N$) розбивають на L послідовних інтервалів групування деякою сталою довжиною $h = (X_{max} - X_{min})/L$; значення X_{min} і X_{max} при цьому заокруглюють: X_{min} — у бік заниження, а X_{max} — у бік завищення значень. Оптимальне число інтервалів L рекомендують вибирати непарним, виходячи з умови (часто цю умову спрощують, покладаючи $L \approx N^{0,5}$):

$$0,55 \times N^{0,4} < L < 1,25 \times N^{0,4}. \quad (26.11)$$

Крім того, довжина інтервалу групування h повинна бути більшою за похибку заокруглення, а при записі спостережень:

$$h = \frac{X_{max} - X_{min}}{L} \geq \alpha. \quad (26.12)$$

При великій кількості спостережень $N > 100$ рекомендується вибирати число інтервалів L в межах від 8 до 10. При більшому числі інтервалів висота стовпців у гістограмі змінюється надто нерівномірно, а при меншому викривлюється від розподілу.

Далі підраховують число результатів спостережень, які потрапили усередину кожного з інтервалів групування. Результати підрахунків заносяться до таблиці (табл.26.2). До неї ж заносять результати підрахунків відносних частот. Для кожного з інтервалів частота обчислюється згідно з означеннями (2), тобто діленням числа спостережень, які потрапили до цього інтервалу, на загальну їх кількість. Сума частот повинна бути близькою до одиниці.

Таблиця 26.2 - Результати підрахунків

Номер інтервалу	Межі інтервалу	Число спостережень в інтервалі	Відносна частота
1	$0...h$	n_1	n_1/N
2	$h...2h$	n_2	n_2/N
...
L	$(L-1)h...Lh$	n_L	n_L/N
Загальне число спостережень:		$N = \sum_{i=1}^L n_i$	

Для побудови гістограми (рис.26.1) на осі абсцис позначають межі інтервалів. На кожному інтервалі, як на основі, будується прямокутник. Ординатою (висотою) кожного прямокутника є середня емпірична ймовірність того, що числове значення дослідженої величини перебуває у даному інтервалі. За наближене значення ймовірності береться значення відповідної частоти.

Полігон розподілу результатів спостережень по інтервалах отримують шляхом з'єднання середин верхніх сторін прямокутників гістограми ламаною лінією. Він є кусочно-лінійною апроксимацією шуканого закону розподілу.

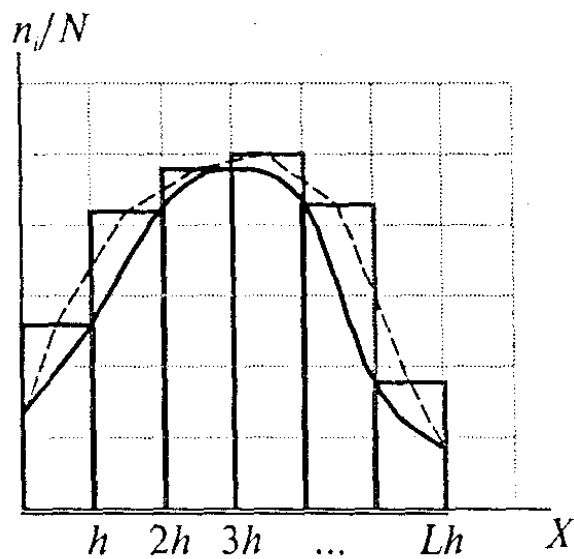


Рисунок 26.1 - Гістограма відносних частот випадкової величини X .

26.4 Закон розподілу неперервної випадкової величини

За означенням неперервної величини, число значень, яке вона може набирати в будь-якому обмеженому інтервалі, нескінченно велике, тому ймовірність того, що вона набере те чи інше конкретне значення, дорівнює нулю. У той самий час імовірність того, що неперервна випадкова величина набере значення, яке лежить в інтервалі не нульової довжини, взагалі кажучи, відмінна від нуля.

З цих причин закон розподілу неперервних величин подають у вигляді деякої функції — *густини розподілу $f(x)$* , яку інакше називають *диференціальною функцією розподілу величини X* .

Розіб'ємо діапазон можливих значень випадкової величини X на ряд інтервалів однакової ширини Δx , так, щоб сусідні інтервали дотикались один одного, і для кожного з них визначимо ймовірність ΔP потрапляння до нього випадкової величини X . Обчислимо відповідні частоти і побудуємо відповідний полігон результатів. Тоді цей полігон буде тим гладкішим, чим на більшу кількість інтервалів буде розбитий діапазон можливих значень

величини X . У граничному випадку, коли $L \rightarrow \Gamma$, полігон перетвориться на певну гладку функцію — густину розподілу $f(x)$. Отже, за означенням густини розподілу $f(x)$, імовірність dP події $x < X < x + dx$ дорівнює $f(x)dx$, тобто:

$$f(x) = \frac{dP}{dx}. \quad (26.13)$$

Знаючи густину розподілу $f(x)$, можна обчислити ймовірність потрапляння величини X в будь-який інтервал. Так, імовірність попадання X до інтервалу від a до b складає:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)dx, \quad (26.14)$$

тобто кількісно дорівнює площі криволінійної трапеції під кривою розподілу на відрізкові від a до b (рис. 26.2).

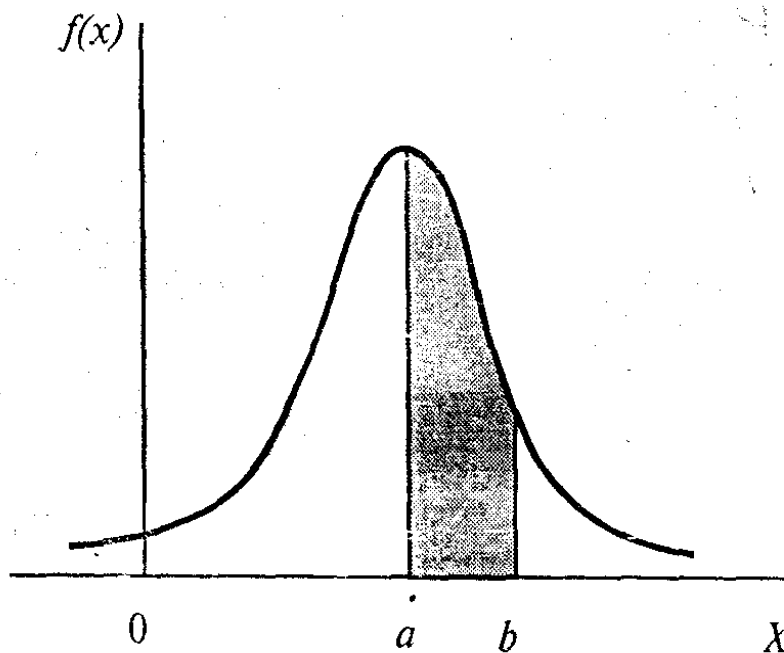


Рисунок 26.2 - Закон розподілу неперервної випадкової величини

Кривою розподілу називають графік густини розподілу $f(x)$.

Вершину розподілу, тобто точку $X = x_{\text{mod}}$, в якій $f(x)$ досягає максимуму, називають *модю* розподілу.

Очевидно, що подію, яка полягає в тому, що випадкова величина набере яке-небудь значення з X . інтервалу від $-\infty$ до $+\infty$, є достовірною:

$P(-\infty < x < +\infty) = 1$, отже:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1. \quad (26.15)$$

Це співвідношення називається умовою нормування для неперервної випадкової величини.

Випадкова величина x може бути охарактеризована й іншою функцією, яка пов'язана з густиною імовірності $f(x)$ цієї випадкової величини формулами:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx; \quad f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (26.16)$$

Функцією $F(x)$ називають *інтегральною функцією розподілу* (або просто *функцією розподілу*).

Перша з формул (26.15) говорить про те, що функція розподілу $F(x)$ дорівнює ймовірності події $X < x$, тобто:

$$F(x) = P(X < x). \quad (26.17)$$

Цю рівність приймають як означення функції розподілу $F(x)$ як неперервної, так і дискретної випадкової величини X . Користуючись цим означенням, ймовірність потрапляння X до інтервалу від a до b може бути визначена за допомогою функції розподілу $F(x)$ як:

$$P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a). \quad (26.18)$$

Середню точку розподілу $X = x_{\text{med}}$, в якій $F(x_{\text{med}}) = 1 - F(x_{\text{med}}) = 1/2$, називають *медіаною* розподілу.

Таким чином, повними характеристиками неперервної випадкової величини є функція розподілу, задана аналітично або графіком, та густина розподілу, задана аналітично або кривою розподілу.

26.5 Деякі поширені елементарні розподіли

Одними з найбільш поширених елементарних розподілів випадкових величин є рівномірний та нормальний розподіли.

1) Рівномірний розподіл.

Закон рівномірного розподілу має вигляд:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 1/(b-a) & a < x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases}; \quad (26.19)$$

тобто $f(x) = [\theta(x-b) - q(x-a)] / (b-a)$, де $q(x)$ — одинична функція Хевісайда:

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad (26.20)$$

Крива рівномірного розподілу показана на рис. 26.3.

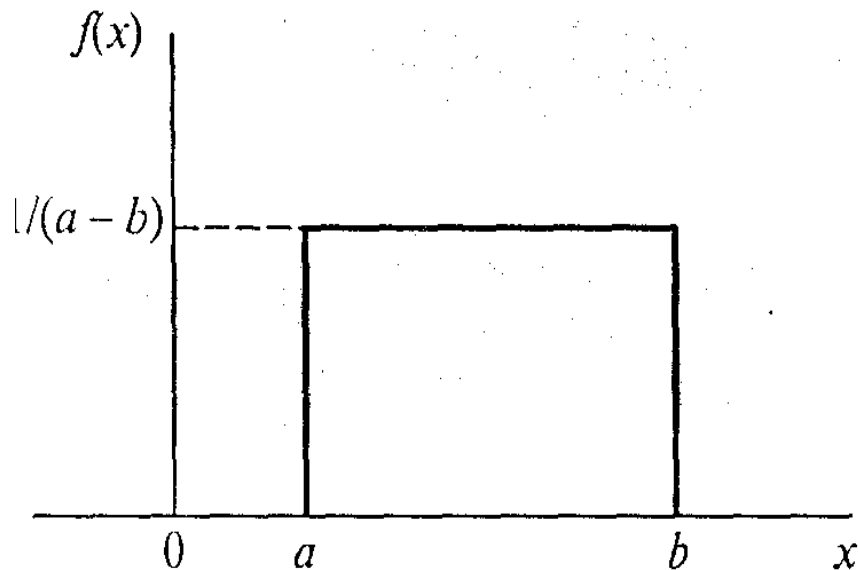


Рисунок 26.3 - Рівномірний закон розподілу

2) Нормальний розподіл Гаусса.

Нормальний закон розподілу (закон Гаусса) є найпоширенішим серед розподілів неперервних випадкових величин. Це пов'язано з тим, що для випадкових величин, які формуються під впливом багатьох чинників, серед яких жоден не є домінуючим, справедливий закон великих чисел, одним з наслідків яких є так звана *центральна гранична теорема*, яка стверджує: сума великої кількості ($n > 5$) незалежних випадкових величин з обмеженими дисперсіями розподілена за законом, близьким до нормального. Ця теорема має дуже важливе значення, оскільки вона пояснює, чому нормальний закон

розподілу є найпоширенішим у природі та обґрунтовує його переважне застосування при статистичній обробці експериментальних даних.

Густина ймовірності нормально розподіленої неперервної випадкової величини має такий вигляд (рис.26.4):

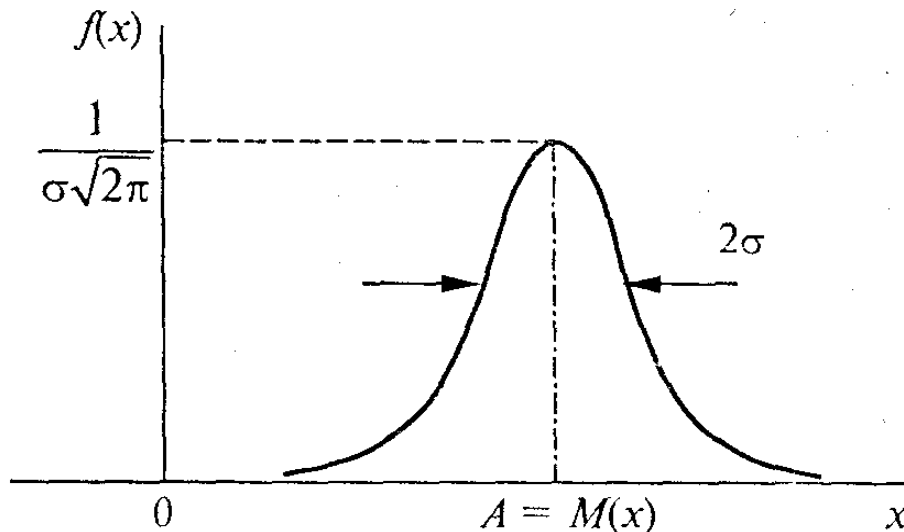


Рисунок 26.4 - Нормальний закон розподілу Гаусса.

$$f(x) \equiv N(x, a, \sigma) = \frac{1}{\sigma \times \sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (26.21)$$

де a та σ — числові константи (параметри розподілу).

Для випадкової величини, що підкоряється нормальному закону розподілення $N(x, a, \sigma)$, імовірність потрапити до заданого інтервалу від x_1 до x_2 обчислюється за формулою:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \Phi(t_1) - \Phi(t_2), \quad (26.22)$$

де $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ — функція Лапласа; $t_1 = \frac{x_1 - a}{\sigma}$; $t_2 = \frac{x_2 - a}{\sigma}$.

Зазначимо, що функція Лапласа непарна: $\Phi(-t) = -\Phi(t)$. Значення функції Лапласа приводяться в математичних таблицях.

26.6 Числові характеристики випадкової величини та їх властивості

Крім закону розподілу, користуються також менш інформативними, але більш зручними числовими характеристиками розсіювання випадкової величини навколо її середнього значення. Основними числовими характеристиками випадкових величин є *математичне сподівання* $M(x)$, *дисперсія* $D(x)$ і *середнє квадратичне відхилення* (СКВ) $\sigma(x)$. Математичне сподівання, дисперсія і СКВ випадкової величини характеризують положення та ширину смуги розсіювання значень X (рис. 26.4).

Математичне сподівання дискретної випадкової величини визначається формулою:

$$M(x) = \sum_{i=1}^n x_i \times P(x_i). \quad (26.23)$$

Тут x_i — усі можливі значення випадкової величини X , а $P(x_i)$ — відповідні їм імовірності.

Якщо випадкова величина неперервна, то:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx. \quad (26.24)$$

Важливою різновидністю випадкової величини є *центрована* випадкова величина, для якої $M(x) = 0$. Якщо випадкова величина x не центрована, її завжди можна центрувати, розглянувши нову випадкову величину — так зване *відхилення* величини X від її математичного сподівання: $\Delta x = x - M(x)$ — відхилення величини x від її математичного сподівання. Легко бачити, що $M(\Delta x) = 0$.

Дисперсія і середнє квадратичне відхилення (СКВ) характеризують не саму випадкову величину, а її відхилення від математичного сподівання.

Дисперсія випадкової величини X визначається як математичне сподівання квадрата її відхилення:

$$\Delta(x) = M\{[x - M(x)]^2\} = M[(\Delta x)^2]. \quad (26.25)$$

Корисно знати, що $D(x) = D(\Delta x)$.

Зокрема, коли X є дискретною випадковою величиною, то:

$$D(x) = \sum_{i=1}^n [x_i - M(x)]^2 \cdot P(x_i). \quad (26.26)$$

Якщо ж величина X є неперервною, то:

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} [x' - M(x)]^2 \cdot f(x') dx'. \quad (26.27)$$

Квадратний корінь з дисперсії:

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}, \quad (26.28)$$

називають середньоквадратичним відхиленням (СКВ).

Числові характеристики — математичне сподівання і дисперсія — є достовірними величинами, оскільки вони можуть бути виражені через параметри закону розподілу. Зокрема, у випадку рівномірного розподілу, заданого законом (26.18),

$$M(x) = (a + b)/2; D(x) = (a - b)^2 / 12.$$

У випадку нормального розподілу з густиною $f(x) = N(x, a, \sigma)$ числові характеристики такі: $M(x) = a, D(x) = \sigma^2$.

Математичне сподівання і дисперсія мають декілька важливих властивостей, які визначаються відповідними теоремами. Наведемо деякі з них.

Теорема 1. Математичне сподівання суми випадкових величин дорівнює сумі математичних сподівань доданків:

$$M(x + y) = M(x) + M(y). \quad (26.29)$$

Теорема 2. Дисперсія суми незалежних випадкових величин дорівнює сумі дисперсії дисперсій доданків:

$$D(x + y) = D(x) + D(y). \quad (26.30)$$

Класична ймовірність має граничну область застосування, так як далеко не завжди у реальних умовах можна виділити рівноймовірні випадки у кінцевій кількості. У такому випадку використовується статистичне визначення ймовірності. Для великого числа випробувань можна вважати, що ймовірність події буде близькою до статистичної частоти.

Припущення про існування ймовірності події, яка нас цікавить, являється гіпотезою, в кожному випадку вимагає спеціальної перевірки. Далеко не кожна подія з невизначеним результатом (при незмінних умовах випробування) має визначену ймовірність. Якщо у ряді випробувань ймовірність деякої події залишається для кожного випробування постійною, то з вірогідністю можна вважати, що при достатньо великій кількості випробувань статистична частота цієї події буде відрізнятися як завгодно мало від її ймовірності (теорема Я.Бернуллі). Ця теорема являється простішою формою так званого "закону великих чисел", одного з важливих законів теорії ймовірностей.

Поняття статистичної ймовірності, крім екології, широко використовується також у біології, медицині, інженерній справі, економіці тощо.

Питання для самоконтролю:

1. Визначте поняття ймовірності події, назвіть її основні властивості.
2. Що називають дискретними і неперервними випадковими величинами?
3. Дайте визначення функції розподілу та густини розподілу випадкової величини. Вкажіть їх взаємозв'язок.
4. Що таке полігон і гістограма частот (відносних частот)? У чому полягає відмінність між ними?
5. Назвіть головні числові характеристики випадкової величини та дайте їх визначення.
6. Яку залежність називають статистичною? Кореляційною?
7. Що таке регресія та лінія регресії? Опишіть методи побудови регресії однієї випадкової величини по іншій.

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати доповіді до семінарського заняття на тему «Загальні принципи визначення ризику для здоров'я населення»
3. Підготувати самостійно теми та представити реферати «Основні поняття математичної статистики» і «Застосування методів математичної статистики в екологічних дослідженнях»

Модуль VIII. Статистичні методи моделювання і прогнозування
стану довкілля

Розділ 11. Статистичні моделі прогнозування в екології

Лекція № 5

Тема: «Статистичні дані й стохастична модель»

План

- 27.1. Екологічні дані. Цілі і завдання збору статистичних даних
- 27.2 Зведення та групування статистичних даних
- 27.3. Статистичні показники
- 27.4. Середні характеристики динамічного ряду

27.1 Екологічні дані. Цілі і завдання збору статистичних даних

Закономірності в еколого-географічних дослідженнях виражаються у вигляді зв'язків і залежностей еколого-географічних показників, математичних моделей їх поведінки. Такі залежності і моделі можуть бути отримані тільки шляхом обробки реальних статистичних даних, із врахуванням внутрішніх механізмів і випадкових чинників. Модель може бути отримана й апробована на основі аналізу статистичних даних, і зміни у поведінці останніх говорять про необхідність уточнення і розвитку моделі.

Математична статистика (тобто теорія обробки і аналізу даних) і її застосування в еколого-географічних дослідженнях дає можливість будувати еколого-географічні моделі й оцінити їх параметри, перевіряти гіпотези про властивість цих показників і формах їх зв'язку, що у кінцевому результаті

служить основою для еколого-географічного аналізу і прогнозування, створюючи можливість для прийняття обґрунтованих рішень.

Статистичні дані в екології є основою для виявлення і обґрунтування емпіричних закономірностей. Без конкретних кількісних даних, що характеризують функціонування досліджуваних еколого-географічних об'єктів, не завжди можна визначити практичне значення застосованої моделі, навіть якщо метою є виявлення переважно якісних закономірностей.

Метою збору еколого-географічних даних є отримання інформаційної бази для прийняття рішень. Природно, що аналіз даних і прийняття рішень проводиться на основі якої-небудь інтуїтивної (нереальної) або кількісної (реальної) моделі. Тому збирають необхідні дані, які потрібні для відповідної моделі.

Існують різноманітні методи збору еколого-географічних даних: шляхом опитування, анкетування, отримання офіційної статистичної звітності т.д. У багатьох країнах існують статистичні органи, які займаються збиранням, обробкою, поширенням і публікацією важливих даних. Цією діяльністю займаються також багато спеціалізованих державних і приватних агентств.

Першим етапом будь-якого дослідження є збирання інформації, а саме, статистичне спостереження.

Статистичне спостереження – це спланована, науково організована реєстрація масових даних про соціально-економічні й екологічні явища та процеси.

Статистичне спостереження може бути первинним або вторинним. Первинне – це реєстрація даних, що надходять безпосередньо від об'єкта, який їх продукує. Вторинне – збирання раніше зареєстрованих та оброблених даних.

Статистичні дані – це масові системні кількісні характеристики соціально-економічних явищ і процесів. Статистичні дані мають відповідати певним вимогам: бути вірогідними; повними; своєчасними; порівнянними за часом або у просторі; доступними.

Підготовка спостереження починається із складання плану спостереження – сукупності програмно-методологічних та організаційних питань.

Програмно-методологічні питання плану – це перелік пунктів, які відповідатимуть на питання: для чого проводиться обстеження (***мета обстеження***); що обстежують (***об’єкт обстеження***); складові частини об’єкта (***одиниця сукупності***); джерело інформації (***одиниця спостереження***); на які питання планується одержати відповіді (***програма спостереження***).

Мета спостереження – одержання статистичних даних, які є підставою для узагальненої характеристики стану та розвитку явища або процесу. Кінцевою метою є підготовка управлінських рішень та прийняття заходів.

Об’єкт спостереження – сукупність явища, що підлягають обстеженню. Чітке визначення суті та меж об’єкта дає можливість уникнути різного тлумачення результатів. Для цього застосовуються цензи – набори кількісних та якісних обмежувальних ознак.

Одиниця сукупності – це первинний елемент об’єкта, що є носієм ознак, які підлягають реєстрації.

Ознаковою є властивість, що відбиває сутність, характер та особливість одиниці сукупності. За формою виразу ознаки можуть бути : описовими (атрибутивними) та кількісними.

Кількісні ознаки можуть бути дискретними або неперервними. ***Дискретні*** – ознаки, що набувають лише окремих, ізольованих значень. Як

правило, вони виникають в результаті лічби (кількість суб'єктів діяльності, чисельність акціонерів).

Неперервні – ознаки, що набувають будь-яких значень у певних межах.

Відомості про ознаки одиниць сукупності збираються від одиниць спостереження. ***Одиниця спостереження*** – це первинна одиниця, від якої одержують інформацію.

Програма спостереження – це перелік запитань, на які слід одержати відповіді в результаті спостереження. Зміст та обсяг запитань залежить від мети спостереження та можливостей його проведення (грошових та трудових витрат терміну реєстрації) У програму спостереження також включаються: розробка статистичного інструментарію, визначення виду та способу обстеження.

Статистичний інструментарій – це набір статистичних формулярів, інструкцій та роз'яснень щодо проведення спостереження.

Статистичний формуляр – обліковий документ єдиного зразка, що містить адресну характеристику об'єкта спостереження та статистичні дані про нього. Статистичними формулярами є звіти, переписні та опитувальні листки, бланки документів, анкети. При складанні формулярів враховується не тільки зміст та інформативність ознак, а й можливість їх статистичної обробки. Остання забезпечується завдяки застосуванню системи шкал.

Шкала – це засіб упорядкування та кількісного вираження ознак. Використовуються такі види шкал: ***номінальна*** – шкала найменувань, що встановлює відношення подібності елементів, за якою порядок розташування ознак значення не має; ***порядкова (рангова)*** – шкала, що встановлює послідовність інтенсивності прояву ознаки; ***метрична*** – кількісна шкала, в основу якої покладено результати безпосереднього вимірювання.

Другою складовою частиною плану спостереження є організаційні питання, що визначають, хто проводить спостереження (органи та персонал); де проводить (місце спостереження); за допомогою чого (матеріально-технічне забезпечення); спосіб забезпечення точності результатів (система контролю та пробні обстеження); коли проводить (час та період спостереження).

Час спостереження (об'єктивний час) – це час, до якого відносяться дані спостереження. Якщо об'єктом спостереження є процес, то визначається інтервал часу, впродовж якого накопичуються дані. Якщо об'єктом спостереження є стан, то обирається критичний момент – момент часу, станом на який реєструються дані.

Період спостереження (суб'єктивний час) – час, упродовж якого здійснюється реєстрація даних. Наприклад, суб'єктивний час перепису населення – 8 днів (з 12.01 по 20.01). Вибір часу спостереження здійснюється у найсприятливіший період (найменша міграція населення; спокійна соціально-політична ситуація).

Контроль даних спостереження – це засіб попередження, виявлення та виправлення помилок спостереження, який полягає у перевірці даних на повноту та вірогідність. Повнота даних перевіряється візуально, а вірогідність – шляхом логічного та арифметичного контролю.

Логічний контроль – це перевірка сумісності даних шляхом порівняння співзалежних ознак, яка встановлює тільки наявність помилки, а не її величину.

Арифметичний контроль – перевірка зареєстрованих даних шляхом прямих або непрямих перерахунків. Залежно від причини виникнення виділяють помилки: реєстрації – виникають при будь-якому спостереженні внаслідок неправильного встановлення фактів, репрезентативності – властиві

лише вибіркового спостереженню, виникають внаслідок несучільного характеру реєстрації або порушення принципів випадковості відбору.

За природою виникнення розрізняють такі **помилки реєстрації**: *випадкові* – внаслідок збігу випадкових обставин, через неуважність; недбалість; некваліфікованість реєстратора або незосередженість респондента (їх дія у масі випадків врівноважується і на результати не впливає); *систематичні* – внаслідок постійних спотворень в одному напрямі (їх дія призводить до зсуву результатів у бік збільшення або зменшення).

Систематичні помилки бувають ненавмисними і навмисними.

Ненавмисні помилки – через необґрунтованість програми спостереження, некомпетентність реєстраторів, неосвіченість респондентів.

Навмисні помилки – наслідок свідомого викривлення фактів з певною метою (погіршення або прикрашання дійсності).

Різноманітність сфер спостереження обумовлює застосування різних організаційних форм, видів та способів статистичного спостереження.

Використовуються такі організаційні **форми спостереження**: звітність, спеціально організовані спостереження та реєстри.

Звітність – форма спостереження, за якою кожен суб'єкт діяльності регулярно подає свої дані до державних органів статистики у вигляді документів (звітів) спеціально затвердженої форми.

Спеціально організовані спостереження – форма спостереження, яка охоплює сфери життя, що не уловлюються звітністю. До них належать : переписи, обліки, спеціальні обстеження, опитування.

Перепис – суцільне спостереження масових явищ з метою визначення їх розміру та складу станом на певну дату. Переписи проводяться одночасно для всієї сукупності (території) за єдиною для всіх одиниць програмою, як

правило, періодично з рівним інтервалом (перепис населення – кожні 10 років).

Обліки – суцільні спостереження масових явищ, що ґрунтуються на даних опитування, огляду та документальних записів (облік земельного фонду, облік об'єктів незавершеного будівництва).

Спеціальні обстеження – несуцільні спостереження окремих масових явищ за певною тематикою.

Опитування – частіше несуцільні спостереження думок, мотивів, оцінок, які реєструються зі слів респондентів. Винятком з цього є суцільне опитування всього населення – референдум (масове волевиявлення з принципових соціально-політичних чи екологічних питань).

Статистичні реєстри – списки або переліки одиниць певного об'єкта спостереження із зазначенням необхідних ознак, які постійно оновлюються та поповнюються (реєстр населення – поіменний список мешканців регіону із зазначенням їх паспортних даних; реєстр суб'єктів діяльності; реєстр домашніх господарств; реєстр земельного фонду).

Види спостереження розрізняють за ступенем охоплення одиниць та за часом реєстрації даних.

За ступенем охоплення одиниць обстеження бувають суцільні і несуцільні.

Суцільні обстеження передбачають реєстрацію всіх без винятку одиниць сукупності (звітність, більшість переписів).

Несуцільні – обстеження за яких реєструються не всі одиниці сукупності, а лише їх певна частина (вибіркове спостереження, основного масиву, монографічне, анкетне, моніторинг).

Вибіркове – спостереження, коли реєструється певна частина одиниць сукупності, відібрана у випадковому порядку.

Обстеження основного масиву – реєстрація даних щодо переважної частини одиниць сукупності, які є визначники для характеристики об'єкта спостереження (обстеження міст з найвищим рівнем атмосферного забруднення та ін.).

Монографічне обстеження – детальне обстеження окремих одиниць сукупності з метою їх досконального вивчення.

Анкетне спостереження, при якому не всі розповсюджені реєстраційні формуляри (анкети) повертаються з відповідями.

Моніторинг – спеціально організоване систематичне спостереження за станом певного середовища (моніторинг екологічного стану природних водойм).

За часом реєстрації даних спостереження поділяються на поточне, періодичне та одноразове.

Поточне спостереження – систематична реєстрація фактів перебігу явища у міру його виникнення або стосовно безперервного процесу.

Періодичне – спостереження, що проводиться через певні, як правило, рівні, проміжки часу (перепис населення або виробничих потужностей).

Одноразове – спостереження, що проводиться у міру виникнення потреби дослідження явища або процесу.

Статистичне спостереження здійснюється трьома способами: безпосередній облік фактів, документальний облік, опитування, експертні оцінки.

Безпосередній облік – реєстрація фактів здійснюється особисто обліковцем шляхом підрахунку, вимірювання, оцінки, огляду.

Документальний облік – реєстрація фактів відбувається за даними, наведеними у документах первинного обліку.

Опитування – це спостереження, що здійснюється експедиційним шляхом, самореєстрацією, кореспондентським чи анкетним шляхами.

Експедиційне опитування – реєстрація фактів спеціально підготовленими обліковцями з одночасною перевіркою точності реєстрації.

Самореєстрація – реєстрація фактів самими респондентами після попереднього інструктажу.

Кореспондентське опитування – реєстрація фактів на місцях виникнення явищ добровільно обраними особами, які надсилають результати у відповідні інстанції.

Анкетне опитування – реєстрація думок, намірів і мотивів респондентів шляхом їх самостійного заповнення анкети.

27.2. Зведення та групування статистичних даних

Статистичні зведення – другий етап дослідження масових суспільних явищ. Суть його полягає в класифікації та агрегуванні первинних статистичних даних.

Існують загальноприйняті методологічні стандарти розподілу сукупностей на групи – чітко визначені групувальні ознаки та сформульовані вимоги щодо умов формування груп. Це класифікації.

Для розв'язання конкретних аналітичних задач проводяться нестандартні групування за певними ознаками, що легко розпізнаються.

Групування за однією ознакою називають простим, у разі поєднання двох і більше ознак – комбінаційним.

На групування у статистичному аналізі покладаються певні функції, відповідно до яких їх розрізняють як структурні, типологічні та аналітичні.

Структурне групування характеризує склад однорідної сукупності за певними ознаками, обсяги явища та вагомість окремих груп.

Типологічне групування – це розподіл якісно неоднорідної сукупності на класи, соціально-економічні типи, однорідні групи.

Аналітичне групування – виявлення наявності та напряду зв'язку між двома ознаками, з яких одна представляє результат. У класичному варіанті аналітичного групування сукупність поділяється на групи за факторною ознакою, і в кожній групі визначається середній рівень результативної ознаки. За наявності зв'язку між факторною та результативною ознаками групові середні від групи до групи поступово змінюються – збільшуються або зменшуються.

При формуванні груп постає питання про їх кількість та межі кожної з них. Кількість груп залежить від ступеня варіації групувальної ознаки та обсягу сукупності, у кожному окремому випадку її необхідно обґрунтувати. Якщо групувальна ознака атрибутивна, кількість груп певною мірою визначається кількістю найменувань ознаки.

У процесі формування груп за варіативною ознакою – неперервною або дискретною, з широким діапазоном варіації – необхідно встановити інтервали груп та визначити межі кожного з них з такою точністю, щоб розподіл сукупності був однозначним. Інтервали бувають рівні та нерівні, відкриті та закриті.

Рівні інтервали використовують за умови, що значення ознаки x у діапазоні варіації змінюється рівномірно.

Наприклад, еродовані землі в межах області коливаються від 15–65%. При $m=5$ ширина інтервалу становить , а межі інтервалу відповідно 15–25; 25–35; 35–45; 45–55; 55 і більше. Позаяк межі інтервалів збігаються, то порядок віднесення до груп межових значень ознаки визначають слова останнього відкритого інтервалу “55 і більше”, тобто нижню межу закритого інтервалу слід вважати “включно”, а верхню – “виключно”.

У разі, коли діапазон значень ознаки надто широкий і розподіл сукупності за цією ознакою нерівномірний, використовують нерівні інтервали. Наприклад, розподіл сумарного обсягу викидів по адміністративних районах області, тис. т на рік : до 3; 3–4,9; 5–9,9; 10–19,9; 20–49,9. Позаяк межі інтервалу не збігаються, то обидві межі (верхню і нижню) слід вважати “включно”.

Невід’ємним елементом зведення та групування є статистична таблиця, в якій зведена інформація подається компактно, у зручній для порівняння та аналізу формі. За логічним змістом статистична таблиця розглядається як “статистичне речення”, підметом якого є об’єкт дослідження, а присудком – система показників, що характеризує об’єкт. Залежно від структури підмета статистичні таблиці поділяються на прості, групові та комбінаційні. Підметом простої таблиці є перелік елементів сукупності, територіальний або хронологічний ряд. У груповій таблиці підметом є групування за однією ознакою, у комбінаційній – за двома і більше ознаками.

Складання статистичної таблиці має два етапи. На першому проектується макет таблиці, на другому таблиця заповнюється статистичними даними. Макет статистичної таблиці – це комбінація горизонтальних рядків та вертикальних граф, на перетині яких утворюються клітини. Ліві бічні та верхні клітини призначені для словесних заголовків – переліку складових підмета та системи показників присудка, решта – для числових даних. Основний зміст таблиці вказується у назві.

27.3. Статистичні показники

Статистичний показник – це узагальнююча характеристика соціально-економічного явища чи процесу, в якій поєднуються якісна та кількісна визначеність останнього.

Якісний зміст показника залежить від суті явища (процесу) і знаходить своє відображення у назві (народжуваність, прибутковість тощо).

Кількісний бік явища представляють числа та його вимірник.

Показники різноманітні за способом обчислення, ознакою часу, своїми функціями. За способом обчислення розрізняють первинні та похідні показники.

Первинні визначаються шляхом зведення та групування даних і подаються у формі абсолютних величин.

Похідні показники обчислюються на базі первинних або вторинних показників і мають форму середніх чи відносних величин.

За ознакою часу показники поділяються на інтервальні і моментні.

Інтервальні характеризують явище за певний час (день, місяць, рік).

До **моментних** відносять показники, які характеризують явище на певний момент часу.

Абсолютні статистичні величини характеризують розміри соціально-економічних явищ – обсяги сукупності або обсяги значень певних ознак. Це іменовані числа. Залежно від конкретної задачі дослідження та характеру явища використовують натуральні, трудові та вартісні (грошові) одиниці вимірювання. Якщо виникає потреба звести воєдино кілька різновидностей однієї споживчої властивості, обсяги такого явища виражаються в умовно-

натуральних одиницях . Перерахунок в умовні одиниці здійснюють за допомогою спеціальних коефіцієнтів - сумірників. Наприклад, паливний баланс складається у тонах умовного палива. Еталоном слугує кам'яне вугілля, теплотворна спроможність якого становить 7000 кал на 1 кг. Калорійний коефіцієнт донецького вугілля –0,9; природного газу – 1,2 і т.д.

Відносні величини характеризують кількісні співвідношення різнойменних чи однойменних показників. Будь-яка відносна величина представляє собою дріб, чисельником якого є порівняльна величина, а знаменником – база порівняння. Відносна величина показує, у скільки разів порівнянна величина більша базисної або яку частку вона становить відносно базисної, іноді скільки одиниць одної величини припадає на 100, на 1000, на 10000, на 100000 одиниць іншої. За аналітичною функцією виділяють відносні величини інтенсивності, динаміки, просторового порівняння, структури, координації.

Відносна величина інтенсивності характеризує ступінь поширення явища у певному середовищі. Це іменована величина, у якій поєднуються одиниці вимірювання чисельника і знаменника. Наприклад, демографічні коефіцієнти (народжуваність, смертність) на 1000 чол. населення, забезпеченість лікарями на 10000 чол. населення. та ін.

Відносна величина динаміки характеризує напрямок та інтенсивність зміни явища у часі, розраховується співвідношенням значень показника за два періоди чи моменти часу. При цьому базою порівняння може бути або попередній рівень, або рівень, більш віддалений у часі.

У територіально-просторових порівняннях співвідносять однойменні показники, що характеризують різні об'єкти (підприємства, галузі) або території (міста, регіони, країни) і мають однакову часову визначеність. Інтерпретація цих величин залежить від бази порівняння.

Базою порівняння може виступати певне еталонне значення показника (норматив, стандарт тощо). Відхилення відносної величини порівняння з еталоном від 1 або 100 % свідчить про порушення оптимального процесу.

Відносна величина структури характеризує склад, структуру сукупності за тією чи іншою ознакою, обчислюється відношенням розміру складової частини до загального підсумку. Відносні величини структури називають частками, сума їх становить 1 або 100 %.

На використанні часток ґрунтується порівняльний аналіз складу різних за обсягом сукупностей, оцінка структурних зрушень у часі. Різницю між частками називають процентними пунктами.

Співвідношення між окремими складовими сукупності є відносними величинами координації.

27.4. Середні характеристики динамічного ряду

Середня величина – це узагальнююча міра варіюючої ознаки, що характеризує її рівень у розрахунку на одиницю сукупності. Умовами застосування середніх величин є: наявність якісно однорідної сукупності та достатньо великий її обсяг.

У статистичній практиці використовують декілька видів середніх : середнє арифметичне, середнє квадратичне і т.д.

Середнє арифметичне – використовується для осереднення прямих значень ознак шляхом їх підсумування..

Якщо дані незгруповані, використовується середня арифметична проста.

Якщо моментів більше двох і інтервали між ними рівні, то середня обчислюється за формулою середньої хронологічної.

Якщо дані згруповані, то використовують середньозважену арифметичну.

Осередненню підлягають не тільки окремі значення варіант, а й їх групові середні, тоді вагою буде частота (частка) кожної групи:

Обчислена в такий спосіб середня з групових середніх називається загальною.

Середня арифметична має певні математичні властивості, які розкривають її суть. Так, сума відхилень окремих варіант від середньої дорівнює нулю, а сума квадратів таких відхилень наближається до мінімуму. Ці дві властивості покладені в основу вивчення варіації ознак.

Якщо окремі значення варіант збільшити (зменшити) на величину A або в k разів, то середня зміниться відповідно.

Наприклад, якщо грошові внески громадян до ощадбанку скоригувати на рівень інфляції, що становить 1,2, то середній розмір внеску збільшиться відповідно в 1,2 рази.

Середня не зміниться за пропорційної зміни усіх ваг, але її розмір зазнає змін при певних структурних зрушеннях.

Наприклад, за незмінної курсової вартості акцій окремих емітентів середня вартість акцій може підвищуватись за рахунок збільшення частки “дорогих” акцій у загальній кількості їх продажу.

Зазначені властивості середньої використовують у разі осереднення ознак порядкової (рангової) шкали. Варіанти ознак можна оцифровувати порядковими рангами $R_j = 1, 2, \dots, n$ або центрованими $R_0 = R_j -$

$1/2(R_{\max}+R_{\min})$. Середній центрований бал відхиляється від середнього порядкового на величину $1/2(R_{\max}+R_{\min})$.

Середній центрований бал набуває додатних або від'ємних значень і свідчить про позитивну чи негативну оцінку явища. Крім того, його використовують для порівняння оцінок різних явищ, оскільки він не залежить від розмірності шкали. Отже, рівень відношення до екологічної ситуації можна оцінити як задовільний, але поки що невисокий.

Середня гармонічна використовується для осереднення обернених індивідуальних значень ознак шляхом їх підсумовування. Для незгрупованих даних це середня гармонічна простота. Якщо дані згруповані, то використовують *середню гармонічну зважену*.

Середня геометрична визначається як добуток відносних величин динаміки x_i , які є кратним співвідношенням i -го значення показника до попереднього ($i-1$).

Приклад. Кількість зареєстрованих екологічних злочинів за чотири роки зросла у 1,57 рази, у тому числі за перший рік – у 1,08, за другий – у 1,1, за третій –у 1,18, за четвертий – у 1,12 рази. Середньорічний темп зростання кількості зареєстрованих екологічних злочинів становить тобто число зареєстрованих екологічних злочинів зросло щорічно у середньому на 12 %.

Якщо часові інтервали неоднакові, використовують *середню геометричну зважену*.

Середня квадратична розглядається як характеристика варіації.

Соціально-економічні явища надзвичайно складні та багатогранні. Будь-який показник відображає лише одну грань предмета пізнання. Комплексна характеристика останнього передбачає використання системи показників. Кожний показник системи має самостійне значення і водночас є складовою

узагальнюючої властивості, що дає підстави для конструювання інтегральних оцінок явищ. Позаяк показники системи, як правило, різнойменні, то об'єднання їх в інтегральну оцінку передбачає стандартизацію – приведення до одного виду. При стандартизації індивідуальні значення показників замінюються рангами, балами, відносними величинами, стандартними відхиленнями тощо.

Так, **рейтингова оцінка** передбачає, що кожний параметр оцінюється балами.

При стандартизації за допомогою відносних величин базою порівняння може бути або еталонне значення (норма, стандарт) або середнє значення показника за сукупністю.

Питання для самоконтролю:

1. Яка мета збору еколого-географічних даних?
2. Дайте пояснення терміну «статистичне спостереження».
3. З чого складається програма спостереження?
4. Види групування у статистичному аналізі.
5. Які бувають статистичні показники?
6. Середні характеристики динамічного ряду.

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати самостійно теми та представити реферати «Метод екстраполяції в екологічних дослідженнях» і «Методи експертних оцінок».

Розділ 12. Статичні моделі в екології.

Лекція № 6

Тема: «Загальні принципи побудови статичних моделей екологічних процесів»

План

28.1 Принципи побудови статичних моделей екологічних процесів.....

28.2. Методи визначення функції регресії

28.1. Принципи побудови статичних моделей екологічних процесів

Головною метою статичного моделювання в екології є побудова статичних прогнозів для модельованого процесу. Для цього припускають, що залежність досліджуваної величини X від контрольованих факторів впливу t_1, t_2, \dots, t_n є достовірною (цілком детермінованою) і описується деякою невідомою функцією $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$, а сукупний вплив усіх інших факторів, згідно з центральною граничною теоремою, внаслідок їх множинності є випадковим і викликає хаотичні нормально розподілені флуктуації Δ величини X :

$$X = f(t_1, t_2, \dots, t_n) + \Delta \quad (28.1)$$

$$M(X) = f(t_1, t_2, \dots, t_n) \Leftrightarrow M(\Delta) = 0. \quad (28.2)$$

Найпростішим випадком статичної моделі є модель однофакторного процесу. У цьому випадку роль домінуючим вважається один єдиний фактор t , тому ту, чи іншу характеристику X системи подають у вигляді:

$$X=f(t)+\Delta, \quad (28.3)$$

де Δ - випадкове незалежне від t відхилення, викликане різними причинами: похибками вимірювання, впливом кліматичних і погодних факторів, тощо. Вважається, що відхилення Δ центроване: $M(\Delta)=0$, - не залежить від t і розподілене за нормальним законом з деякою дисперсією σ^2 . Легко показати, що в такому випадку $M(x|t)=f(t)$, тобто $f(t)$ функція регресії x на t .

Задачі статичного моделювання.

Основними задачами статичного моделювання є:

- визначення виду функції регресії X на t , тобто визначення детермінованої складової величини X в умовах, коли фактор t контролюється повністю, шляхом статичної обробки емпіричної бази даних;
- визначення параметрів функції регресії;
- оцінка дисперсії $D(X)=\sigma^2(X)$ та СКВ $\sigma(X)$.

В екології найчастіше вимірюють залежність деякої величини від часу в одній і тій самій точці земної поверхні, русла річки тощо або шукають неперервну функцію розподілу цієї величини уздовж поверхні чи уздовж стоку за дискретними даними, отриманим в окремих точках.

База даних – це упорядкований набір експериментальних даних, сформований шляхом одночасного вимірювання X чи t чи вимірювання X у

певні моменти t і поданий у вигляді масиву даних $\{X_k, t_k\}$. В однофакторному аналізі

t_k - це число; у багатфакторному аналізі t_k -це впорядкована множина чисел.

Отже, у випадку однофакторного аналізу база даних має вигляд таблиці:

t	t_1	t_2	t_3	...	t_n
X	x_1	x_2	x_3	...	x_n

Нанесена на координатну площину, вона утворює відповідне кореляційне поле(рис. 28.1)

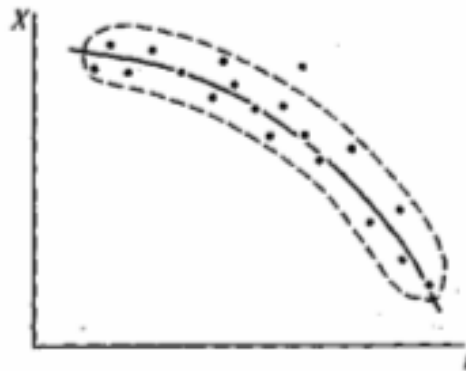


Рисунок 28.1 - Кореляційне поле

У випадку двохфакторного аналізу таблицю бази даних записують так:

t	t_{11}	t_{12}	t_{13}	...	t_{1n}
t_{21}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1n}
t_{22}	x_{21}	x_{21}	x_{21}	...	x_{2n}
...
t_{2m}	x_{m1}	x_{m2}	x_{m3}	...	x_{mn}

28.2. Методи визначення функції регресії

Розглянемо докладніше методи знаходження функції регресії. З цією метою застосовують декілька таких методів:

а) **графічний метод** – визначення виду функції регресії $f(t)$ за зовнішнім виглядом кореляційного поля;

б) **аналітичний метод** апроксимації залежності $f(t)$ поліномом (за допомогою методу найменших квадратів);

в) **графоаналітичний метод**, який поєднує в собі графічний та аналітичний методи.

Графічний метод. Побудова графічної моделі статичного процесу полягає в наступному.

Експериментальні дані подають у вигляді бази даних (тобто таблицею) і наносять їх на координатну площину (t, X) у вигляді кореляційного поля точок з координатами x_k, t_k , де $k=1;2;...;N$ (рис.9.1). Якщо фактор t має домінуючий вплив на величину X , кореляційне поле буде мати вид вузької смуги, вигнутої чи іншим чином і йде під деяким

відмінним від нуля кутом до горизонтальної осі. Якщо ж вплив цього фактора незначний, кореляційне поле буде мати вигляд смуги або еліпсу, розташованих паралельно осі абсцис.

Далі будують плавну криву, що огинає кореляційне поле (огинаючу); при цьому точки, що особливо відхиляються від основної маси точок, відкидають як випадкові викиди, тобто результат несистематичного впливу якогось сильнодіючого фактора. Через кореляційне поле проводять плавну криву, що повторює хід цієї смуги, так, щоб точки поля лягли симетрично обабіч від кривої, а середня відстань від точок поля до кривої була найменшою. Отримана крива надалі вважається графіком регресійної залежності $f(t)$ – лінією регресії.

Якщо розсіювання точок кореляційного поля значне, але кількість експериментальних даних досить велика, для побудови лінії регресії графічним способом доцільно скористатися так званим *методом медіан*. Цей метод полягає в тому, що діапазон зміни впливового фактора t розбивають зручним способом на піддіапазони, так, щоб кожний із них містив достатню, бажано парну кількість точок ($n_i \sim 10$ або більше). Далі в кожному з діапазонів знаходять медіану емпіричного закону розподілу – точку, таку, що кількість експериментальних точок, які лежать вище, нижче, правіше та лівіше неї, однакова. Медіана знаходиться на перетині двох ліній – вертикальної та горизонтальної, - які ділять даний піддіапазон кореляційного поля на однокові за кількістю точок частини. Після того, як медіани побудовано для кожного піддіапазона. Їх з'єднують ламаною або пивною лінією, яка наближено і є лінією регресії.

Аналiтичний метод. У рамках цього методу шукають аналiтичну залежність між X і t у вигляді полінома деякого ступеня n :

$$X \approx \sum_{k=0}^n a_k \cdot t^k \quad (28.4)$$

Коефіцієнт регресії a_k знаходять методом найменших квадратів, відповідно до якого оптимальній системі $\{a_k\}$ відповідає мінімальне значення суми:

$$S_n = \sum_{i=1}^N \left(x_i - \sum_{k=0}^n a_k \cdot t_i^k \right) \quad (28.5)$$

Для цього розв'язують систему рівнянь:

$$\frac{\partial S_n}{\partial a_k} = 0 \quad (28.6)$$

де $k=0;1;2;\dots;n$.

Наприклад, при $n=1$ (лінійна регресія) ця система має такий вигляд:

$$\begin{cases} a_0 N + a_1 \sum_{i=1}^N t_i = \sum_{i=1}^N x_i \\ a_0 \sum_{i=1}^N t_i + a_1 \sum_{i=1}^N t_i^2 = \sum_{i=1}^N t_i \cdot x_i \end{cases} \quad (28.7)$$

Її розв'язання має пара чисел:

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{l=1}^N t_l^2 - \sum_{i=1}^N x_i t_i \sum_{l=1}^N t_l}{N \sum_{l=1}^N t_l^2 - \left(\sum_{l=1}^N t_l \right)^2}; \quad a_1 = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i \cdot t_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{l=1}^N t_l}{N \sum_{l=1}^N t_l^2 - \left(\sum_{l=1}^N t_l \right)^2}. \quad (28.8)$$

Оптимальний степінь n полінома знаходять за допомогою регресійного аналізу. Для цього обчислюють значення S_n при різних n , починаючи з $n=0$, і будують упорядковану послідовність сум: $S_0; S_1; S_2; \dots; S_k; \dots$. При малих k члени цієї послідовності спочатку спадають з ростом k , але, починаючи з деякого $k=n$, вони перестають помітно змінюватися, флюктуючи біля деякого середнього значення S . Поліном даного ступеня n вважається надалі оптимальною оцінкою функції регресії $f(t)$.

СКВ величини X обчислюють за формулою:

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(x_i - \sum_{k=0}^n a_k \cdot t_i^k \right)^2} \quad (28.9)$$

Головною метою статичного моделювання в екології є побудова статичних прогнозів для модельованого процесу. Найпростішим випадком статичної моделі є модель однофакторного процесу. В екології найчастіше вимірюють залежність деякої величини від часу в одній і тій самій точці земної поверхні, русла річки тощо або шукають неперервну функцію розподілу цієї величини уздовж поверхні чи уздовж стоку за дискретними даними, отриманими в окремих точках.

Існує декілька методів визначення функції регресії:

а) графічний метод – визначення виду функції регресії $f(t)$ за зовнішнім виглядом кореляційного поля;

б) аналітичний метод апроксимації залежності $f(t)$ поліномом (за допомогою методу найменших квадратів);

в) графоаналітичний метод, який поєднує в собі графічний та аналітичний методи.

Питання для самоконтролю:

1. Які існують методи визначення функції регресії?
2. Назвіть головні числові характеристики випадкової величини та дайте їх визначення.
3. Яку залежність називають статистичною? Кореляційною?
Що таке регресія та лінія регресії? Опишіть методи побудови регресії однієї випадкової величини по іншій.

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати самостійно теми та представити реферати «Методи визначення функції регресії», «Загальна характеристика блокових моделей», «Елементарні блокові моделі».

Лекція № 29

Тема: «Етапи математичного моделювання»

План

29.1. Роль і місце математичного моделювання в екології

29.1.1. Принцип ієрархічності структури екосистеми

29.2. Склад математичної моделі екологічного процесу

29.3. Етапи математичного моделювання

29.4. Математичні засоби побудови моделей

29.4.1. Теорія множин і відображень

29.4.2. Лінійна алгебра

29.4.3. Апарат диференціальних рівнянь

29.4.4. Апарат інтегральних рівнянь

29.5. Аналіз властивостей математичної моделі

29.1. Роль і місце математичного моделювання в екології

Математичне моделювання природних процесів і явищ в екології — це один з головних засобів дослідження переносу й перетворення енергії та речовини між організмами чи їх популяціями, що відрізняється максимальною глибиною абстрагування і здатністю точного врахування найскладніших форм взаємостосунків. Воно сприяє більш глибокому їх розумінню і насамкінець дозволяє отримати максимально точну кількісну інформацію про структуру та механізми функціонування реального світу. Ця інформація стимулює становлення нових наукових проблем і розвиток

методів їх вирішення, а також служить основою для прийняття рішень при реалізації конкретних проектів.

29.1.1 Принцип ієрархічності структури екосистеми

Можливість математичного моделювання поведінки найскладніших екологічних систем є наслідком дії принципу ієрархічності структури екосистеми. Суть цього важливого принципу полягає в тому, що прогнозування поведінки системи в цілому не вимагає знання детальної будови її компонентів і законів функціонування простих субкомпонентів, з яких вони утворені. Іншими словами, процеси взаємодії складових частин усередині самих компонентів системи мало позначаються на взаємодії компонентів між собою.

Так, для того, щоб описати фізіологію клітини, не обов'язково знати структуру органел і біохімію процесів, що перебігають усередині них. Досить розглянути тільки функції окремих органел і взаємозв'язки між ними.

Принцип ієрархічності є наслідком багаторівневої організації взаємодії між різними природними об'єктами на всіх рівнях організації матерії. Різні системи вступають у взаємодію одна з одною на основі залишкового принципу, оскільки будь-яка реальна система може бути стійкою тільки тоді, коли сила внутрішньосистемної взаємодії набагато перевищує силу зовнішніх впливів. У протилежному випадку система виявиться нестійкою і не може існувати самостійно, відособлено від інших систем.

29.2. Склад математичної моделі екологічного процесу

Будь-яка математична модель записується за допомогою математичних символів — спеціальних значків, що служать для стислого опису параметрів системи і взаємодії між її компонентами; це імена змінних, назви математичних операцій, допоміжні знаки, тощо. При формулюванні моделі математичні вирази, складені з відповідних символів, утворюють математичні рівняння. Кожне таке рівняння — це формалізований запис способу взаємодії між компонентами системи, здійснений за допомогою математичних символів.

При побудові математичних моделей екологічних процесів як на концептуальному, так і на формалізованому (тобто у вигляді математичних рівнянь або формул) рівнях широко користуються такими поняттями як "система", "системний підхід", "системний аналіз", тощо. Зупинимося на основних положеннях теорії систем і визначимо поняття системи та її складових елементів.

Системою називають множину певних взаємопов'язаних об'єктів — компонентів системи — разом з їх атрибутами та існуючими між ними зв'язками (відносинами).

Атрибутами системи називають ті чи інші властивості компонентів системи, а зв'язками (відносинами) — ті властивості системи, що об'єднують її компоненти в єдине ціле. Кількість об'єктів (компонентів) у системі може бути як завгодно великою і навіть необмеженою.

Нехай деяка система S утворена n компонентами, де n — деяке ціле число. Кожний i -й компонент будемо характеризувати параметром X_i . Параметри X_1, X_2, \dots, X_n називають системними змінними.

Системні змінні — це величини, що використовуються для визначення стану системи в будь-який заданий момент часу.

Як правило в ролі системних змінних виступає кількість біомаси або енергії, наприклад, число тварин (N) у популяції, кількість енергії (E) на різних трофічних рівнях, тощо.

Впорядковану множину системних змінних:

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

називають вектором стану або складом системи S . Взаємовідносини, за допомогою яких елементи X_1, X_2, \dots, X_n об'єднуються в систему, називають системотвірними зв'язками.

Очевидно, що елементи X_1, X_2, \dots, X_n , об'єднані системотвірними зв'язками у систему, зазнають певного впливу з боку один одного. Проте не менш очевидно, що ці елементи зазнають також певного впливу з боку нескінченної множини інших систем $E_1, E_2, \dots, E_k, \dots$, складених з об'єктів, зовнішніх щодо системи S , тобто таких, що не входять до її складу X . Наприклад, в умовах конкуренції окремі особини однієї популяції взаємодіють не тільки одна з одною, але й з особинами інших популяцій.

Якщо вибрати певну граничну міру інтенсивності взаємодії системи S з системами $E_1, E_2, \dots, E_k, \dots$, таку, що її ще слід вважати впливовою, тоді як більш слабкими видами взаємодії можна знехтувати, то тоді можна обмежити число зовнішніх систем, що взаємодіють з S , певною скінченною множиною $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ де m — деяке ціле число.

Множину V , що складається із зовнішніх об'єктів та систем, які перебувають в істотних зв'язках з даною системою S , називають навколишнім середовищем і позначають вектором $\{V_1, V_2, \dots, V_m\}$.

Множину відносин (зв'язків) між компонентами системи S та між ними і навколишнім середовищем називають структурою даної системи і позначають як:

$$\Sigma = \{ \Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_l \}$$

де l — число зв'язків, що утворюють структуру системи S .

Склад X , навколишнє середовище V і структура Σ можуть змінюватися з плином часу t . У цьому випадку їх записують, як

$$X(t) = \{ X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t) \}$$

$$V(t) = \{ V_1(t), V_2(t), \dots, V_n(t) \}$$

$$\Sigma(t) = \{ \Sigma_1(t), \Sigma_2(t), \dots, \Sigma_n(t) \}$$

Закон $F(t)$, за яким змінюються з часом t склад X або структура Σ системи S залежно від зовнішніх факторів $V(t)$, називають функцією системи S .

На основі викладеного надамо таке означення системи.

Системою $S(t)$, що функціонує в навколишньому середовищі $V(t)$, називається множина об'єктів $S(t) = S(X, V, \Sigma, F)$, утворена із сукупності внутрішніх елементів $X(t)$, зв'язаних між собою і з навколишнім середовищем сукупністю зв'язків $\Sigma(t)$, що змінюються з плином часу згідно з множиною функцій $F(t)$.

Знаючи функції системи, можна прогнозувати її стан в будь-які майбутні моменти часу. Тому знаходження функцій системи є центральною задачею математичного моделювання. Її розв'язують за допомогою системного аналізу.

Системний аналіз — це переведення фізичних чи біологічних уявлень про систему в математичні рівняння, а також виконання операцій над математичними символами в отриманих рівняннях з метою знаходження функцій системи.

У ході системного аналізу шукають розв'язок системи рівнянь, записаних при формулюванні моделі. Розв'язок зводиться до відшукування значень системних змінних у будь-який майбутній момент часу з певного інтервалу за їх значеннями в початковий момент часу та миттєвими значеннями передатних і примусових функцій.

Примусова функція $V_j(t)$ — це функція часу, що описує вплив певного (j-го) фактора зовнішнього середовища на стан системи і не залежить від значень системних змінних.

Передатна функція $f_i(X_1, X_2, \dots, X_n; V_1, V_2, \dots, V_k)$ — це функція, що зв'язує швидкість зміни i-ої системної змінної X_i зі значенням інших системних змінних і примусових функцій $V_j(t)$ у даний момент часу:

$$\frac{dV_i}{dt} = f_i(X_1, X_2, \dots, X_n; V_1, V_2, \dots, V_k) \quad (1)$$

Отже, математична модель в екології — це в загальному випадку система рівнянь, що зв'язують швидкості зміни системних параметрів X_i з їх поточними значеннями та передатними функціями V_i . Потоки й інші взаємодії між компонентами описуються за допомогою передатних функцій, що визначають швидкості зміни параметрів компонентів системи — системних змінних. Входи системи, що впливають на розміри компонентів, але не залежать від стану системи, описуються за допомогою примусових функцій.

Приклад. Швидкість зміни чисельності популяції фітофагів у логістичній трикомпонентній моделі "хижаки — фітофаги — продуценти" має такий вигляд:

$$\frac{d\Phi}{dt} = k_{12}P - k_{22}\Phi - k_{32}\Phi X \quad (29.1)$$

Системний аналіз уперше запровадив для розв'язання екологічних задач Дейл у 1970 р.

У цьому випадку системними змінними є:

P — біомаса рослин;

F — біомаса фітофагів;

X — біомаса хижаків;

k_{ij} — параметри передатної функції.

Примусовими функціями тут є:

E — потужність випромінювання Сонця;

F — швидкість надходження детриту.

У цій моделі передатна функція $f(P, F, X, E, F)$ має вигляд алгебраїчної суми $k_{12}P - k_{22}\Phi - k_{32}\Phi X$ і не залежить від E та F . У той самий час, передатна функція для dP/dt (швидкості зміни біомаси продуцентів), очевидно, буде певним чином залежати від E та F .

Залежно від того, як співвідносяться між собою за величиною окремі складові передатних функцій та швидкості зростання чи зменшення відповідних системних змінних, розрізняють статичні та динамічні математичні моделі.

У статичних моделях швидкості зростання чи зменшення системних змінних порівняно малі, тому ними часто нехтують, покладаючи передатні функції такими, що дорівнюють нулю:

$$\int_i (X_1, X_2, \dots, X_n; V_1, V_2, \dots, V_k) = 0; \quad (29.2)$$

тоді статичні моделі мають вигляд системи алгебраїчних або трансцендентних рівнянь. У таких моделях розглядається конкретний стан певної системи у фіксований момент часу; з цієї причини статичні моделі носять здебільшого описовий характер.

У динамічних моделях швидкістю зміни системних змінних нехтувати не можна, і вони мають вигляд системи диференціальних рівнянь. У таких моделях розглядається розвиток систем на певному відрізкові часу. Завдяки цьому динамічні моделі, крім функції опису системи, можуть слугувати задачам прогнозування.

Таким чином, виходячи із основних положень теорії систем, системний підхід можна використовувати для вивчення будь-яких (статичних і динамічних) реальних систем з метою:

- 1) визначення складових частин X_1, X_2, \dots, X_n і взаємозв'язаних з ними факторів навколишнього середовища V_1, V_2, \dots, V_m ;
- 2) вивчення структури внутрішніх зв'язків, а також зв'язків між елементами екосистеми і зовнішніми чинниками;
- 3) знаходження законів функціонування екосистеми:

$$F = \{F_1, F_2, \dots, F_p\};$$

що визначають характер зміни (динаміку) основних компонентів екосистеми під дією зовнішніх об'єктів (елементів навколишнього середовища). Для розв'язання цих трьох основних задач ефективно застосовувати математичне моделювання і проведення імітаційного експерименту.

29.3. Етапи математичного моделювання

При використанні системного аналізу для вирішення практичних задач Дж. Джефферсон виділяє сім етапів (рис. 29.1).

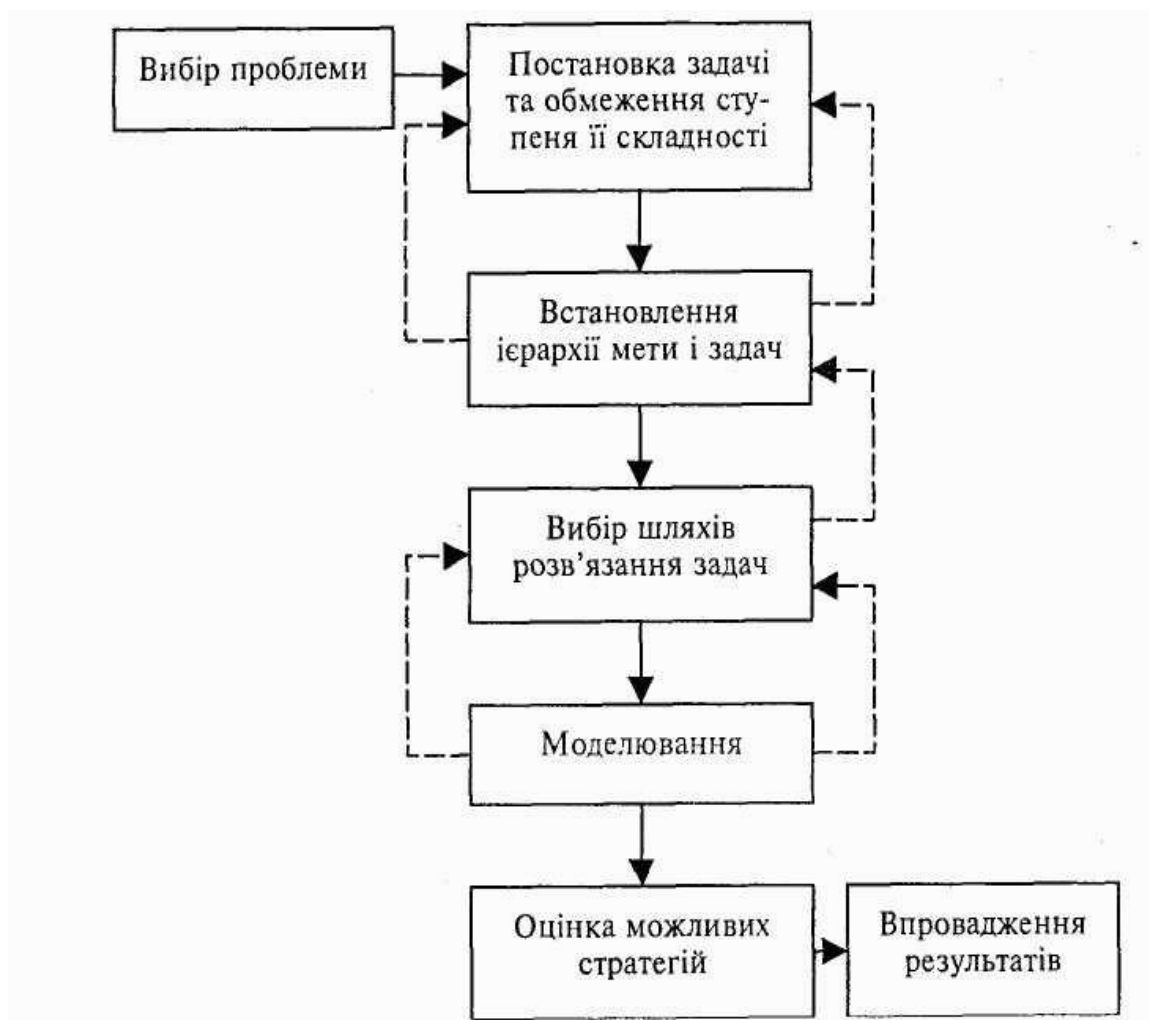


Рисунок 29.1 - Схема системного аналізу в ході розв'язання задач практичної екології

1) Вибір проблеми.

Цей етап передбачає вибір правильного методу досліджень для визначення актуальної екологічної проблеми. На цьому етапі проводять збір необхідної інформації про проблему і за необхідності переводять її в

кількісну форму. Якщо зібраної інформації не досить для побудови моделі чи для здійснення якісних прогнозів, проводять відповідне додаткове експериментування. Дані, зібрані в результаті цілеспрямованого експерименту, вигідно вирізняються своєю впорядкованістю порівняно з випадково зібраними даними.

2) Постановка задачі та обмеження ступеня її складності. Якщо проблема усвідомлена, необхідно спростити задачу настільки, щоб вона по можливості мала аналітичний розв'язок, але при цьому зберігала всі ті елементи, які допускають її змістовну практичну інтерпретацію. Для цього спочатку роблять попередній синтез зібраної інформації, розробляючи неформалізовану (словесну, графічну, тощо) модель системи, і погоджують її, домагаючись внутрішньої згоди моделі. Далі, маючи погоджену неформалізовану модель, формалізують її, переводячи на мову математичних символів і рівнянь. Визначають критерій, за яким буде оцінюватися адекватність моделі.

3) Встановлення ієрархії мети і задач.

Після постановки задачі та обмеження ступеня її складності приступають до виявлення мети і задач дослідження. Наприклад, визначається, яким експериментальним впливам і модифікаціям буде піддаватися та чи інша популяція, які змінні величини будуть вимірюватися в ході експериментів, тощо.

Мету і задачі вибудовують у певний ланцюг (утворюють ієрархію) за ступенем їх важливості; при цьому проводять декомпозицію загальної задачі на ряд більш простих — вторинних — задач. Цей етап є центральним у системному аналізі.

4) Вибір шляхів вирішення проблеми.

На цьому етапі можна вибрати декілька шляхів вирішення проблеми. Необхідно знайти найбільш загальний аналітичний розв'язок, оскільки це

дозволяє максимально використати результати дослідження аналогічних задач і відповідний математичний апарат.

5) Моделювання.

Після аналізу прийнятної альтернативи приступають до важливого етапу пошуку складних динамічних взаємозв'язків між різними аспектами проблеми.

б) Оцінка можливих стратегій.

Як тільки моделювання доведено до стадії, на якій модель можна використовувати практично, починається етап оцінки потенційних стратегій дії, отриманих із моделі. На цьому етапі аналізу досліджується чутливість можливих наслідків проекту стосовно припущень, зроблених при побудові моделі, тобто оцінюється можливий вплив проекту на якість середовища та визначається довгострокова реакція середовища на такий вплив. На основі попередніх оцінок адекватності моделі (тобто взаємної відповідності властивостей моделі й реальної системи) розглядають можливості її застосування для керування системою. У рамках цього етапу можуть створюватися і здійснюватися дрібномасштабні (локальні) програми керування і впливу на систему, що моделюється. Якщо ці програми досягають успіху, розробляють повномасштабну схему керування. Якщо ж основні припущення моделі виявляться некоректними, слід повернутися до етапу моделювання та коригування моделі.

7) Впровадження результатів.

Заключний етап системного аналізу являє собою використання на практиці результатів, отриманих на попередніх етапах. Якщо на цьому етапі виявиться неповнота тих чи інших стадій або необхідність їх перегляду, доводиться коригувати модель і знову пройти деякі з уже закінчених етапів моделювання задля остаточного синтезу моделі. Проект вважають

завершеним, якщо отримана модель керуючих реакцій, імітаційна модель та оптимізаційна модель і якщо є можливість прогнозування стану системи.

Таким чином, системний аналіз — це стратегія наукового пошуку, яка використовує математичні методи та моделі в рамках систематизованого наукового підходу до вирішення складних проблем.

29.4. Математичні засоби побудови моделей

29.4.1. Теорія множин і відображень

Теорію множин і відображень використовують для опису можливих якісних станів системи.

Множина — це перелік елементів $\{x_n\}$, що мають спільну властивість. Наприклад, популяція — множина особин одного виду, кожна з яких індивідуалізована (тобто їй, так би мовити, привласнене власне ім'я або номер).

Відображенням множини A на множину B називають правило, за яким кожному елементу з A ставиться у відповідність один або декілька елементів множини B .

При побудові моделі у термінах теорії множин спочатку складається множина якісних станів, у яких може перебувати система (множина A). Потім формулюється правило, за яким відбувається чергування станів. Це значить, що задається деяке відображення множини A самої на себе. Наприклад:

$$\begin{cases} \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\} \rightarrow (A_1) \\ \{x_2, x_3, \dots, x_n\} \rightarrow (A_2) \end{cases} \Leftrightarrow (A_1) \rightarrow (A_2). \quad (29.3)$$

Розглянемо такий приклад. Нехай стан x_1 , — це скеля, покрита лишайниками й організмами - редуцентами. Через якийсь час внаслідок функціонування цієї системи виникає новий стан x_2 — скеля, покрита тонким шаром ґрунту, на якому вже може розвиватися трав'яний покрив. Через іще якийсь проміжок часу виникає новий стан x_3 : скеля покривається чагарниками, в яких гніздяться птахи і поселяються дрібні тварини інших класів. І так далі. Перехід зі стану x_1 у x_2 , з x_2 у x_3 і далі мовою теорії множин формулюється як відображення впорядкованої множини A_1 на іншу впорядковану множину A_2 (якщо не враховувати впорядкованість, то A_1 , і A_2 збігалися б одна з одною і з A).

29.4.2. Лінійна алгебра

Лінійна алгебра застосовується для виконання математичних операцій перетворення даних.

Матриця — це таблиця з $m \times n$ елементів, зібраних рядки і стовпчики.

Наприклад: матриця розрядності 3×3 :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (29.4)$$

де a_{ij} , — елемент матриці з i -го рядка і j -го стовпчика.

Розглядають такі операції над матрицями:

- додавання матриць однакової розрядності:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \Leftrightarrow \bar{C} = \bar{A} + \bar{B}; \quad (29.5)$$

- множення матриць:

$$(A \times B)_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj} \quad (29.6)$$

Приклад:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 0 \cdot 1 \\ 7 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 6 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Алгебру матриць використовують для подання взаємного зв'язку компонентів системи. У цьому випадку елементами матриці перетворення (перша з матриць, що перемножуються) можуть бути диференціальні оператори. Наприклад:

$$\frac{\partial}{\partial t} \times y = \frac{\partial y}{\partial t}.$$

29.4.3. Апарат диференціальних рівнянь

Апарат диференціальних рівнянь широко використовується для побудови динамічних моделей екологічних процесів, тобто для дослідження величин, що змінюються в часі. У цьому випадку записують рівняння виду:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = f(\vec{V}, t); \quad (29.7)$$

де \vec{V} — вектор стану:

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix}.$$

Якщо $f(\vec{V}, t)$ — лінійна функція від $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$, то рівняння виходять лінійними.

29.4.4. Апарат інтегральних рівнянь

Моделі, побудовані на основі чисто диференціальних рівнянь, не відтворюють ефекти запізнення та акумуляції (накопичення), а тому не зовсім адекватні екологічним об'єктам, невід'ємним атрибутом багатьох із яких є саме ці явища. У цьому випадку швидкість зміни вектора стану залежить від значень системних змінних, передатних та примусових функцій не тільки в даний момент, але й загалом у всі попередні моменти часу. Відповідно для опису таких явищ застосовують апарат інтегральних (інтегро

диференціальних) рівнянь, записуючи швидкість зміни вектора стану в наступному вигляді:

$$\frac{d}{dt}\vec{V}(t) = \int_{-\infty}^t \vec{F}[t, t'; \vec{V}(t')] dt' \quad (29.8)$$

29.5 Аналіз властивостей математичної моделі

При аналізі властивостей побудованої математичної моделі, що відбиває деяку реальну систему, основну увагу приділяють:

- а) виявленню зворотних зв'язків, що визначають чутливість підсистеми до власних розмірів;
- б) визначенню чутливості системи стосовно зміни зовнішніх умов;
- в) визначенню стійкості системи, тобто чутливості одних її підсистем стосовно зміни розмірів інших підсистем цієї самої системи.

Наявність позитивного зворотного зв'язку відповідає прагненню популяції до необмеженого зростання чисельності. Наявність негативного зворотного зв'язку відповідає самообмеженню, що перешкоджає необмеженому зростанню чисельності компонента. Прикладом негативного зворотного зв'язку є внутрішньовидова конкуренція.

Система стійка, якщо нескінченно малі зміни зовнішніх параметрів викликають нескінченно малі зміни розмірів системи.

Система нестійка, якщо нескінченно малі зміни зовнішніх параметрів ведуть до незворотних скінченних змін у системі.

З цих причин стійкість системи досліджують, уводячи варіацію системних змінних та примусових функцій.

Як приклад, розглянемо модель потоку енергії в ставку (рис. 29.2). У цій системі стійкість гілки трофічного ланцюга: фітопланктон — зоопланктон — хижі личинки двокрилих, — помітно нижча, ніж другої гілки, що веде до продукування врожаю. Тому субсидування системи — підгодівля з метою збільшення обсягу первинної продукції — веде, перш за все, до збільшення кількості нестійкої популяції хижих двокрилих і слабо позначається на врожаї, стійкість якого до субсидування шляхом удобрення висока; отже, удобрювати води ставка з метою підвищення врожайності хижих риб недоцільно.

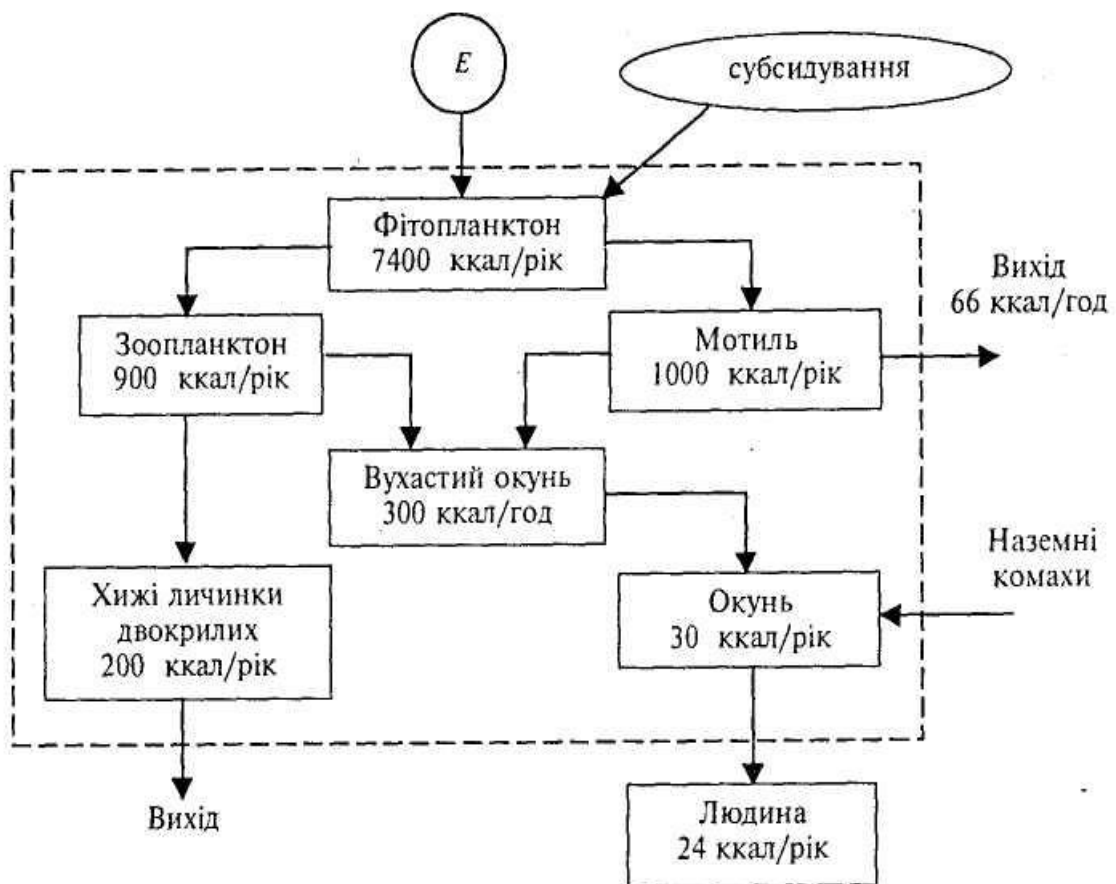


Рисунок 29.2 - Модель потоку енергії в ставку

Якщо V_2, V_3, \dots — системні змінні, для яких теж існують диференціальні рівняння, то поряд з W_1 з'являються величини W_2, W_3, \dots , що відповідають

похідним за часом системних змінних $V_2, V_3 \dots$, відповідно; тоді в п.5 обчислюються їхні значення, а в п. 7 - значення $V_2 = V_2 + W_2 \cdot T_2$;

$$V_3 = V_3 + W_3 \cdot T_3; \dots$$

Якщо треба одержати залежність $V(t)$, то замість обмежника T_1 вводять масив обмежників $T_1(j)$, і тоді в п. 8 перевіряють умову $T < T_1(j)$, щоразу друкуючи (T, V_1) , збільшуючи j на 1 і переходячи до п. 5, поки не вичерпається запас можливих значень

Питання для самоконтролю:

1. Принцип ієрархічності структури екосистеми.
2. Назвіть етапи математичного моделювання.
3. Для чого використовують теорію множин і відображень?
4. Які критерії застосовують при аналізі властивостей побудованої математичної моделі?

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати самостійно тему та представити реферати «Стохастичне моделювання».

Модуль ІХ. Моделювання і прогнозування наслідків антропогенного впливу на довкілля

Розділ 13. Моделювання і прогнозування стану водних екосистем

Лекція № 8

Тема: «Теоретичні основи прогнозування стану водних екосистем»

План

30.1. Постановка задачі соціоекологічного моделювання і прогнозування

30.2. Теоретичні моделі та їх скінчено – різницеві аналоги

30.1. Постановка задачі соціоекологічного моделювання і прогнозування

Природні води можна розглядати як багатокomпонентні системи. Рівновага кожного водоймища визначається комплексом фізико – географічних, гідрологічних та метеорологічних умов і встановлюється протягом тривалого часу. За умови надходження до водоймища забруднювальних речовин природна рівновага водоймища зсувається й воно нагромаджує сили, які протидіють порушенню природних умов і прагнуть повернути всю систему до енергетично вигідного, стійкого стану.

Якщо вплив хімічного забруднення незначний, то це призводить до локальних змін, тобто природна рівновага порушується на окремій ділянці річки або водоймища поблизу випуску стічних вод. Перевищення кількості забруднень рівня „ самоочисної здатності” водоймища необоротно порушує біологічну рівновагу і, як наслідок, погіршує склад і властивості води.

Хімічні речовини, які надходять у водні екосистеми, - це не тільки викиди промислових підприємств, а й безпосереднє змивання з полів та

фільтрація через дренажні й ґрунтові води поживних речовин та добрив, що суттєво впливає на функціонування біоценозів у водному об'єкті. Крім того, погіршується санітарно – екологічні показники, що характеризують якість води, а це завдає шкоди здоров'ю людини.

Моделювання й прогнозування стану водних екосистем, які зазнають антропогенного впливу, мають різні аспекти і передбачають різні цілі (суто наукові, гідробіологічні, санітарно – гігієнічні тощо). У подальшому звернімо увагу на соціоекологічне прогнозування на основі моделювання.

Найважливіші соціоекологічні задачі, які необхідно вирішувати за допомогою моделювання, зводяться до двох напрямів. **Перший з них** – необхідність моделювати поширення забруднювальних речовин у водному середовищі, аби локалізувати їхній вплив і запобігти негативним соціальним наслідкам. Це може бути захист джерел водопостачання, рекреаційних зон у лиманах або морях, збереження малих річок тощо. **Другий напрям**, що має важливе соціальне значення – це збереження водних джерел як цілісної екосистеми за умови стійкості її параметрів у певних межах. Саме системний підхід до вивчення водного об'єкта може забезпечити, на базі нормативно – пошукового прогнозування з дотриманням екологічних вимог.

Прикладом таких задач в Україні є побудова терміналу в Одесі. В цьому разі необхідно як забезпечити локальні вимоги за критеріями рекреації, так і оцінити глобальний вплив на екосистему Чорного моря з огляду на додаткове навантаження.

Не менш важливим соціальним завданням є збереження унікальних природних об'єктів, заповідних зон тощо. В умовах України такими є, наприклад, національний парк „Шацькі озера” на Волині. Гідромеліорація на прилеглих територіях, господарська діяльність призвели до погіршення певних екологічних показників, за якими встановлено спостереження (локальний моніторинг). За цими спостереженнями і довгостроковим

прогнозуванням мають визначитися шляхи зменшення антропогенного навантаження, забезпечення стійкості найважливіших параметрів.

Якщо розглядати водний об'єкт як складну систему, де відбувається комплекс біо – фізико – хімічних процесів самоочищення, насамперед важливо знати, який характер має **трансформація забруднювальних речовин**, тобто одну з тенденцій:

- забруднення безперервно зростає (*нестійкість системи*);
- самоочищення й розведення компенсують надходження забруднювальних речовин (*рівноважність системи*).

В останньому випадку слід визначити, які навантаження на водний об'єкт допустимі, тобто за яких умов ще зберігається стійка рівновага.

Трансформацію забруднювальних речовин можна розглядати як відображення:

$$F_j(\vec{S}) = L(F_j(\vec{S}), F_{j-1}(\vec{S}), F_{j+1}(\vec{S}), \dots, F_{j+k}(\vec{S})), \quad (30.1)$$

де $F_j(\vec{S}), \dots, F_{j+k}(\vec{S})$ – деякі вектор – функції у відповідних створах;
 L – оператор трансформації якості води; \vec{S} – вектор вхідних змінних.

Характер перенесення й розщеплення речовин визначається оператором L . Отже, **математичне моделювання якості води** має два етапи:

- визначення адекватної структури оператора L (рівняння (30.1.));
- розв'язання цього рівняння за різних початкових і граничних умов та змінної функції джерела.

Структуру оператора L звичайно визначають на підставі вивчення фізичних закономірностей екологічних процесів. Так, дифузію й розклад

органічної речовини, що надходить у водний об'єкт, можна описати рівнянням (30.1.) або змоделювати методом Монте – Карло. При цьому натурні дані використовують для порівняння результатів моделювання і даних спостережень або для знаходження коефіцієнтів (ідентифікації) для заданої структури рівняння.

Проте в разі моделювання динаміки багаторічних змін у водоймищах під впливом стічних вод і скидів промислових підприємств простежити причинно – наслідковий зв'язок неможливо, оскільки ще треба враховувати різні фізичні, хімічні, біологічні процеси, які взагалі не піддаються детальному спостереженню і які можна виміряти хіба що на короткому інтервалі часу.

Отже, застосування зазначених методів, що описують функціональні закони, часто стає неможливим. У таких випадках застосовують прямі методи моделювання екологічних систем, основані на алгоритмах МГВА, які передбачають, що інформація про структуру оператора та його параметри міститься в експериментальних даних.

30.2. Теоретичні моделі та їх скінчено – різницеві аналоги

Одновимірна модель трансформації й перенесення.

У разі побудови моделі насамперед теоретично визначають у вигляді диференціального оператора процес забруднення водної екосистеми.

За умови поширення забруднювальних речовин у річках (одновимірний випадок) рівняння в частинних похідних має такий вигляд:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \lambda(t, x)U - V \frac{\partial U}{\partial x} + f(t, x) + \eta(t, x), \quad (30.2)$$

де $\eta(t, x)$ – випадкова величина, для якої

$$E\eta(t, x)\eta(\tau, s) = Q(t, x, s)\delta(\tau - t); \quad (30.3)$$

$$E\eta(t, x) = 0,$$

з крайовими умовами:

$$U(t, x_0) = \xi x_0(t);$$

$$U(t, x_N) = \xi x_N(t). \quad (30.4)$$

Тут $U = U(t, x)$ – концентрація забруднювальної речовини;
 $f(t, x)$ – функція потужності джерела викидів, що лежить у початку координат

$$f(x, t) = \begin{cases} g(t) \cdot n_{\text{пу}} \cdot x = 0; \\ 0 \cdot n_{\text{пу}} \cdot x > 0; \end{cases} \quad (30.5)$$

$V(x, t)$ – швидкість потоку; $\lambda(x, t)$ – величина, що характеризує швидкість розпаду речовини (самоочищення потоку); a – коефіцієнт турбулентної дифузії.

Розіб'ємо відрізок $[x_0, x_N]$ на N рівних частин точками $x_k = kh_x + x_0$, де $h_x = (x_N - x_0) / N$, і виберемо крок по t , що дорівнює τ . Відомі різні методи побудови різницевих схем вихідного диференціального оператора залежно від структури розв'язання, неперервності або розривності коефіцієнтів, які дають змогу побудувати різницевий аналог у вигляді співвідношення концентрації речовини забруднення у вузлах схеми (шаблону).

Так, якщо припускається гладкість точного розв'язку, можна розкласти в ряд:

$$U_{k,n+1} = U_{k,n} + \tau \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_{k,n} + O(\tau^2); \quad (30.6)$$

$$U_{k+1,n} = U_{k,n} \pm h_x \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{k,n} + \frac{1}{2} h_x^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_{k,n} \pm \frac{1}{6} h_x^3 \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \right)_{k,n} \pm O(h_x^4).$$

Замінивши в рівнянні (30.2) похідні різницями, дістанемо його різницевий аналог:

$$\frac{U_{k,n+1} - U_{k,n}}{\tau} = a \frac{U_{k+1,n} - 2U_{k,n} + U_{k-1,n}}{\Delta x^2} - V \frac{U_{k+1,n} - U_{k-1,n}}{2\Delta x} + \lambda U_{k,n} + f(x_n, t_n) + \eta(x_n, t_n). \quad (30.7)$$

Підставляючи формулу (30.6) в рівняння (30.7), переконаємося, що вихідне диференціальне рівняння апроксимується з точністю до $O(h^4, \tau^2)$.

Крім умов апроксимації, для збіжності розв'язання задачі (30.7) до розв'язання задачі, що описується неперервним оператором (30.2), перевіряється ще умова стійкості різницевої схеми.

Описаний метод побудови різницевих схем має назву *методу різницевої апроксимації*. Цей метод дає змогу легко скласти схему першого або другого порядку апроксимації на прямокутній сітці для рівнянь з неперервними (й досить гладкими) коефіцієнтами. Однак даний метод важко або навіть неможливо застосувати в складніших випадках: для рівнянь із розривними коефіцієнтами, для рівнянь високого порядку і т.д. Інші методи (інтегро – інтерполяційний, балансу, невизначених коефіцієнтів) мають свої області застосування при побудові різницевих аналогів і будуть використані залежно від конкретних моделей забруднення навколишнього середовища, тобто конкретних рівнянь у частинних похідних з відповідним фізичному процесові вибором початкових і граничних умов.

Задача ідентифікації різницевого рівняння (30.7) – це знаходження числових значень (оцінок) коефіцієнтів a, V, λ . Якщо коефіцієнт дифузії a , швидкість перенесення забруднень V ще піддаються оцінці, то $\lambda(x, t)$ – функція, що характеризує розпад забруднень за рахунок механічних і біологічних перетворень, визначається в природних умовах надто складно. Незважаючи на те, що розроблено методику визначення коефіцієнта самоочищення на основі даних спостережень, побудова „фізичних” моделей у практичних розрахунках часто не є актуальною, якщо мета цих моделей – одержання адекватних розрахункових залежностей. Наводиться схема експерименту, збору даних та ідентифікації моделей (8.7) для розрахунку поширення забруднень у річках.

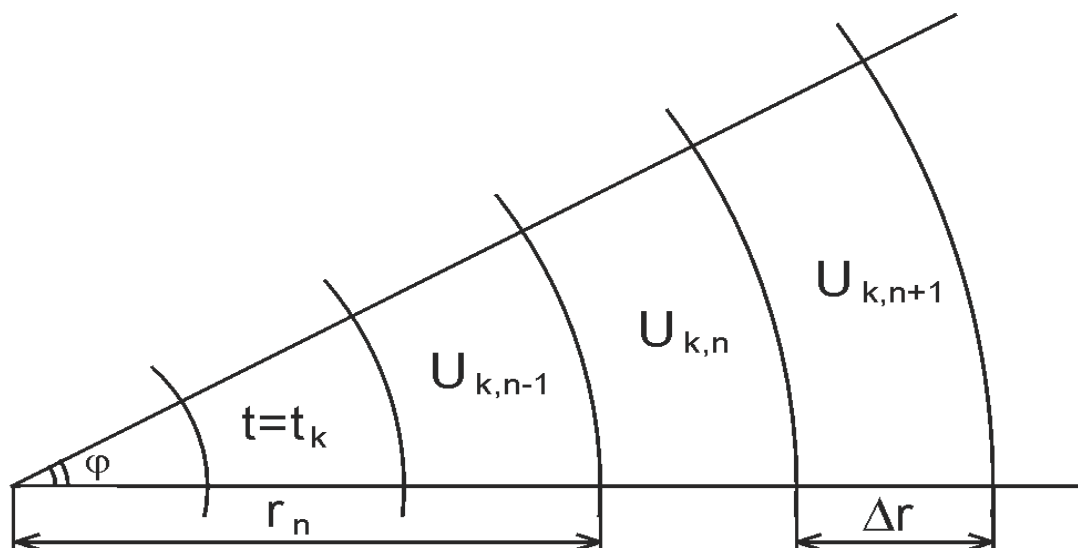


Рисунок 30.1 - Схема до розрахунку перенесення та дифузії стічних вод у циліндричних координатах за методом Караушева ($r_1 = 0; r_2 = \Delta r; r_3 = 2\Delta r; r_4 = 3\Delta r$)

Метод прямих для зниження розмірності рівняння в частинних похідних (плоска задача). У разі розрахунку процесу поширення і трансформації забруднень в озерах і водосховищах для точкового джерела, розміщеного в початку координат (рис.30.1), поширення домішок має стаціонарний характер і описується рівнянням у циліндричних координатах (плоска задача):

$$a \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{b}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \alpha U = 0, \quad (30.8)$$

що залежить від двох змінних: r – відстань від джерела забруднень; φ – кут сектора.

Тоді в разі профільних спостережень доцільно знизити розмірність вихідного рівняння, тобто перейти до системи звичайних диференціальних рівнянь, що залежить від однієї змінної τ . Це досягається застосуванням відомого методу прямих. Для цього апроксимацією похідної за прямими $\varphi = \varphi_k$ дістанемо:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U(r, \varphi)}{\partial \varphi^2} \Big|_{\varphi=\varphi_k} = \frac{1}{r^2} \frac{U(r, \varphi_{k+1}) - 2U(r, \varphi_k) + U(r, \varphi_{k-1})}{\Delta \varphi^2} + O(\Delta^2 \varphi), \quad (30.9)$$

а плоска задача (30.8) зводиться до системи одновимірних рівнянь:

$$\begin{aligned} a \frac{\partial^2 U(r, \varphi_k)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{U(r, \varphi_{k+1}) - 2U(r, \varphi_k) + U(r, \varphi_{k-1})}{\Delta \varphi^2} + \\ + \frac{b}{r} \frac{\partial U(r, \varphi_k)}{\partial r} + \alpha U(r, \varphi_k) = 0, k = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (30.10)$$

Ідентифікація кожного з рівнянь (30.10) може бути проведена на основі спостережень за трьома профілями ($\varphi = \varphi_{k-1}, \varphi_k, \varphi_{k+1}$).

Розрахунок нестационарного поширення забруднень в озерах і водосховищах. Схему розроблено для умов, коли турбулентність зумовлюється слабкими течіями, що не враховуються з причини їхньої малості. При цьому відбувається лише процеси перемішування й розведення забруднень.

Розрахунок дифузії для даного випадку виконується з використанням рівняння турбулентної дифузії в циліндричних координатах:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \left(\frac{g}{\gamma} A - \frac{Q_{cm}}{\varphi H_{cep}} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{g}{\gamma} A \frac{\partial^2 U}{\partial r^2}, \quad (30.11)$$

де r – координата, яка виражає відстань від джерела забруднення, що лежить у центрі координат; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – прискорення сили ваги; $\gamma = 1 \text{ т/м}^3$ – питома вага води; t – час, с; φ – кут сектора, в якому поширюються забруднення, радіани. Якщо, наприклад, точка випуску стічних вод віддалена від берега, то $\varphi = 2\pi = 6.28$, а коли поблизу зрізу прямолінійного берега, то $\varphi = \pi = 3.14$; Q_{cm} – витрати стічних вод, $\text{м}^3/\text{с}$; H_{cep} – середня глибина водоймища за довжиною всього розрахункового радіуса, м; U – концентрація (наприклад г/м^3); A – коефіцієнт турбулентного обміну, $\text{т} \cdot \text{с} / \text{м}^3$.

Розрахунок здійснюється *методом скінчених різниць*, причому розрахункове рівняння записується у вигляді:

$$U_{k+1,n} = (1 - 2b_n)U_{k,n} + (a_n + b_n)U_{k,n+1} + (b_n - a_n)U_{k,n-1}, \quad (30.12)$$

де

$$a_n = \frac{\beta \Delta t}{2\Delta r^2 (2n - 1)}; \quad (30.13)$$

$$b_n = \frac{gA\Delta t n}{\gamma \Delta r^2 (2n - 1)}; \quad (30.14)$$

$$\beta_n = \frac{g}{\gamma} A - \frac{Q_{cm}}{\varphi H_{cep}}. \quad (30.15)$$

Радіус кожного n -го відсіка можна визначити за формулою (рис.30.1):

$$r_n = (n - 1)\Delta r. \quad (30.16)$$

Індекси $k, k+1$ і т. д. відповідають порядковим номерам розрахункових інтервалів часу Δt : k – це інтервал часу, що розглядається, а $k+1$ – наступний. Слід зазначити, що сума коефіцієнтів $(1-2b_n), (a_n + b_n)$ і $(b_n - a_n)$ завжди має дорівнювати одиниці. Значення Δt і Δr добирають у такий спосіб, аби скінчено – різницева схема була стійкою.

Проте дана методика не враховує процес самоочищення водоймищ, тому фактичні концентрації забруднень, як правило, нижчі від розрахункових. Остання обставина потребує побудови моделей динаміки безпосередньо за даними натурних спостережень.

Моделювання й прогнозування стану водних екосистем має вирішувати переважно дві задачі: побудову моделей контролю й короткострокового прогнозування забруднень з метою соціально-екологічного захисту населення; довгострокове прогнозування екологічних змін, що відбуваються у водоймищах, з метою оптимізації стану довкілля.

В обох випадках необхідно перейти від неперервних рівнянь, що описують процеси забруднень, до їхніх різницевих аналогів, ідентифікація яких здійснюється на основі алгоритмів МГВА або методом найменших квадратів за даними натурних спостережень.

Короткострокове прогнозування й контроль якості води в річках вирішується на основі ідентифікації відповідних різницевих рівнянь.

Довгострокове прогнозування стану водних екосистем полягає в дослідженні їхньої стійкості за окремими інгредієнтами хімічного забруднення. Для цього за даними натурних спостережень ідентифікують

моделі процесів трансформації, динамічні властивості яких дають змогу зробити якісне прогнозування розвитку екосистеми.

Методика довгострокового прогнозування передбачає схему натурального експерименту, збір даних, ідентифікацію, дослідження стійкості процесів та їхніх динамічних властивостей.

Питання для самоконтролю:

1. Назвіть основні задачі соціоекологічного моделювання й прогнозування стану водних екосистем.

2. Наведіть схему натурального експерименту для ідентифікації одновимірної моделі поширення забруднень. Як здійснюється ідентифікація фізичних моделей і «нефізичних» різницевих рівнянь?

3. Метод Караушева для розрахунку забруднень у водоймищах та область його застосування, недоліки методу.

4. В чому полягає довгострокове прогнозування забруднення водоймищ?

5. Які виникають задачі дослідження динамічних властивостей процесів забруднення? Поясніть на прикладах.

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.

2. Підготувати доповіді до семінарського заняття на тему «Правила охорони поверхневих вод»

3. Підготувати реферати тему «Сучасні методи визначення антропогенного впливу на стан водних екосистем» .

Лекція № 31

Тема: «Прогнозування якості води водотоку і встановлення гранично допустимих скидів (ГДС) забруднюючих речовин зі стічними водами»

План

31.1 Природна якість води

31.2 Самоочищення водного об'єкта

31.3 Розрахунок кратності розведення стічних вод

31.1 Природна якість води

Привнесення у водний об'єкт (ВО) забруднюючих речовин відбувається як за рахунок господарської діяльності людини, так і внаслідок природних факторів, обумовлених у першу чергу гідробіологічними й гідрогеологічними особливостями регіону, а в деяких випадках також тривалим неінтенсивним впливом антропогенних факторів, які важко піддаються регулюванню. Природна якість води характеризується природними концентраціями речовин - тими концентраціями, які приблизно були б у ВО при припиненні господарської діяльності. Визначення природних концентрацій речовин у загальному випадку являє собою досить складне наукове завдання. У якості їхніх наближених значень у завданнях нормування можна прийняти середні значення концентрацій, вимірюваних на ділянках річок, найменш підданому антропогенному навантаженню. Оскільки природна концентрація відбиває в значній мірі специфіку місцевості, а не конкретного ВО, то оперувати можна також даними, отриманими на прилеглих річках. Рекомендується при цьому робити розрахунок окремо по сезонах, оскільки процеси, що сприяють формуванню природної якості води, як правило, залежать від температури води й величини поверхневого стоку.

Для показника БСК величину природної концентрації можна прийняти за довідковим даними: для гірських рік – 0, 6-0,8 мг/дм³, для рівнинних рік, що протікають по території, ґрунт якої містить мало органічних речовин – 1, 7-2 мг/дм³; для річок болотного харчування або протікають по території, з якої стікає підвищена кількість органічних речовин – 2, 3-2,5 мг/дм³.

31.2 Самоочищення водного об'єкта

Процесам забруднення ВО протистоїть процес самоочищення, викликаний сукупністю гідродинамічних, біохімічних, хімічних і фізичних процесів, що приводять до зниження концентрації забруднюючих речовин до природного рівня. Даний процес описується експонентною залежністю (рис. 31.1)

$$C(t) = (C_0 - C_{np}) \cdot \exp(-kt) + C_{np}, \quad (31.1)$$

де C_0 , $C(t)$ – концентрація речовини відповідно в початковий момент і в момент часу t ; C_{np} – природна концентрація речовини; k – коефіцієнт неконсервативності речовини, що характеризує інтенсивність процесу самоочищення.

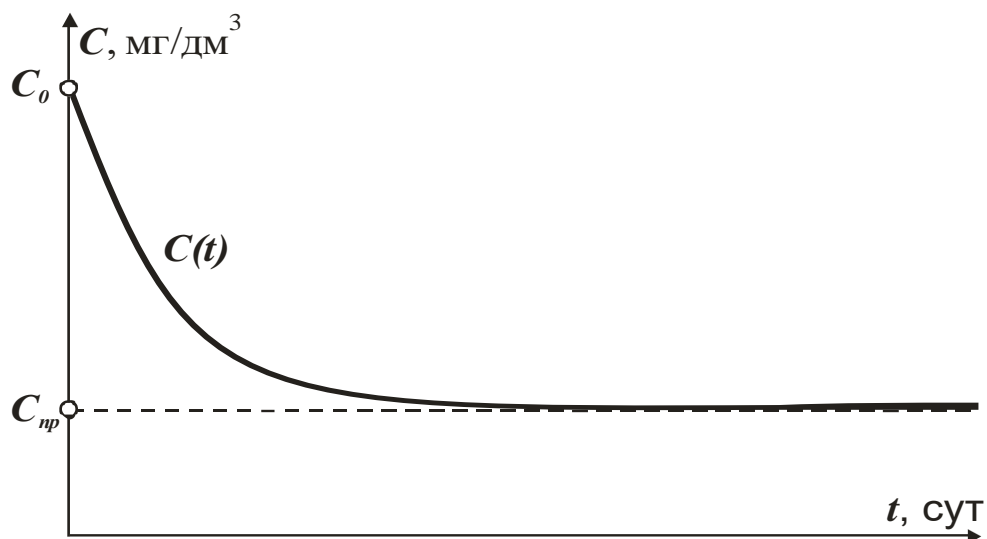


Рисунок 31.1. - Динаміка зменшення концентрації речовини у ВО внаслідок самоочищення

Для ряду речовин (наприклад, мінералізації) не відбувається процес самоочищення ($k = 0$). Такі речовини прийнято називати консервативними; в інших випадках речовини називаються неконсервативними.

Коефіцієнти неконсервативності визначаються за даними натурних спостережень або за довідковим даними, наведеним для температури води $T = 20^{\circ}\text{C}$ і швидкості плинину $v = 0,2$ м/с. Перерахування коефіцієнта неконсервативності для довільних значень температури води й швидкості плинину робиться по формулі

$$k = \alpha_T \alpha_v \cdot k_0, \quad (31.2)$$

де k_0 – довідковий коефіцієнт неконсервативності речовини; α_T , α_v – виправлення відповідно на температуру й швидкість води, що розраховуються по формулах :

$$\alpha_T = \begin{cases} 1,047^{T-20}, & \text{если } T > 5^\circ \text{C}, \\ [1,12 \cdot (T+1)^{-0,038}]^{T-20}, & \text{если } T \leq 5^\circ \text{C}, \end{cases}$$

$$\alpha_v = \begin{cases} 1 & \text{если } v \geq 0,2 \text{ м/с}, \\ 4 \cdot v + 0,2 & \text{если } v < 0,2 \text{ м/с}. \end{cases}$$

Варто мати на увазі, що математичний запис моделі самоочищення може включати не експоненту, а показову функцію с підставою 10:

$$C(t) = (C_0 - C_{np}) \cdot 10^{-kt} + C_{np}.$$

Обидві записи є рівноправними з погляду адекватності моделі розглянутому процесу. Однак чисельно коефіцієнти неконсервативності в обох формулах приймають різні значення й зв'язані залежністю:

$$k_e = \ln 10 \cdot k_{10} \approx 2,303 \cdot k_{10},$$

де k_e , k_{10} – коефіцієнти неконсервативності у формулах, що включають показову функцію с відповідною підставою.

Таким чином, якщо в літературному джерелі коефіцієнт неконсервативності наведений для формули, що включає показову функцію с підставою 10, то даний коефіцієнт варто перерахувати для формули з експонентною залежністю, помноживши його на величину 2,303.

31.3 Розрахунок кратності розведення стічних вод

Ступінь розведення стічної води водою водотоку є одним з головних факторів впливу скидання СВ на якісний стан ВО. **Кратністю розведення СВ** називається відношення об'єму змішаної води до об'єму стічної води. Процес змішання водних мас відбувається поступово. По-перше, не вся вода водного потоку відразу перемішується зі СВ, по-друге, різні частки СВ перемішуються з водою ВО з неоднаковою інтенсивністю й тому можуть мати різну кратність розведення. Тому в завданнях нормування як кратність розведення приймають мінімальну кратність уздовж КС, тобто кратність розведення на тій ділянці водотоку, на якому вплив скидання СВ максимально (рис. 31.2).

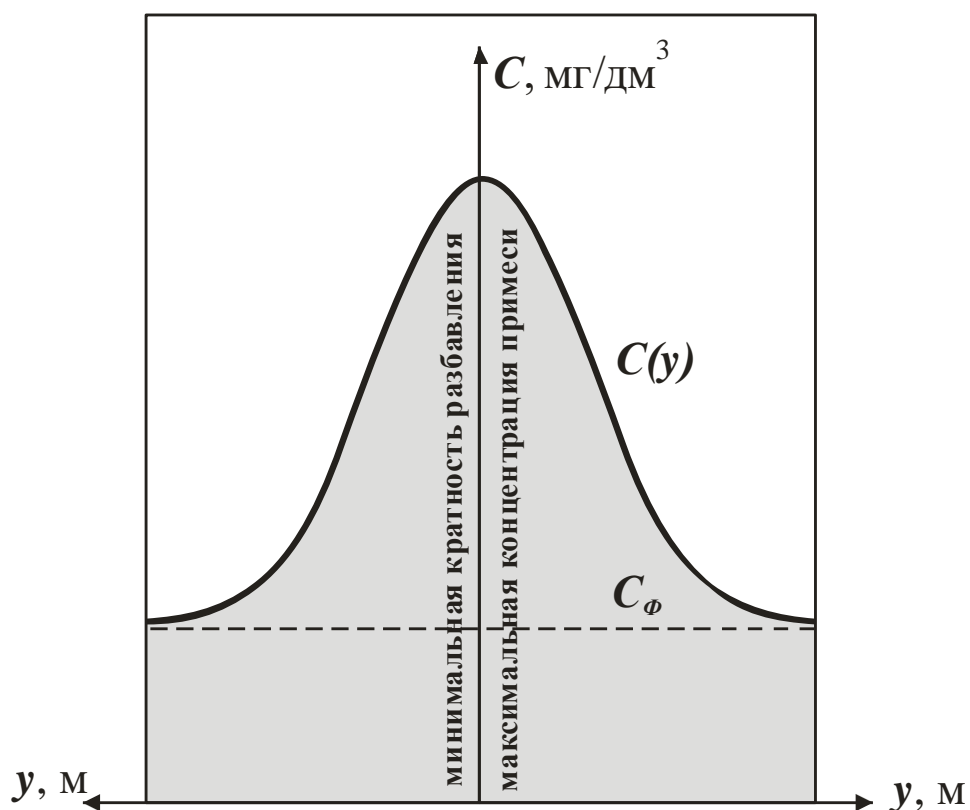


Рисунок 31.2 - Розподіл забруднюючої речовини уздовж КС (у поперечному потоку напрямку)

Якщо на ділянці водотоку між випуском СВ і КС відсутні інші джерела забруднення, а також не відбуваються процеси самоочищення води, то кратність розведення n у КС дорівнює наступному відношенню :

$$n = \frac{(C_{ст} - C_{\phi})}{(C_{max} - C_{\phi})}, \quad (31.3)$$

де C_{max} – максимальна концентрація речовини в поперечному перерізі потоку; C_{ϕ} , $C_{ст}$ – відповідно фонові концентрації й концентрація речовини у СВ.

При розрахунку кратності розведення прийнято розглядати дві стадії процесу: початкове розведення - у момент влучення СВ у ВО, і основне - у міру руху суміші, що утворилася, за течією. Кожна стадія характеризується своєю кратністю розведення, а загальна кратність дорівнює добутку

$$n = n_n \cdot n_o \quad (31.4)$$

де n – загальна кратність розведення; n_n , n_o – відповідно кратності початкового й основного розведення.

Варто помітити, що кількісно початкове розведення може бути значним тільки в тому випадку, якщо швидкість витікання стічної води з випускного отвору істотно більше швидкості води водотоку, або якщо випуск СВ є що розсіює й стічна вода надходить у ВО не через одне, а через кілька випускних отворів.

У завданнях нормування й прогнозування якості води крім кратності розведення розглядається також коефіцієнт змішання γ , що характеризує

ступінь повноти змішання СВ і води водотоку:

$$\gamma = \frac{(n-1) \cdot q}{Q_p}, \quad (31.5)$$

де q – витрата СВ; Q_p – витрата води в потоці вище випуску СВ.

Що відбувається взаємно компенсуючий обмін об'ємами води в остаточному підсумку приводить до вирівнювання неоднорідних потоків, тобто до повного розведення. У цьому випадку кратність розведення й коефіцієнт змішання приймають наступні значення:

$$n = \frac{Q_p + q}{q},$$

$$\gamma = 1.$$

Відповідно до теоретичних розрахунків, повне розведення може наступити на досить великому видаленні від випуску. Тому в розрахунках, пов'язаних з нормуванням водовідведення, повним розведенням прийнято вважати ситуацію, коли $\gamma > 0,8$.

На інтенсивність розведення СВ істотно впливають унікальні гідрологічні характеристики водотоку. Із цієї причини універсальні методи розрахунку кратності розведення носять наближений характер, що, однак, вважається припустимим у завданнях нормування. Нижче приводяться методи розрахунку кратності розведення.

Розрахунок кратності початкового розведення

Якщо в напірному випуску абсолютна швидкість витікання СВ із випускного отвору більше 2 м/с і не менш чим в 4 рази більше швидкості води водотоку, розрахунок кратності початкового розведення виробляється методом Лапшева. У протилежному випадку кратність початкового розведення не розраховується й приймається $n_H = 1$.

Метод Лапшева являє собою наступну послідовність розрахунків:

1) обчислюються співвідношення:

2)

$$\Delta v = 0,15 / (u - v), \quad m = \frac{v}{u}, \quad (31.6)$$

де u - швидкість витікання СВ із випускної труби, обумовлена по формулі

$$u = \frac{4 \cdot q}{\pi \cdot d_0^2}, \quad (31.7)$$

де d_0 – діаметр випускного отвору.

3) обчислюється діаметр забрудненого струменя в початковому створі d , м:

$$d = \frac{1,972 d_0}{\left[(1 - m) \cdot \Delta v^2 / 1,92 + m \cdot \Delta v \right]^{1/2}}. \quad (31.8)$$

якщо $d > H$, де H - глибина водотоку, то приймається $d = H$;

4) розраховується кратність початкового розведення по формулі

$$n_H = \frac{0,248}{1-m} \bar{d}^2 \left[(m^2 + 8,1 \cdot (1-m) / d^2)^{1/2} - m \right], \quad (31.9)$$

де $\bar{d} = d/d_0$.

4) якщо $n_H < 1$, то приймається $n_H = 1$.

Розрахунок кратності основного розведення

Основне розведення СВ у ВО обумовлено більшою кількістю факторів, урахувати які в повному об'ємі практично неможливо. Із цієї причини в завданнях нормування при моделюванні формування якості води враховується тільки процес турбулентної дифузії, тобто переміщення речовини у воді, обумовлене турбулентним (вихровим) рухом водного середовища.

Рівняння турбулентної дифузії має такий вигляд

$$v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = D \cdot \left(\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right), \quad (31.10)$$

де x – координата уздовж потоку; y, z – відповідно вертикальна й поперечна координати; v_x, v_z – проекції вектора швидкості стерпної частки на відповідні координати; D – коефіцієнт турбулентної дифузії (m^2/c).

Якщо зневажити поперечної складової швидкості плинину, то ліва частина рівняння (9.10) запишеться без другого доданка.

Для неглибоких водотоків, де перемішування по вертикалі відбувається швидко, може виявитися достатнім рішення так званого плоского завдання, коли розглядається розподіл речовини тільки в одній площині. Рівняння турбулентної дифузії для плоского завдання має вигляд

$$v_x \frac{\partial C}{\partial x} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}. \quad (31.11)$$

Існують як детальні методи розрахунку основного розведення, засновані на безпосереднім чисельному рішенні рівняння турбулентної дифузії, так і спрощені, які будуються на основі аналітичної або графічної апроксимації. У завданнях нормування можливе застосування як одних, так і інших методів.

Вибір методу розрахунку основного розведення залежить від співвідношення витрат СВ і води водотоку вище випуску. Якщо дане співвідношення перебуває в межах $0,0025 \div 0,1$, то кратність основного розведення рекомендується визначати напівемпіричним методом Фролова - Родзиллера. Порядок обчислень при цьому наступний.

1. Розраховується коефіцієнт турбулентної дифузії D ($\text{м}^2/\text{с}$) по формулі

$$D = \frac{g \cdot v \cdot R}{37 \cdot n_{ш} \cdot S^2}. \quad (31.12)$$

де $g = 9,81 \text{ м}^2/\text{з}$ – прискорення вільного падіння; R – гідравлічний радіус потоку, м ($R \cong H$, де H – середня глибина водотоку, м); $n_{ш}$ – коефіцієнт шорсткості ложа русла, що визначається по таблиці М. Ф. Срибного; S – коефіцієнт Шези, $(\text{м})^{1/2}/\text{с}$, обумовлений:

- при $R < 5$ м - по формулі Н. Н. Павловського

$$S = \frac{R^y}{n_{ш}}. \quad (31.13)$$

де $y = 2,5 \cdot \sqrt{n_{ш}} - 0,13 - 0,75 \cdot \sqrt{R} \cdot (\sqrt{n_{ш}} - 0,1)$;

- при $R > 5$ м - по формулі В. Г. Талмази

$$S = 1/n_{uu} + (21 - 100 \cdot n_{uu}) \cdot \lg R \quad (31.14)$$

2. Розраховується коефіцієнт, що враховує вплив гідравлічних умов змішання

$$\alpha = \varphi \cdot \xi \cdot \sqrt[3]{D/q}, \quad (31.15)$$

де φ - коефіцієнт звивистості (відстань від випуску до КС по фарватері, ділена на відповідній відстані по прямій); ξ - коефіцієнт, що залежить від місця випуску СВ (при випуску в берега $\xi = 1$, при випуску в стрижень ріки $\xi=1,5$).

Якщо $n_H > 1$, то в (31.15) і наступні формули розрахунку основного розведення замість q підставляється добуток $q \cdot n_H$.

1. Розраховується коефіцієнт змішання стічних вод з водою ВО у КС

$$\gamma = \frac{1 - \beta}{1 + \beta \cdot Q/q}, \quad (31.16)$$

де l - відстань від випуску до КС; $\beta = \exp(-\alpha \cdot \sqrt[3]{l})$; Q - витрата водотоку вище випуску СВ.

2. Розраховується кратність основного розведення по формулі

$$n_o = \frac{q + \gamma \cdot Q}{q}. \quad (31.17)$$

У випадку якщо умова застосування методу Фролова-Родзиллера не виконується (тобто $q/Q \notin [0,0025; 0,1]$), правила розрахунку ГДС не встановлюють твердих рамок для вибору методу розрахунку кратності основного розведення. На практиці найбільше поширення одержали метод Талліннського політехнічного інституту (ТПІ), заснований на аналітичному рішенні рівняння турбулентної дифузії для найпростішого випадку, і метод Караушева, заснований на чисельному рішенні рівняння турбулентної дифузії.

Метод ТПІ

Проміжною величиною при розрахунку кратності основного розведення методом ТПІ є коефіцієнт дисперсії в поперечному напрямку. Порядок його визначення залежить від ширини річки.

Якщо ширина ріки менше 100 м, то коефіцієнт дисперсії визначається в такий спосіб:

- розраховується число Рейнольдса

$$Re = \frac{H \cdot v}{\nu}, \quad (31.18)$$

де ν - кінематичний коефіцієнт в'язкості;

- розраховується динамічна швидкість потоку

$$u_* = \nu \cdot \sqrt{g / S}, \quad (31.19)$$

де g - прискорення вільного падіння;

- розраховується коефіцієнт дисперсії в поперечному напрямку по формулі

$$D_z^* = R \cdot u_* \cdot 41,6 / \sqrt{Re}, \quad (31.20)$$

де $R(H)$ - гідравлічний радіус.

Якщо ширина ріки більше 100 м, коефіцієнт дисперсії в поперечному напрямку визначається по формулі:

$$D_z^* = H \cdot v / 3524 \cdot (B/H)^{1,378}, \quad (31.21)$$

де B - ширина річки.

Остаточна кратність основного розведення розраховується по формулі

$$n_0 = H \cdot (3,14 \cdot v \cdot D_z^* \cdot l)^{1/2} \cdot \Phi(\xi(2)^{1/2}) / q, \quad (31.22)$$

де $\xi = B \cdot (v)^{1/2} / 2 / (D_z^* \cdot l_k)^{1/2}$; $\Phi(\xi(2)^{1/2})$ - інтеграл імовірності, рівний

$$\Phi(\xi\sqrt{2}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi\sqrt{2}} \exp(-t^2) dt.$$

Інтеграл імовірності аналітично не обчислюється й може бути розрахований тільки чисельно. Варто мати на увазі, що основні гідрологічні параметри водотоку зв'язані наступною залежністю:

$$Q = H \cdot v \cdot B \quad (31.23)$$

Метод Караушева для умови плоского завдання

Даний метод дозволяє чисельно визначити концентрацію речовини в довільній крапці розглянутої ділянки водотоку. Із цією метою рівняння

турбулентної дифузії для плоского завдання (31.11) перетворюється в конечно різностну форму:

$$v_x \frac{\Delta C}{\Delta x} = D \cdot \frac{\Delta_z^2 C}{\Delta z^2}, \quad (31.24)$$

а поверхня водотоку розбивається на прямокутні осередки розміром $\Delta x \times \Delta z$ (рис. 31.3).

	Δx	напрямок течії \rightarrow		
z	C_1	C_2	C
1	1	1		K1
	C_1	C_2	C
2	2	2		K2

.	.	.		.
	C_1	C_2	C
M	M	M		KM

Рисунок 31.3 - Сітка для розрахунку турбулентної дифузії (K, M - кількість осередків відповідно уздовж і поперек плину).

Якщо співвідношення сторін осередків вибрати рівним

$$\Delta x = 0,5 \cdot \frac{v_{cp} \cdot \Delta z^2}{D}, \quad (31.25)$$

то розрахункове рівняння приймає вид

$$C_{k+1,m} = 0,5(C_{k,m-1} + C_{k,m+1}). \quad (31.26)$$

Для граничних кліток ($m=1$ і $m=M$) у рівняння (31.26) замість $C_{k, m-1}$ і $C_{k, m+1}$ підставляються відповідно $C_{k, 1}$ і $C_{k, M}$.

Для неконсервативної речовини розрахункове рівняння записується з урахуванням процесу самоочищення:

$$C_{k+1, m} = 0,5[(C_{k, m-1} + C_{k, m+1} - C_{\text{пр}}) \exp(-kt) + C_{\text{пр}}] \quad (31.27)$$

Задав початкові умови (значення концентрацій у першому шарі), концентрації в кожному наступному шарі осередків розраховуються на основі попередні за допомогою рівняння (31.26) або (31.27). Таким чином, у результаті розрахунку перебуває поле концентрацій на всій розглянутій ділянці водотоку.

Якщо метою розрахунку є не поле концентрацій, а кратність розведення, то в якості $C_{\text{ст}}$ і $C_{\text{ф}}$ можуть братися довільні значення, які разом з величиною $C_{\text{мах}}$, отриманої в результаті розрахунку без обліку самоочищення по формулі (31.26), підставляються у формулу (31.3) для знаходження кратності основного розведення.

Питання для самоконтролю:

1. Які речовини називають консервативними?
2. Від яких чинників залежить самоочищення водного об'єкту?
3. Опишіть процес розведення стічних вод у водному об'єкті.
4. Назвіть загальні принципи розрахунку кратності початкового розведення методом Лапшева.
5. Для чого застосовують метод Фролова - Родзиллера.
6. Загальні принципи застосування методу Караушева.

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати реферати для семінарського заняття на тему «Методика встановлення гранично допустимих скидів (ГДС) забруднюючих речовин зі стічними водами» .

Розділ 14. Моделювання і прогнозування стану атмосферного повітря.

Лекція № 32

Тема: «Моделювання процесу забруднення повітря промисловими джерелами»

План

32.1 Біосферні процеси поширення забруднень від одиничних промислових джерел

32.2 Теоретичні передумови ідентифікації рівнянь санітарно-гігієнічних ситуацій забруднення повітря

32.1 Біосферні процеси поширення забруднень від одиничних промислових джерел

Розглянемо біосферні процеси поширення забруднень від одиничних промислових джерел, особливий акцент приділяючи вивченню санітарно-гігієнічних ситуацій за особливо небезпечних умов забруднення.

В найзагальнішому випадку зміна середніх значень концентрації U описується рівнянням:

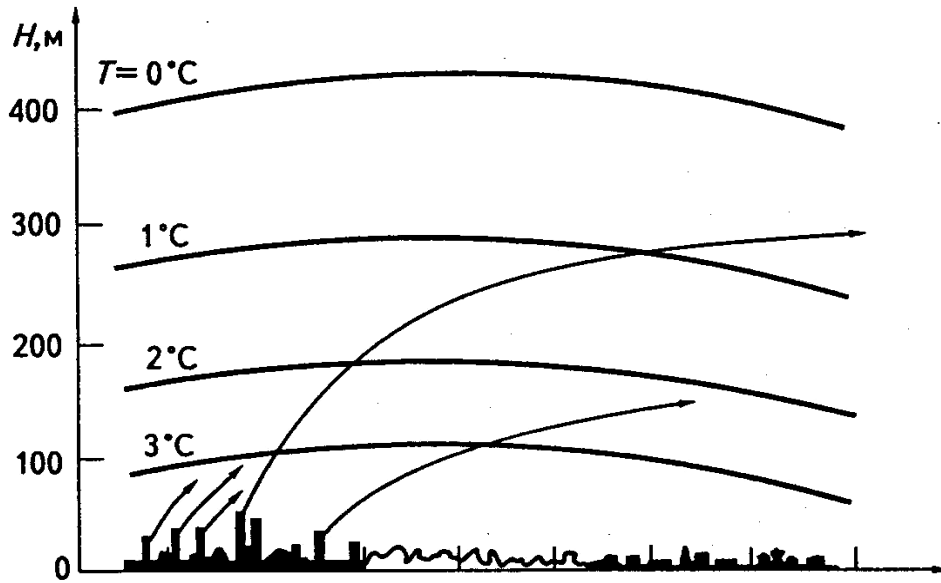
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial U}{\partial x} - V \frac{\partial U}{\partial x} - P \frac{\partial U}{\partial z} - W \frac{\partial U}{\partial y} - \alpha U + I(x, y, z), \quad (32.1)$$

де осі x і y розміщені в горизонтальній площині; вісь z - по вертикалі; t - час; V , P , W – складові середньої швидкості переміщення домішок відповідно за напрямками осей x , y , z ; k_x , k_y , k_z , - горизонтальні й вертикальні складові коефіцієнта обміну; α – коефіцієнт, що визначає зміну концентрації за рахунок перетворень домішок.

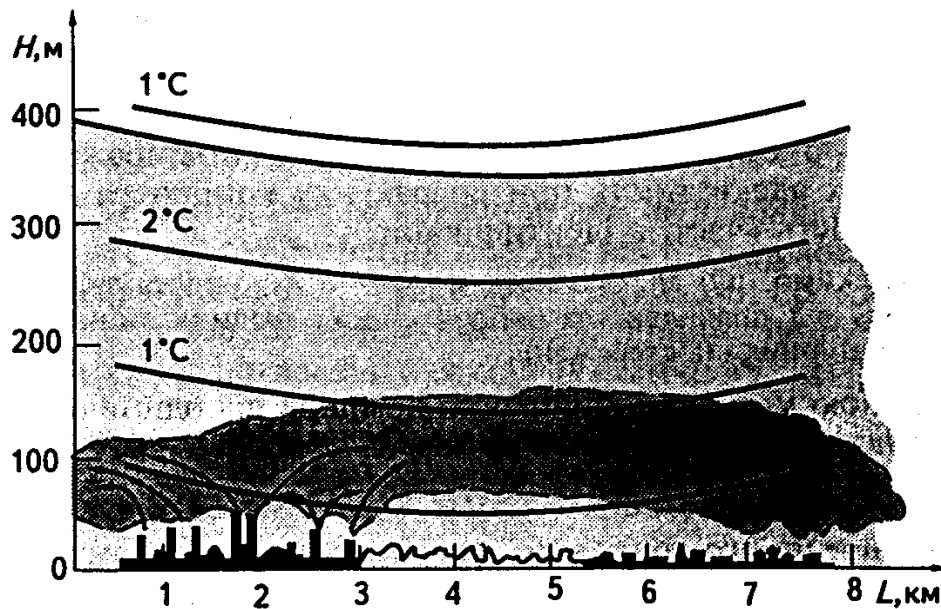
Проте забруднення повітря в місті, що описується рівнянням (32.1), в разі безінверсійного стану повітряного басейну (рис. 32.1, а), може бути незначним і не потребує особливих заходів для захисту населення.

Інша ситуація виникає за несприятливих метеорологічних умов (температурних інверсій за слабкого вітру і штильової погоди). Врахування несприятливих метеорологічних умов належить до числа малодосліджених питань.

Під час виникнення інверсій температура повітря в приземному шарі зростає (рис. 32.1, б), а не спадає, як у разі стійкої термічної стратифікації атмосфери. Перемішування відбувається слабо, а нижня частина інверсійного шару відіграє роль екрана, від якого частково або повністю відбивається факел забруднювальних речовин, і в приземному шарі зростає концентрація шкідливих домішок до значень, небезпечних для здоров'я і життя людини.



a



б

Рисунок 32.1 - Безінверсійний (а) та інверсійний (б) стани повітряного басейну міста

Мета прогнозу – знайти сценарії забруднення повітряного басейну, що дасть змогу архітекторам-проектувальникам раціонально розробляти генеральні плани реконструкції й забудови.

32.2 Теоретичні передумови ідентифікації рівнянь санітарно-гігієнічних ситуацій забруднення повітря

Теоретичні моделі розрахунку забрудненості атмосферного повітря не відображають множини всіх факторів, які впливають на забрудненість від промислових джерел в екстремальних умовах, і є тільки наближеними моделями, що потребують складних додаткових досліджень (теоретичних і експериментальних) для визначення коефіцієнтів моделей і параметрів процесу в разі їх використання на практиці.

Екстремальні умови внаслідок забрудненості, що виникають за приземних інверсій в атмосфері та відсутності розвинутого турбулентного обміну, описуються частковим випадком загальнішого рівняння дифузії. Але саме такі умови є найнебезпечнішими для здоров'я людини і мають бути об'єктом гігієнічних прогнозів у разі планування взаємного розміщення селітебних зон і промислових підприємств.

Для здійснення цієї мети виникає необхідність побудови *рівнянь прогнозу (в скінченно-різницевій формі) на принципах самоорганізації, що має такі переваги:*

- структуру рівняння прогнозу й коефіцієнти моделей алгоритму знаходять за даними натурних (під факельних) спостережень концентрації забруднювальних речовин за відповідних (екстремальних) умов, що забезпечує значне уточнення моделі;
- використовується теоретична інформація про клас операторів, а кінцеві формули розрахунку у вигляді скінченно-різницевих операторів є простими і дають змогу визначити санітарно-захисні зона підприємств.

Відповідно до даної методики спочатку визначають теоретичні моделі у вигляді диференціальних операторів та їхні напівемпіричні аналоги з використанням даних під факельних спостережень, а потім перевіряють їх

адекватність при розрахунку концентрацій за даними, що не беруть участі в ідентифікації.

Зауважимо, що адекватність моделі та її точність значною мірою залежить від правильності вибору списку вихідних змінних, повноти даних натурних спостережень.

Теоретичною моделлю поширення домішок від одиничного джерела є рівняння дифузії в циліндричних координатах.

$$\operatorname{div}(k \operatorname{grad} U) - \alpha U = -f(r, \varphi, z) \quad (32.2)$$

у разі одиничного точкового джерела з урахуванням $f(r, \varphi, z)$ в найзагальнішому вигляді рівняння (32.2) має вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} k_r \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} - \alpha U + \frac{M}{2\pi r} \delta(z - H) = 0, \quad (32.3)$$

де M – маса викиду за одиницю часу; r – відстань від джерела; z – відстань за вертикаллю; φ – кут повороту відносно осі; δ – функції:

$$\delta(r) = \begin{cases} 0, & r \neq 0 \\ 1, & r = 0 \end{cases} \quad \delta(z - H) = \begin{cases} 0, & z \neq H \\ 1, & z = H \end{cases} \quad (32.4)$$

Як видно з рівняння (32.3), джерело забруднення розташоване в точці $r=0$ на висоті H . У точці, відмінній від $r=0$ рівняння набуває вигляду

$$\frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r k_r \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} - \alpha U = 0 \quad (32.5)$$

Проведемо переріз $\varphi = \text{const}$ по лінії максимального забруднення вздовж факела на висоті $z = \text{const}$:

$$\frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{\varphi = \text{const}} = g_1(z, U), \quad \Big|_{z = \text{const}} \quad (32.6)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \Big|_{\varphi = \text{const}} = g_2(z, U), \quad \Big|_{z = \text{const}}$$

і рівняння дифузії (32.3) перетворюється на одновимірне:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r k_r \frac{\partial U}{\partial r} + g_1(z, U) + g_2(z, U) - \alpha U = 0 \quad (32.7)$$

Зауважимо, що функції $g_1(z, U)$, $g_2(z, U)$, α в загальному випадку – також функції висоти розміщення джерела H , тобто

$$g_1 = g_1(r, U, H); \quad g_2 = g_2(r, U, H); \quad \alpha = \alpha(H)$$

Структура рівняння (32.7) є вихідною для ідентифікації різницевих аналогів – моделей забруднення повітря від промислових джерел.

Натурні підфакельні спостереження за викидами промислових підприємств були використані для побудови рівнянь поширення окремих інгредієнтів, і їх покладено в основу практичної перевірки моделей.

Приклад1. Синтез рівняння для прогнозування максимального рівня забруднення повітря пилом. Для апроксимації функції g_1 , g_2 , α використовували вирази

$$g_1(r, U, H) = a_0 \frac{H(U_{i-1} - U_i)}{r_i} + f_1\left(\frac{U_{i-1} - U_i}{r_i}, U_i, U_{i-1}, \frac{1}{r_i}\right); \quad (32.8)$$

$$g_2(r, U, H) = b_0 \frac{H(U_{i-1} - U_i)}{r_i} + f_2\left(\frac{U_{i-1} - U_i}{r_i}, U_i, U_{i-1}, \frac{1}{r_i}\right); \quad (32.8.1)$$

$$\alpha = \alpha_1 H U_1,$$

де f_1, f_2 – лінійні функції.

Похідні запишемо у вигляді відповідних різниць:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = \frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{2\Delta r_i^2}, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{U_i - U_{i-1}}{r_i \Delta r_i}. \quad (32.8.2)$$

Тоді структуру різницевого оператора необхідно відшукувати в класі лінійних операторів F:

$$U_{i+1} = F\left(U_i, U_{i-1}, U_{i-1} - U_i, \frac{U_{i-1} - U_i}{r_i}, H \frac{U_{i-1} - U_i}{r_i}, H U_i, \frac{1}{r}\right), \quad (32.8.3)$$

де U_i - концентрація забруднювальної речовини в i -й точці; r_i - відстань за радіусом від початку координат до i -ї точки.

За даними спостережень Київського науково-дослідного інституту загальної й комунальної гігієни (КНДІЗіКГ) у місті Дніпродзержинську, м. Дніпропетровську та інших містах України були апроксимовані неперервні криві спостережень під факельних забруднень.

Для ідентифікації за МГВА з кроком $\Delta r_i = 0,5$ км одержано 72 точки, з них 36 точок склали навчальну послідовність, 36 решти – перевірочну послідовність.

За комбінаторним алгоритмом з використанням критерію незміщеності добуто модель:

$$U_{i+1} = 0.91U_i - 0.307(U_{i-1} - U_i) - 0.668 \frac{U_{i-1} - U_i}{r_i} + 0.00013HU_i, \quad i = 2, \dots, n, \quad (32.8.4)$$

де $r_i = i\Delta r$; $\Delta r = 0.5$; U_i - концентрація пилу (максимальне значення в i -й точці).

Перевірку моделі здійснювали згідно з даними натурних спостережень підприємств, що їх не використовували на етапі ідентифікації моделі.

Початкові умови: $U_1 = 1$ мг/м³; $U_2 = 1,8$ мг/м³; $H = 100$. як засвідчують розрахунки (табл. 1), прогнози та дійсні значення збігаються із задовільною для практики точністю.

Знайдену модель прогнозування забрудненості пилом можна застосовувати для поодиноких промислових джерел з викидами на висоті 100...150 м. подальша екстраполяція моделі (при $H < 100$ м і $H > 150$ м) потребує одержання у відповідному діапазоні даних вимірювань і уточнення моделі.

Таблиця 32.1 - Дійсна U_{δ} й прогнозована U_{np} концентрації пилу на контрольному об'єкті, мг/м³

Відстань від джерела, м	Концентрація	
	U_{δ}	U_{np}
1500	-	2,42
2000	2,60	2,60
2500	-	2,50
3000	1,80	2,28
3500	-	1,80
4000	-	1,48
4500	-	1,22
5000	1,25	1,02
5500	-	0,84
6000	-	0,70
6500	-	0,63
7000	0,53	0,57

Приклад 2. Синтез рівняння прогнозу забрудненості повітря оксидом вуглецю (II). Для стаціонарного поля легкої домішки розрахунок наземних концентрацій (при $z=C$) здійснюється на основі різницевого аналога рівняння

$$\frac{\partial}{\partial r} k_r \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{k_r}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + f(M, H, r) = 0. \quad (32.8.5)$$

За граничні умови добирають:

При $z=0$

$$k_z \frac{\partial U}{\partial z} = 0$$

(домішки не осідають);

при $z^2 + r^2 \rightarrow \infty$

$$U_r = 0; \quad k_r \frac{\partial U}{\partial r} = 0$$

(домішки виходять на стаціонарний режим). На підставі граничних умов функцію потужності джерела можна апроксимувати виразом

$$f(M, H, r) \left| \begin{array}{l} = \frac{a_1}{r} + \frac{Ma_2}{r^2} \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty, \\ H = \text{const} \end{array} \right.$$

де a_1 і a_2 – коефіцієнти, що визначаються алгоритмом МГВА на основі експериментальних даних; M – маса викиду забруднювальних речовин за одиницю часу.

Внаслідок апроксимації п'яти кривих під факельних вимірювань було добуто 73 точки для синтезу рівняння в класі різницевих операторів:

$$\frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{2\Delta r_i^2} + a_0 \frac{U_i - U_{i-1}}{r_i} + a_1 \frac{1}{r_i} + \frac{M}{r_i} a_2 = 0. \quad (32.8.6)$$

Ідентифікація за алгоритмом МГВА здійснювалася за комбінованим критерієм (середньоквадратична похибка (СКП) + незміщеність). Модель знайдемо у вигляді

$$U_{n+1} = 0.89U_i - 0.51 \frac{U_{i-1} - U_i}{r_i} + \frac{7.14}{r_i} (0.0036M - 0.74), \quad (32.8.7)$$

де r_i - відстань до джерела забруднень з i -ї точки; M – маса викиду джерела за добу, т; U_i - концентрація оксиду вуглецю (II) у точці i , мг/м³; $\Delta r_i = 500$ м - відстань між двома пунктами.

Перевірка моделі забруднення повітря оксиду вуглецю (II) здійснювалася на об'єкті, що не брав участі в ідентифікації. Було використано дані спостережень (під факельних вимірювань у вигляді одновимірного поля) за два роки з інтервалами в просторі $\Delta r_i = 500$ м на відстані до 7000 м. Кількість вимірювань коливалась від 1 до 6...9 в окремих пунктах.

Прогноз максимально разових концентрації оксиду вуглецю (II) здійснювався за моделлю при початкових умовах на відстані 500 і 1000 м. Тут початкові значення концентрації відповідно до цих відстаней (табл. 32.2), наприклад, становлять 14,3 та 112,4 мг/м³ – це максимальні разові концентрації оксиду вуглецю.

Таблиця 32.2

Відстань від джерела, м	Перший рік		Другий рік	
	U_{δ}	U_{np}	U_{δ}	U_{np}
500	14,3	-	14,3	-
1000	107,8	-	112,4	-
1500	137	137	-	148
2000	56	134	78,4	143
2500	-	118	-	126
3000	137,2	101	98	109
3500	-	86	-	94
4000	-	74,5	-	81
4500	-	64,5	-	70
5000	103,6	56,2	54,6	61
5500	-	49	-	53
6000	-	43	-	46
6500	47,6	37	-	45

Прогнозні значення з достатньою для практики точністю збігаються з натурними спостереженнями (табл. 32.2), якщо врахувати порівняно невелике число проб у кожній точці (в разі збільшення числа проб максимальні разові концентрації можуть тільки зростати).

Досягти точніших прогнозів забруднення повітря можна за допомогою моделі, що враховує метеорологічні умови, висоту труби, кількість неорганізованих викидів. Остання обставина може бути причиною помилок прогнозів на невеликих відстанях – до 700м.

Приклад 3. Синтез моделей для прогнозування забруднення повітря оксидом сірки (IV) та оксиду азоту (IV). Дані спостережень добуті на висоті джерела $50\text{м} \leq H \leq 100\text{м}$, різницевий оператор F (при $H = \text{const}$) знаходимо з рівняння

$$U_{i+1} = F(U_i, U_{i-1}, 100(U_{i-1} - U_i), \frac{U_{i-1} - U_i}{r_i}, 100, \frac{1}{r^2}). \quad (32.8.8)$$

Внаслідок апроксимації й добору даних модель, ідентифіковану за алгоритмом МГВА, можна визначити різницевими рівняннями:

$$U_{i+1} = 0.04 + 0.2U_i + 0.66U_{i-1} - 0.18 \frac{U_{i-1} - U_i}{r_i} - 0.94(U_{i-1} - U_i), \quad (32.8.9)$$

$$i = 2, 3, \dots, n, \dots$$

Перевірку моделі здійснювали за початкових умов:

$$U_2 = 86 \text{мг} / \text{м}^3; \quad U_3 = 87 \text{мг} / \text{м}^3.$$

Модель забруднення оксидом азоту синтезували аналогічно моделі сірчаного газу. Модель поширення оксиду азоту (IV) має такий вигляд:

$$U_{i+1} = 0.6U_i + 0.059(U_{i-1} - U_i) + 0.042 \frac{U_i}{r_i} - 0.06 \frac{U_i}{r_i^2} + 0.2 \frac{U_{i-1} - U_i}{r_i} + \frac{0.29}{r_i} - \frac{0.015}{r_i^2}, \quad (32.9)$$

$$i = 2, 3, \dots, n, \dots$$

Перевірка моделі за даними натурних спостережень показала задовільну збіжність прогнозних і фактичних даних.

Одержані моделі реалізовані на ЕОМ у вигляді „Пакета моделей процесів забруднення атмосфери промисловими джерелами” і використовувались у КНДІЗіКГ для прогнозування (екстраполяції) забруднення повітря на території України.

Точкові моделі короткострокового прогнозування забруднення повітря.

Для здійснення оперативного контролю забрудненості повітря в містах, крім автоматизованих систем збирання інформації, виникає необхідність побудови точкових моделей прогнозу, на основі яких можна прогнозувати забруднення від одного або групи промислових джерел.

Побудова точкових моделей прогнозу орієнтована на окремі типи метеоумов (найнебезпечніші стосовно забруднення даного локального району). Структура моделі в разі постійного типу метеоумов має вигляд

$$U_{i+1} = U(x, y, z, t, P_1^i, \dots, P_n^i), \quad (32.9.1)$$

де U_{i+1} прогнозне значення концентрації в момент $t+1$ при заданому i -му типі метеоумов P_1^i, \dots, P_n^i в точці (x, y, z) .

Точкові моделі використовуються для прогнозування в ієрархічній системі моніторингу: на першому етапі прогнозується тип метеоумов

$i \in \{i_1, \dots, i_n\}$; на другому прогноз уточнюється вибором конкретної моделі (32.9.1) для заданого типу метеоумов.

Тип метеоумов прогнозується на основі застосування методів класифікації або розпізнавання образів. Близькість між наявною (прогнозною) ситуацією і прототипами характерних ситуацій встановлюється за віддаллю між ними ρ^2 . Прогнозується та метеоситуація, в якій ρ^2 менше, тобто

$$i = \arg \min_j \rho_i^2.$$

Перш ніж реалізувати дану схему класифікації, необхідно провести „навчання”, або розбиття метеоситуацій на групи. Крім того, для кожної з ситуацій, що характеризується високим рівнем забрудненості, потрібна ідентифікація точкової моделі (32.9.1) для точнішого прогнозування.

Розглянувши теоретичні передумови ідентифікації рівнянь санітарно-гігієнічних ситуацій забруднення повітря можна дійти висновку, що теоретичні моделі розрахунку забрудненості атмосферного повітря не відображають множини всіх факторів, які впливають на забрудненість від промислових джерел в екстремальних умовах, і є тільки наближеними моделями, що потребують складних додаткових досліджень (теоретичних і експериментальних) для визначення коефіцієнтів моделей і параметрів процесу в разі їх використання на практиці.

Екстремальні умови внаслідок забрудненості, що виникають за приземних інверсій в атмосфері та відсутності розвинутого турбулентного обміну, описуються частковим випадком загальнішого рівняння дифузії. Але саме такі умови є найнебезпечнішими для здоров'я людини і мають бути

об'єктом гігієнічних прогнозів у разі планування взаємного розміщення селитебних зон і промислових підприємств.

Для здійснення цієї мети виникає необхідність побудови рівнянь прогнозу (в скінченно-різницевій формі) на принципах самоорганізації, що має достатньо переваг.

Питання для самоконтролю:

1. Які чинники впливають на небезпечний стан забруднення атмосферного повітря?
2. Мета прогнозу стану забруднення атмосферного повітря.
3. На яких принципах будується прогноз стану забруднення атмосферного повітря?
4. Як здійснюється перевірка моделі прогнозу стану забруднення атмосферного повітря?
5. Мета точкових моделей короткострокового прогнозування забруднення повітря.

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати реферати на теми «Математичні основи визначення гранично допустимого викиду забруднюючих речовин» і «Моделювання процесу забруднення повітря автотранспортом».

Розділ 15. Моделювання і прогнозування порушення екологічного стану ґрунтів

Лекція № 33

Тема: «Моделювання і прогнозування антропогенного впливу на ґрунти»

План

33.1 Соціоекологічна роль ґрунтів і завдання їх збереження

33.2 Математичне моделювання і прогнозування хімічного забруднення ґрунтів

33.1. Соціоекологічна роль ґрунтів і завдання їх збереження

Для того щоб моделювати вплив людської діяльності на ґрунти, необхідно чітко уявляти їхню екологічну роль у біосфері. За новою концепцією, ґрунти є геомембраною планети, їх розглядають як напівпроникну земну оболонку, функціонально якоюсь мірою аналогічну біомембранам, здатну вибірково відображати, поглинати чи пропускати й трансформувати енергетичні та матеріальні потоки між внутрішніми та зовнішніми оболонками землі. Ґрунти є механізмом, що регулює взаємодію між геосферами, а також між біотою, літосферою, гідросферою та атмосферою в межах біосфери планети.

Ґрунти в системі геосфер відіграють роль однієї з земних оболонок — педосфери, виконуючи ряд глобальних функцій,

що мають безпосереднє соціоекологічне значення при формуванні середовища проживання людини.

Перша глобальна функція ґрунтів — це забезпечення життя на Землі. Саме в ґрунтах концентруються хімічні елементи та сполуки, необхідні для мікроорганізмів та їхньої життєдіяльності. Тут зосереджені важливі для зростання рослин вода й поживні речовини; ґрунти є середовищем функціонування хребетних і безхребетних тварин. Така функція ґрунтів називається *родючістю*.

Друга глобальна функція ґрунтів — це забезпечення постійної взаємодії великого геологічного й малого біологічного круговоротів речовини на земній поверхні. Всі біогеохімічні цикли елементів, таких як вуглець, азот, кисень, а також потокоутворювальні цикли води, здійснюються саме через ґрунти як геомембрани, з одного боку, і як акумулятор біофілів — з іншого. Ґрунти — це сполучна ланка, що регулює геологічну й біологічну циркуляцію елементів у біосфері на поверхні Землі.

Третя глобальна функція ґрунтів — це регулювання складу атмосфери й гідросфери. Висока пористість ґрунтів і густе заселення коренями рослин та мікроорганізмами зумовлює газообмін між ґрунтом і приземною атмосферою: із ґрунту в атмосферу постійно надходять гази, у тому числі й парникові — CO_2 , CH_4 ; водночас із атмосфери ґрунти поглинають кисень, необхідний для здійснення процесів окиснення. Отже, відбувається «дихання ґрунту», що підтримує сталий склад атмосферного повітря.

У глобальному круговороті води ґрунти віддають у поверхневий і підземний стоки розчинні у воді хімічні елементи, речовини, що визначають гідрохімічну ситуацію суходолу, морів та океанів.

Четверта глобальна функція ґрунтів — *це регулювання інтенсивності біосферних процесів*. Ґрунти відзначаються не тільки тим, що забезпечують розвиток рослинності, вирізняються так званою родючістю, а й мають здатність обмежувати життєдіяльність тих чи інших організмів за рахунок високої кислотності або лужності, низької окиснюваності, вологоємкості, наявності токсикантів тощо, а також обмежувати зростання рослин через нестачу тепла, води або тих чи інших поживних речовин.

П'ята глобальна функція ґрунту — *нагромадження на поверхні органічної речовини — гумусу і пов'язаної з цим хімічної енергії*. У біологічних циклах синтезу й розпаду речовин, що постійно відбуваються на земній поверхні, ґрунти є акумулятором кінцевих продуктів цих циклів, забезпечуючи їх повторюваність і стійкість завдяки функції продуктивності.

Шоста глобальна функція ґрунту — *захистити літосферу від інтенсивної дії екзогенних факторів, тобто від руйнування і змивання в моря та океани*.

Екологічні функції ґрунтів, що створюють середовище взаємодії живих істот, замикаються на ще одну важливу функцію — *соціоекологічну*. Ґрунти, як незамінний природний ресурс, забезпечують людське суспільство продуктами харчування, сировиною для промисловості, паливом, фізичним місцем життєдіяльності тощо.

Функції ґрунтів, у зв'язку з антропогенною діяльністю, можуть змінюватись як у позитивному напрямі, так і в негативному, що призводить до втрати деяких функцій у разі руйнування ґрунтів або до сильної їх деградації.

Проблема збереження ґрунтів і завдання раціонального їх використання має багато різних аспектів і потребує зусиль спеціалістів багатьох напрямів. Найактуальніші соціоекологічні завдання, які можуть бути вирішені на основі моделювання кількісних взаємозв'язків і процесів масопереносу в ґрунтах, є такими:

- моделювання хімічного забруднення ґрунтів з метою аналізу й мінімізації антропогенного впливу;
- моделювання процесів меліоративного впливу з метою недопущення розвитку негативних процесів і деградації ґрунтів;
- моделювання продукційних процесів вирощування сільськогосподарських культур як основи аналізу ефективності соціальної функції ґрунтів, визначення раціональних ресурсозберігаючих і екологічно безпечних технологій для ефективного природокористування.

Саме за цими позиціями нижче наведемо моделі окремих екологічних процесів, що дають змогу вивчити антропогенний вплив на ґрунти, а також системні моделі оптимального управління природокористуванням.

33.2. Математичне моделювання і прогнозування хімічного забруднення ґрунтів

Аналіз показує, що основними джерелами хімічного забруднення ґрунтів є хімічні речовини, використовувані в сільському господарстві (пестициди, отрутохімікати та ін.); атмосферні опади в радіусі дії промислових підприємств (особливо хімічних і металургійних); видобування корисних копалин; теплові й атомні електростанції; мінеральні добрива.

Значна частина джерел забруднення ґрунтів справляє локальну дію, але деякі з них діють у регіональному й навіть у глобальному масштабі, особливо в разі забруднення через атмосферні опади або внаслідок використання добрив на значних площах.

Хімічне забруднення ґрунтів відбувається переважно двома шляхами:

- поглинанням верхнім шаром ґрунту викидів промислових джерел в атмосферу;

- безпосереднім внесенням хімічних речовин у вигляді меліорантів, добрив, пестицидів, гербіцидів. У першому випадку математична модель істотно залежить від структури перенесення забруднень повітряним шляхом, висоти, потужності джерела забруднень і відстані від нього.

Моделювання одновимірного поля забруднення.
Припустимо, що взаємодія домішок з поверхнею ґрунту здійснюється за законом

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \alpha U + \beta, \quad (33.1)$$

де допускається можливість проникнення і відкидання домішок. Як вихідне рівняння моделі об'єкта було покладено

$$L(x, y, z) = M_1 \delta(x) \delta(y) \delta(Z - H) + M_2 \delta(x) \delta(y) f(z) \quad (33.2)$$

де $L(x, y, z)$ — рівняння дифузії в тривимірному просторі; перший доданок характеризує джерело викидів на висоті H (домішки надходять через трубу); другий доданок — неорганізовані викиди заводу. Функція $f(z)$ може мати різний вигляд. Так, при

$$f(z) = \begin{cases} cnp & 0 \leq z \leq h; \\ 0 & npuz > h \end{cases} \quad (33.3)$$

припускається лінійність джерела з постійною потужністю викидів c на відрізьку $[0; h]$ і нульовою потужністю при $z > h$.

Якщо

$$f(z) = \begin{cases} a_0 z^2 + a_1 z + a_2 npuz & \leq h \\ 0 & npuz > h \end{cases} \quad (33.4)$$

потужність джерела домішок (терикона, заводу) розподілена за параболою.

Коефіцієнти рівнянь (33.1) і (33.2) — випадкові функції метеофакторів, тому, беручи суму цих рівнянь з певними ваговими коефіцієнтами M_i , вибраними пропорційно часу дії метеорологічних умов i -го типу, «усереднені» рівняння також дістанемо у вигляді (33.1) або (33.2).

При переході в рівнянні (33.1) до скінченної різницевої форми

$$U_{z+1} = aU_z + b \quad (33.5)$$

маємо, що концентрація речовини, поглинена снігом, пропорційна наземній концентрації.

Застосовуючи далі метод прямих до рівняння (33.2) для розрахунку забруднення за одновимірним профілем, дістанемо рівняння

$$\frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha U(x) + f(x) = 0 \quad (33.6)$$

Для оцінки сумарного впливу джерела з метою визначення кількості домішок, що випадають на землю або на водну поверхню, застосовуються планшети з липкою або водною поверхнею.

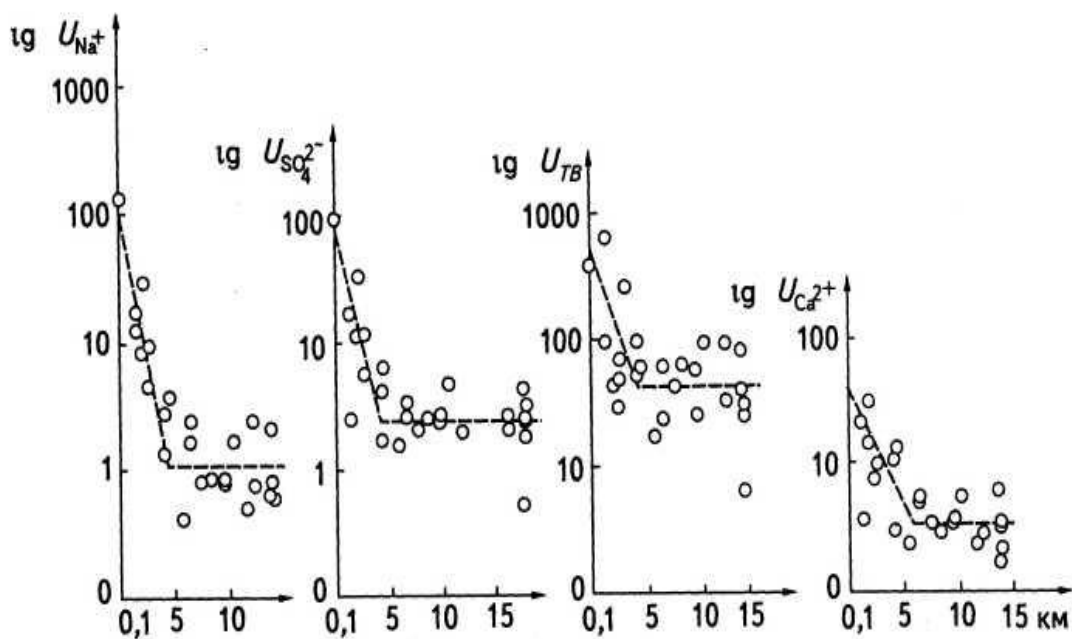


Рисунок 33.1 - Найхарактерніший розподіл концентрацій U деяких основних компонентів хімічного складу на профілях A і B

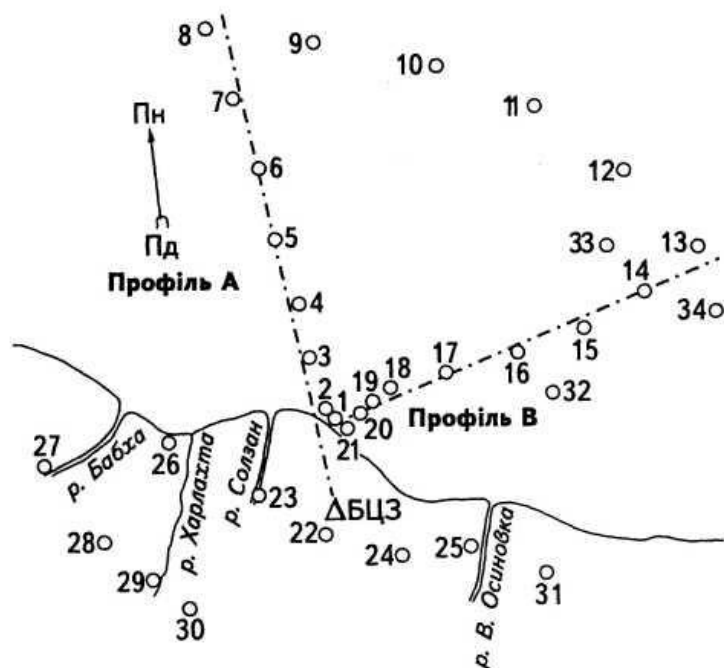


Рисунок 33.2 - Схема забору проб снігу в районі Байкальського целюлозного заводу

Наприклад, сумарний вплив Байкальського целюлозного заводу на оз. Байкал оцінюється за результатами взяття проб снігу поблизу джерела забруднення (на відстані до 15 км) (рис.33.1). Дослідження показали, що БЦЗ вносить в атмосферу значну кількість домішок у вигляді важкорозчинних у воді частинок пилу, мінеральних та органічних сполук, до складу яких входять сірка S, Ca^{2+} , Na^+ і феноли.

В районі заводу, на площі близько 100 км^2 , поглинання забруднювальних речовин на поверхні озера та його узбережжі в період між утворенням стійкого снігового покриву на кризі озера і початком його танення (з грудня до березня) становлять: для мінеральних речовин — 9 т/км^2 , органічних — 0,2 і важкорозчинних речовин — близько $6,3 \text{ т/км}^2$.

На відстані 13... 15 км від заводу вплив його як джерела забруднення спадає, концентрації деяких компонентів знижуються в 10 разів, хоча вміст важкорозчинних речовин, Ca^{2+} , SO залишається в 1,5 ... 6 разів вищим за рівень фонових концентрацій.

Приклад 1. Моделювання забруднення за показником SO_2 . За основу для побудови моделі правили дані натурних спостережень за двома одновимірними профілями А і В (рис. 33.2). Вибір схеми забору проб був пов'язаний зі спробою охопити короткочасними вимірюваннями якнайбільшу площу прибережної частини озера. Для уточнення межі можливого впливу заводу було вивчено результати хімічного аналізу шести проб (точки 8—13, рис. 33.2), відібраних за дугою, що

сполучає профілі A і B , тобто проб із найвіддаленіших відносно БЦЗ точок.

Виявилось, що на відстані 14 км від заводу середній показник надходження забруднювальних речовин дорівнює 3,4 т/км², із яких на частку мінеральних речовин припадає 17 % і на частку зважених — 76 %.

Попередній аналіз даних вимірювань показав, що забруднення за показником SO₂ максимальне поблизу БЦЗ і суттєво спадає з відстанню, проте за 3...4 км від джерела виникає другий максимум забруднення. Моделювання одновимірного рівняння (33.6) здійснювалося за алгоритмом МГВА в класі різницевих операторів:

$$U_{i+1} = f(U_i, U_{i-1}, \dots, U_{i-4}, x_i, x_{i-1}), \quad (33.7)$$

де U_{i+1} — значення концентрацій у точці x_{i+1} ; U_i, \dots, U_{i-4} — значення даного інгредієнта із запізненням за координатою $x; x_i; x_{i-1}$ — координати.

Рівняння, що описує розподіл концентрацій, визначали в рекурентному вигляді:

$$\frac{U_{i+1} - U_{i-4}}{U_{i-4}} = 0,069y_1 + 0,996y_7, \quad (33.8)$$

де

$$y_1 = -0,131 - 6,274x_i + 5,75x_{i-1};$$

$$y_7 = -1,244U_i' - 0,319U_{i-2},$$

при

$$U_i' = \frac{U_i - U_{icep}}{U_{icep}}; U_{i-2}' = \frac{U_{i-2} - U_{i-2cep}}{U_{i-2cep}};$$

$$x_i = \frac{x_i' - x_{icep}}{x_{icep}}; x_{i-1} = \frac{x_{i-1}' - x_{i-1cep}}{x_{i-1cep}};$$

$$U_{i+1cep} = 2,39; \quad U_{icep} = 2,42;$$

$$x_{i-1cep} = 9, 13; \quad x_{i-1cep} = 8, 80.$$

Перевірка здійснювалась за даними профілю B , які не брали участі в навчальній послідовності.

Дійсні U_{i+1} та одержані за моделлю прогнозовані значення концентрації U_{i+1} при екстраполяції на окремому профілі зведено в табл. 33.1.

Таблиця 33.1 - Дійсна U_{i+1} й прогнозована U_{i+1} концентрації за умов екстраполяції на окремому профілі

Nt	U_{i+1}	U_{i+1}	Nt	U_{i+1}	U_{i+1}
1	6,5	6,01	16	4,4	4,58
2	6,3	6,53	17	4,4	4,33
3	5,8	6,22	18	4,4	4,26
4	5,3	5,48	19	4,4	4,33

Nt	U _{i+1}	U _{i+1}	Nt	U _{i+1}	U _{i+1}
5	5,0	4,92	20	4,3	4,32
6	4,0	4,68	21	3,8	4,19
7	3,8	3,61	22	3,5	3,54
8	3,5	3,44	23	3,0	3,26
9	3,8	3,34	24	2,5	2,76
10	3,9	3,78	25	2,0	2,24
11	4,1	3,98	26	1,8	1,77
12	4,2	4,1	27	1,5	1,65
13	4,4	4,43	28	1,0	1,43
14	4,4	4,42	29	0,8	0,88
15	4,6	4,38	30	0,5	0,70

Приклад 2. Хімічне забруднення ґрунтів важкими металами. За даними про ступінь і характер забруднення ґрунту в районі шламонакопичувачів одержано моделі розрахунку деяких хімічних елементів у поверхневому (0 ... 20 см) горизонті ґрунту, а саме для:

- міді

$$y = 0,004r^2 + 2(x_0/100)r + (x_0 - 0,8)$$

- цинку

$$y = 0,01r^2 + 0,6r + 0,9x_0; \quad (33.9)$$

- хрому

$$y = 0,02r^2 + 1,2r + 0,9x_0;$$

- нікелю

$$y = 0,02r^2 + x_0r/100 + 0,9x_0,$$

де r — відстань від шламонакопичувачів ($r < 500$ м); X_0 — початкове значення хімічних елементів у ґрунті, мг/кг.

Дослідженнями встановлено інтенсивне забруднення ґрунтів цими хімічними речовинами поблизу териконів.

Перевірку моделей для визначення можливості їх застосування з метою екстраполяції забруднення ґрунтів відходами вугільної промисловості було проведено на незалежних даних натурних спостережень. Як показують дані, моделювання можливе тільки стосовно окремого забруднювача або з метою екстраполяції на невеликі відстані. В разі розрахунків на відстань $r > 50$ м абсолютна похибка є суттєвою.

Виходячи з соціально-екологічної ролі ґрунтів, актуальним завданням є моделювання їх хімічного забруднення від промислових джерел, пестицидами і радіонуклідами, прогнозування процесів меліоративного впливу з метою оптимізації екологічного стану та недопущення негативних впливів на здоров'я населення.

Моделювання хімічного забруднення ґрунтів від промислових джерел здійснюється на основі рівнянь масоперенесення переходом до відповідних скінченно-різницевих рівнянь.

Моделювання забруднення ґрунтів пестицидами і радіонуклідами найдоцільніше проводити з використанням точкових моделей динаміки їхнього розпаду, а також системного аналізу на основі методів класифікації.

Питання для самоконтролю:

1. Екологічна роль ґрунтів у біосфері.
2. Назвіть основні глобальні функції ґрунті.
3. Основні джерела хімічного забруднення ґрунтів
4. Шляхи хімічного забруднення ґрунтів.
5. Які методи застосовують для моделювання хімічного забруднення ґрунтів?

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати доповіді для семінарського заняття на тему «Математичні моделі «врожайність – динаміка вологості ґрунту»» .
3. Підготувати самостійно реферати на теми «Моделювання та прогнозування впливу пестицидів на стан ґрунтів», «Моделювання та прогнозування впливу радіонуклідів на стан ґрунтів», «Моделювання впливу на ґрунти меліоративних процесів», «Системні дослідження залежності інфільтрації від поливної норми за умов дії комплексу факторів», «Математичні моделі визначення антропогенного впливу на стан ґрунтів», «Оптимізація режимів зрошення».

**Модуль X. Моделювання і прогнозування стану екосистем та
глобальних біосферних процесів**

Розділ 16. Моделювання і прогнозування стану екосистем

Лекція № 34

Тема: «Моделювання динаміки популяції»

План

34.1. Внутрішньовидова конкуренція.....	
34.1.1. Основні ознаки внутрішньовидової конкуренції.....	
34.2. Модель популяції з дискретним розмноженням.....	
34.2.1. Модель популяції з низькою смертністю.....	
34.2.2. Модель динаміки популяції з внутрішньовидовою конкуренцією.....	
34.2.3. Вплив смертності.....	
34.2.4. Реалістична модель з дискретним розмноженням...	
34.2.5. Модель Сміта і Слаткіна	

34.1 Внутрішньовидова конкуренція

Під внутрішньовидовою конкуренцією розуміють таку взаємодію між особинами одного виду всередині популяції, коли в силу подібних потреб в умовах обмеженості ресурсів відбувається зниження народжуваності й швидкості росту популяції.

34.1.1. Основні ознаки внутрішньовидової конкуренції

- 1-а ознака.

Кінцевим результатом внутрішньовидової конкуренції є зменшення внеску попереднього покоління в наступне покоління порівняно з тим внеском, який міг бути зроблений за відсутності конкурентів.

Внутрішньовидова конкуренція приводить до зниження споживання ресурсів у розрахунку на 1 особину. Можливе також зниження швидкості індивідуального росту чи розвитку, кількості запасених речовин. Усе це знижує виживаність і плідність, а отже, - швидкість розмноження популяції.

- 2-а ознака

Обмеженість ресурсу – основна умова появи внутрішньовидової конкуренції.

Це може бути наприклад обмеження потоку світла для рослинності в лісі або доступної їжі для редуцентів, обмеження доступного для проживання простору, запасу води тощо. Кисень, як правило, не є обмеженим ресурсом.

Якщо діє обмеження щодо доступної їжі й конкуренція йде за кращі умови харчування, а взаємовплив виявляється через зменшення кількості доброякісної їжі, не займаної конкурентами, та збільшення витрат часу й енергії для її пошуку, то така конкуренція називається *експлуатаційно*.

В інших випадках конкуренція набирає форми *інтерференційної* конкуренції. Ця форма припускає вплив особин одна на одну в такому вигляді, коли одна з них перешкоджає тому, щоб інша зайняла певну частину території (акваторії, об'єму тощо) і користалася наявними там ресурсами. Наприклад, саме така конкуренція характерна для тварини, що займають і охороняють певну частину території (ведмеді, котячі); у цьому випадку власне сама територія стає ресурсом.

- 3-я ознака.

При внутрішньовидовій конкуренції конкуруючі члени популяції нерівноцінні, а їхній вплив одне на одного не завжди рівносильний. Набагато

частіше спостерігається асиметрія такого впливу. Причиною нерівноцінності впливу можуть бути вікові, статеві, а також наслідовані генетично відмінності між особинами.

Наприклад генетично схильні до більш високого зросту і широкої крони рослини будуть затінювати низькорослі рослини того самого виду, що виростають поруч, і тим самим будуть пригнічувати їхній ріст.

З цього випливає, що більш пристосовані особини будуть з більшою імовірністю давати більший внесок у потомство і наступне покоління, пригнічуючи внесок інших особин. Через обмеженість плідності однієї особини в цілому може виявитися, що загальний їхній внесок у чисельність наступного покоління виявиться нижчим, ніж за відсутності конкуренції. Хоча, з іншого боку, при цьому поліпшується якісний склад популяції, отже, й виживаність.

Таким чином, вплив цього типу конкуренції суперечливий.

- 4-а ознака.

Ступінь взаємовпливу особин залежить від числа одночасно взаємодіючих особин. А це значить, що інтенсивність внутрішньовидової конкуренції залежить від густини розселення популяції, а саме: зростає з ростом густини розселення популяції.

34.2 Модель популяції з дискретним розмноженням

Дискретним називають таке розмноження, коли у певні моменти часу чисельність популяції стрибком збільшується (наприклад, через те, що моменти появи на світ нового покоління прив'язані до сезонних коливань). Такий спосіб розмноження характерний для вищих організмів, що живуть у

природних умовах. У цьому випадку в момент появи нового покоління t_0 чисельність стрибком збільшується з $N(t_0 - 0)$ до $N(t_0 + 0)$:

$$N(t_0 + 0) = N(t_0 - 0) + \Delta N \quad (34.1)$$

34.2.1 Модель популяції з низькою смертністю

Якщо знехтувати смертністю, поклавши $d=0$, і вважати, що розмноження відбувається періодично з періодом Δt , то модель розмноження можна розбудувати в такий спосіб.

Позначимо моменти розмноження як $t_n = n \Delta t$. Нехай далі специфічна народжуваність незмінна і задається сталою величиною коефіцієнта відтворення R . Очевидно, що коли смертність відсутня, то коефіцієнт відтворення не може бути меншим за одиницю, тобто $R \geq 1$. Сталість R свідчить про відсутність внутрішньовидової конкуренції, оскільки за її наявності швидкість відтворення залежала б від густини популяції, тобто від N . Тоді для чисельності популяції в моменти t_n появи нових поколінь одержимо співвідношення наступного виду:

$$N(t_{n+1}) = RN(t_n) \quad (34.2)$$

Формули такого роду, що задають зв'язок між двома різними загальними членами послідовності, називають рекурентними.

Скориставшись методом повної математичної індукції, у цьому випадку легко показати, що за відсутності смертності в період між появою на світ нових поколінь чисельність популяції дорівнює:

$$N(t) = N_0 \cdot R^n = N_0 \cdot \exp(n \cdot \ln R) = N_0 \cdot \exp[(t_n \cdot \ln R) / \Delta t]; \quad (t_n < t < t_{n+1})$$

де $N_0 = N(t_0)$. Якщо $R > 1$, чисельність популяції збільшується. Якщо $R = 1$, чисельність популяції стабільна.

Таким чином, за відсутності конкуренції при розширеному відтворенні популяції (при $R > 1$) повинно спостерігатися необмежене експонентне зростання чисельності популяції (рис. 12.1).

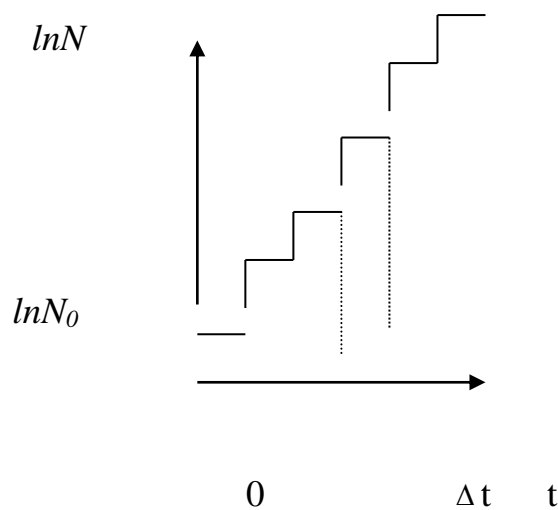
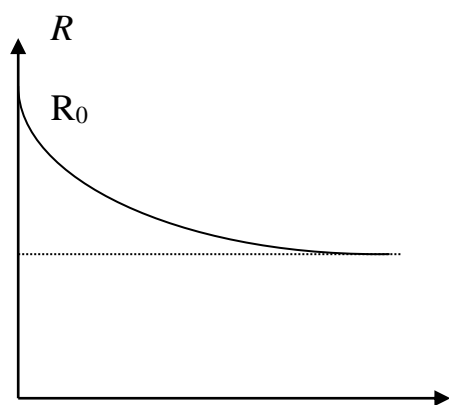


Рисунок 34.1 - Модель з дискретним розмноженням

34.2.2. Модель динаміки популяції з внутрішньовидовою конкуренцією

Вплив внутрішньовидової конкуренції веде у природі до уповільнення росту чисельності N при великих густинах популяції. Тому, щоб врахувати внутрішньовидову конкуренцію, потрібно прийняти, що R залежить від N , а точніше, зменшується з ростом N . Очевидно, що й у цьому випадку з а умови відсутності смертності коефіцієнт швидкості відтворення не може бути меншим за одиницю: $R \geq 1$.

Це значить, що $R \rightarrow 1$ при $N \rightarrow \infty$. Крім того, очевидно, що $R \rightarrow R_0$ при $N \rightarrow 0$, де R_0 - коефіцієнт природної (потенційної) швидкості відтворення в даних умовах зовнішнього середовища. Зокрема, можна припустити, що залежність $R(N)$ при $N \rightarrow \infty$ асимптотично наближається до одиниці, наприклад, за гіперболічним законом (рис. 34.2):



1
0 N

Рисунок 34.2 - Асимптотична модель з дискретним розмноженням

$$R(N) = 1 + (R_0 - 1) / (1 + N / N_1); \quad (34.3)$$

видно, що в такому випадку $R(N) \approx 1$ при $N \gg N_1$ і $R(N) \approx R_0$ при $N \ll N_1$.

У цьому випадку рекурентне співвідношення для відтворення популяції в момент розмноження набуває вигляду:

$$N(t_{n+1}) = [1 + (R_0 - 1)/(1 + N/N_1)] \cdot N(t_n) \quad (34.4)$$

Ця задача не має точного розв'язку, як у випадку відсутності конкуренції (при сталому значенні R). Тому розглянемо два граничних випадки.

1) Низка густина популяції $N \ll N_1$.

У цьому випадку коефіцієнт відтворення дорівнює:

$$R(N) \approx R_0 - (R_0 - 1) \cdot N(t_n) / N_1 \approx R_0$$

тобто тут конкуренція не впливає на динаміку популяції, і тому $N(t_n) = N_0 \cdot R^n$.

2) Висока густина популяції ($N \gg N_1$).

У цього випадку коефіцієнт відтворення дорівнює:

$$R(N) \approx 1 + (R_0 - 1) \cdot [N_1 / N(t_n)]$$

Підставляючи отриманий вираз в рекурентне співвідношення для $N(t_n)$, одержимо:

$$N(t_{n+1}) \approx N(t_n) + N_1 \cdot (R_0 - 1)$$

Звідси, застосовуючи метод повної математичної індукції, знайдемо:

$$N(t_{n+1}) \approx N(t_0) + N_1(n - n_0) \cdot (R_0 - 1) = N(t_{n_0}) + N_1(t_n - t_0) \cdot (R_0 - 1) / \Delta t$$

Таким чином, у цьому випадку експонентне зростання змінюється більш повільним, а саме лінійним ростом чисельності популяції з плином часу.

34.2.3. Вплив смертності

Врахування однієї тільки народжуваності та її зниження за рахунок конкуренції не може привести до обмеження чисельності популяції, тобто така модель нереалістична. Для покращення реалістичності моделі слід врахувати смертність у період між моментами розмноження. Зробимо це в найпростішій формі, вважаючи специфічну смертність сталою і не залежною від віку особин: $d_0 = d$. Тоді в період між актами розмноження зміна чисельності буде описуватись рівнянням:

$$dN / dt = Nd_0 \tag{34.5}$$

Розв'язком цього рівняння є експоненціальна залежність:

$$N(t) = N(t_n) \exp[-d_0(t - t_0)]; (t_n < t < t_{n+1}). \quad (34.6)$$

При цьому рекурентне співвідношення для зміни чисельності популяції за період між двома сусідніми моментами розмноження набуває наступного вигляду:

$$N(t_{n+1}) = R \cdot \exp(-d_0 \Delta t) \cdot N(t_n) = R_{eff} N(t_n) \quad (34.7)$$

де $R_{eff} = R \cdot \exp(-d_0 \Delta t)$ - ефективний коефіцієнт відтворення.

Отримане рівняння зовні не відрізняється від попереднього, що не враховує смертність. Однак тепер коефіцієнт відтворення може бути меншим за одиницю.

При $R_{eff} < 1$, тобто у випадку, коли $R < \exp[d_0 \Delta t]$, смертність переважає народжуваність, і популяція вимирає.

При $R_{eff} > 1$, тобто при $R > \exp[d_0 \Delta t]$, популяція розмножується.

Стабільна за чисельністю популяція можлива, коли $R_{eff} = 1$, що без врахування конкуренції реалізувати на практиці не можна.

Висновок: стабільність популяції є наслідком складної взаємодії народжуваності, виживаності й конкуренції.

34.2.4. Реалістична модель з дискретним розмноженням

Найпростішою моделлю, в якій враховуються всі три фактори, може бути модель із залежними від числа особин ефективним коефіцієнтом відтворення $R_{eff}(N)$, описуваним співвідношенням виду:

$$R_{eff} = R_{0eff} / (1 + QN), \quad (34.8)$$

де $R_{eff} > 1$ (рис.34.3).

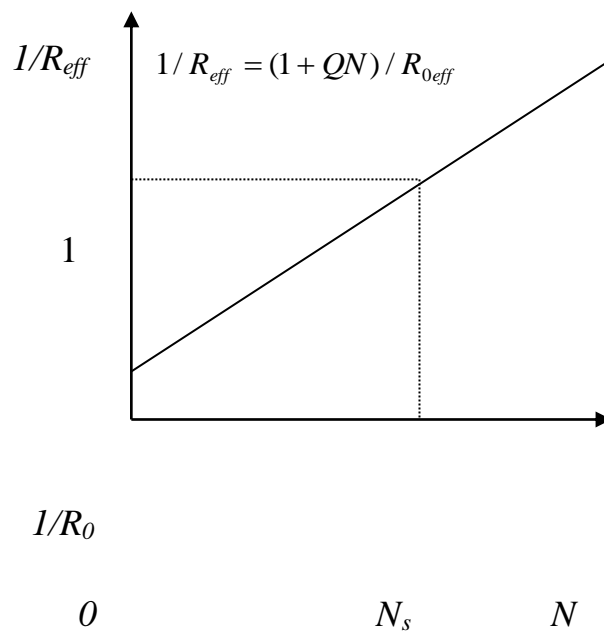


Рисунок 34.3 - Реалістична модель з дискретним розмноженням

У цьому випадку початкова (природна) швидкість відтворення перевищує одиницю, і чисельність популяції зростає. Починаючи з деякого моменту часу, чисельність перевищує величину $1/Q$, і величина R_{eff} зменшується.

Рекурентне співвідношення в цій моделі має вигляд:

$$N(t_{n+1}) = R_{0eff} \cdot N(t_n) / [1 + QN(t_n)] \quad (34.9)$$

При кількості особин:

$$N = K = (R_{0eff} - 1) / Q \quad (34.10)$$

ефективний коефіцієнт відтворення $R_{eff}=1$, тому $N(t_{n+1})=N(t_n)=K$, тобто приріст чисельності популяції припиняється.

При $N>K$ ефективний коефіцієнт відтворення $R_{eff}<1$, і чисельність популяції зменшується; якщо ж $N<K$, то $R_{eff}>1$, і чисельність зростає. Тому K є рівноважна чисельність даної популяції.

При довільному законі $R_{eff}(N)$ рівноважна чисельність знаходиться з рівняння:

$$R_{eff}(K)=1 \quad (34.11)$$

Густина розселення популяції при $N=K$ характеризує стан стійкої рівноваги популяції, а викладена модель ілюструє регуляторні властивості, що є властивими внутрішньовидовій конкуренції.

34.2.5. Модель Сміта і Слаткіна

Уведемо поняття інтенсивності k загибелі особин у результаті внутрішньовидової конкуренції. Для цього згадаємо, що в ідеальних умовах коефіцієнт швидкості відтворення дорівнює:

$$R_{eff}(0) = R_0 \cdot \exp(-d_0 \Delta t) \quad (34.12)$$

де d_0 - мінімальна смертність (смертність в ідеальних умовах). Звідси можна знайти величину d_0 , якщо вважати величини $R_{eff}(0), R_0, \Delta t$ відомими:

$$d_0 = \Delta t^{-1} \cdot \ln \left[R_0 / R_{eff}(0) \right] \quad (34.13)$$

Визначимо ефективну смертність за аналогією зі смертністю d_0 :

$$d_0 = \Delta t^{-1} \cdot \ln \left[R_0 / R_{eff}(N) \right] \quad (34.14)$$

Підставляючи сюди вираз для R_{eff} , знайдемо:

$$d_{eff} = \Delta t^{-1} \cdot \ln \left[R_0 (1 + QN) / R_{0eff} \right] = d_0 + \Delta t^{-1} \cdot \ln(1 + QN). \quad (34.15)$$

Очевидно, що величина:

$$k = \Delta t^{-1} \cdot \ln(1 + QN) \quad (34.16)$$

відображує ефективну смертність у наслідок конкуренції. При цьому значення k характеризує не тільки збільшення смертності, але і зниження народжуваності внаслідок конкуренції.

Модель Сміта і Слаткіна, створена в 1973р., враховує інтенсивність конкуренції. Сміт і Слаткін запропонували вдосконалити реалістичну модель з дискретним розмноженням, увівши ряд змін у співвідношення в

наступному вигляді:

$$N(t_{n+1}) = R \cdot N(t_n) / \left\{ 1 + \left[a + N(t_n)^b \right] \right\} \quad (34.17)$$

Показник b у цьому виразі може змінюватися, набираючи різних невід'ємних значень (рис.34.4)

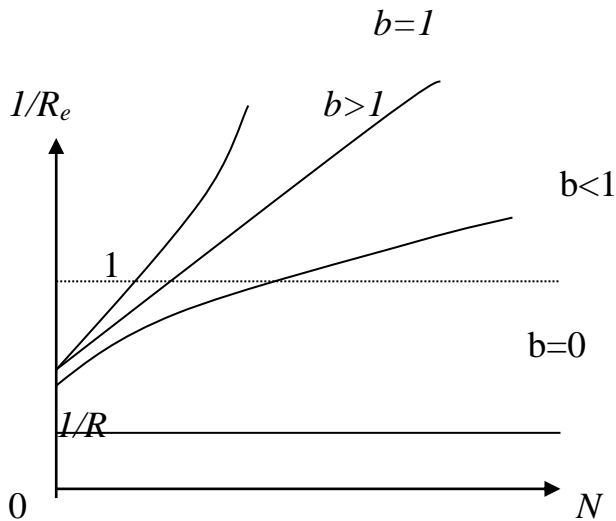


Рисунок 34.4 - Модель Смита і Слаткіна

При $b=0$ величина R_{eff} не залежить від N , тобто конкуренція відсутня.

Якщо $b=1$, модель описує так звану “точну компенсацію”; при цьому вона зводиться до попередньої моделі з $Q = 1/(1+a)$ і $R_{0eff} = R/(1+a)$.

Якщо $0 < b < 1$, то модель описує випадок так званої “неповної компенсації”, якщо ж $b > 1$, має місце над компенсація.

Ця модель може використовуватися для моделювання ситуації, коли інтенсивність загибелі внаслідок конкуренції прагне насичення з ростом густини популяції (випадок неповної компенсації $0 < b < 1$) або якщо спостерігається постійне збільшення інтенсивності загибелі (зниження виживаності) з ростом k (випадок над компенсації $b > 1$).

Внутрішньовидова конкуренція може істотно впливати на чисельність популяції і її динаміку внаслідок нерівноцінності особин у популяції.

Розподіл особин у популяції за розмірами, віком, пристосовністю до зовнішніх факторів тощо виявляється асиметричним. Популяції, що відрізняються великою інтенсивністю внутрішньовидової конкуренції, відрізняються також наявністю великого числа дрібних і невеликим числом великих особин. Внутрішньовидова конкуренція не відіграє вирішальної ролі у видоутворенні, але посилює інтенсивність добору.

Питання для самоконтролю:

1. Назвіть основні ознаки внутрішньовидової конкуренції.
2. Від чого залежить ступінь взаємовпливу особин?
3. Яке розмноження називають дискретним?
4. Опишіть модель з дискретним розмноженням.
5. Від яких чинників залежить стабільність популяції?
6. Яке удосконалення реалістичної моделі з дискретним розмноженням враховує модель Сміта і Слаткіна?

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати доповіді для семінарського заняття на тему: «Класичні математичні моделі популяційної екології».
3. Підготувати реферати за темами «Логістична модель популяції з неперервним розмноженням», «Логістична модель системи з міжвидовою конкуренцією», «Моделі мутуалізму», «Методи аналізу стійкості екосистем», «Моделювання розвитку тваринного світу в регіоні».

Розділ 17. Сучасні моделі розвитку глобальних біосферних процесів

Лекція № 35

Тема: «Глобальні моделі розвитку соціоекосистеми»

План

35.1. Глобальні моделі розвитку соціоекосистеми

35.1.1. Моделі Форестра-Медоуза

35.1.2. Модель Месаровича-Пестеля

35.1.3. «Модель Барілюче»

35.1.4. Японський проект

35.1.5. Модель Габора

35.1.6. Модель В. Леонтєва

35.2. Двокомпонентні моделі

35.2.1. Двокомпонентні моделі. Моделі взаємодії РК-БСК

35.2.2. Нітрифікація

35.2.2.1. Балансові моделі нітрифікації

35.1. Глобальні моделі розвитку соціоекосистеми

Моделювання глобального розвитку стало однією з найбільш актуальних задач науки про Землю, поставлених Римським клубом на початку 70-х років минулого сторіччя. Римський клуб (наукове товариство, створене в 1968 р.) складається з більш ніж 100 провідних учених світу і займається проблемами глобального проектування. На його замовлення створено більше десятка моделей глобального розвитку людства і природи, що використовують сучасні методи математичного моделювання.

35.1.1. Моделі Форестера-Медоуза

Дж. Форестер, і слідом за ним Д. Медуза, заклали основи сучасного глобального моделювання. В їхніх моделях "СВІТ-1", "СВІТ-2" і "СВІТ-3" розрахунок провадився на базі врахування взаємозв'язку і тенденцій розвитку 5-и головних елементів:

- народонаселення;
- капітал;
- ресурси;
- забруднення навколишнього середовища;
- виробництво продовольства.

У цих моделях переслідувалася мета простежити розвиток основних тенденцій у глобальній соціоecosystemі на найближчі 100 років, виходячи з незмінності характеру соціально-економічного розвитку.

Висновок був такий: внаслідок протиріччя між обмеженістю ресурсів і виробництва продовольства, з одного боку, та ростом населення й темпів використання ресурсів, з іншого боку, в середині ХХІ ст. можлива глобальна криза:

- катастрофічне забруднення навколишнього середовища;
- різке зростання смертності населення;
- виснаження природних ресурсів;
- занепад виробництва.

Пропоновані заходи протидії — концепція "глобальної рівноваги":

- зупинити зростання чисельності населення;
- обмежити виробництво, звівши його до простого відтворення;
- основний капітал направити у сферу послуг і сільське господарство;
- скоротити споживання ресурсів у 8 разів.

Головний ефект моделей "СВІТ" полягав у здійсненні відчутного удару по необгрунтованому оптимізму щодо майбутнього розвитку людства. їх недоліки — це обмежені, утопічні уявлення про можливості свідомого

управління світом та нехтування нерівномірністю розвитку геополітичних регіонів.

35.1.2. Модель Месаровича-Пестеля

У відповідь на критику моделей "СВІТ-1" — "СВІТ-3" у 1974 р. з ініціативи знов-таки Римського клубу було створено кілька нових моделей, з яких найбільш повною є модель Месаровича (США) і Пестеля (Франція), мета якої — економічний прогноз на 1975-2025 рр.

Назва проекту — "Стратегія виживання". Структура моделі враховувала більшу кількість факторів; світ було розділено на 10 взаємодіючих регіонів (врахована взаємодія типу експорт/імпорт та еміграція/імміграція). Модель містила такі субмоделі:

- економіка;
- енергетика;
- населення.

Виходячи із своєї моделі, її автори роблять такий висновок: світу загрожує не стільки глобальна, скільки серія регіональних катастроф, які почнуться набагато раніше, ніж у моделі Форестера і Медоуза (тобто задовго до 2050 р.), а також поглиблення розриву між рівнями життя в регіонах.

На цій основі вони рекомендують концепцію "органічного росту", тобто гармонійного розвитку світу як цілого.

Як і попередні, рекомендації Месаровича-Пестеля також мають утопічний характер.

35.1.3. "Модель Барілоче"

Одночасно з моделлю Месаровича-Пестеля була розроблена модель професора Еррери (Аргентина) — "Модель Барілоче" (1974 р.). Тут світ був поділений на Азію, Африку, Латинську Америку і розвинені країни. Модель

враховувала деякі соціальні фактори і передбачала можливість керування розвитком регіонів шляхом централізованого розподілу капіталу. Висновок був такий: криза, передбачена попередніми моделями, вже наступила.

35.1.4. Японський проект

Тоді саме (у 1974 р.) вийшов японський проект професора Я. Кайа і Ю. Судзукі під назвою "Новий погляд на розвиток". У проекті світ теж поділяється на регіони (дев'ять) і передбачалася можливість керування розвитком світової економіки. Переслідувалася мета пошуку можливості зменшення диспропорції рівня доходів на душу населення між регіонами.

Висновки були такими:

—розвинені індустріальні країни повинні надавати безкоштовну допомогу менш розвиненим країнам у розмірі близько 1% свого валового національного продукту;

—допомога буде ефективною тільки при одночасній зміні структури економіки регіонів, а саме: у розвинених країнах — це зростання сільського господарства і зменшення валового продукту легкої промисловості при незмінності важкої промисловості; у мало розвинених країнах — це зменшення частки сільського господарства і збільшення частки легкої промисловості.

35.1.5. Модель Габора

У 1976 р. побачила світ модель Габора (Італія) "За межами віку марнотратства". Її метою було вирішення проблеми енергетичних, сировинних, продовольчих ресурсів планети.

Головний висновок Габора полягав у тому, що розвиток глобальної соціоекосистеми йде шляхом зростаючого неефективного використання природних ресурсів. Отже, на його думку, необхідно перейти до

раціонального керування використанням ресурсів, відмовившись від марнотратства, змінити стиль життя, переглянути соціально-політичні пріоритети. Треба встановити курс на обмеження споживання енергії в розвинених країнах (у малорозвинених цього поки робити не можна). Альтернативне джерело енергії — атомна. Треба знизити темпи зростання кількості населення, збільшити виробництво продовольства і зменшити його споживання в розвинених країнах, які "переїдають".

35.1.6. Модель В. Леонтьєва

У 1976 р. була розроблена модель В. Леонтьєва "Майбутнє світової економіки". Ця модель побудована на основі взаємозв'язку "витрата — випуск". Тут світ було поділено на 15 регіонів: 8 розвинених і 7 таких, що розвиваються. Регіони взаємодіють за принципом експорт/імпорт по 4-х секторах економіки. Розглядається питання розвитку промисловості й сільського господарства, а також навколишнього середовища.

35.2. Двокомпонентні моделі

35.2.1. Двокомпонентні моделі. Модель взаємодії РК-БСК

РК — це вміст розчиненого кисню у воді. РК є ефективним кількісним показником життєдіяльності у водному середовищі. Кисень, розчинений у воді, бере участь у багатьох хімічних процесах у воді, у тому числі, у процесах метаболізму організмів і окислювання забруднень (органічних і неорганічних); його кількість залежить від інтенсивності цих процесів, а, отже, й від якості води (якщо $RK = 0$, то така вода непридатна для життєдіяльності й споживання).

Через численність факторів взаємодії зміну РК з часом важко охарактеризувати за допомогою прямої формалізованої математичної моделі,

оскільки така модель містить численні змінні, взаємозалежні з РК й одна з одною. З цією метою вводиться показник біологічного споживання кисню (БСК) — інтегральна характеристика, що описує середньостатистичне споживання кисню в біохімічних процесах. БСК — це основна причина зниження РК, тобто погіршення якості води.

Внутрішня структура моделі взаємодії РК і БСК визначається множиною $\{S_1\}$ функцій споживання РК і множиною $\{S_2\}$ функцій споживання / виробництва БСК. Аргументами кожної функції, що входять до $\{S_1\}$ і $\{S_2\}$, є РК і БСК (що, в свою чергу, є функціями координат і часу), а також їх похідні та фактори зовнішнього середовища — функції сторонніх джерел і стоків РК і БСК.

Класичною динамічною моделлю взаємодії РК і БСК у воді є модель Стрітера і Фелпса. Вона описує розподіл РК у річці нижче за течією від джерела скиду далеко від естуарію (естуарій — це дельта-подібне розширення устя ріки при впаданні її в море або у велике озеро).

Взаємодія РК-БСК — це складний багатокomпонентний і багатостадійний процес, якій можна відобразити за допомогою графа, зображеного на рис. 2.1. Для спрощення моделі Стрітер і Фелпс поклали, що головними, визначальними процесами взаємодії РК — БСК є наступні:

—реаерація потоку води;

—споживання РК при окислюванні (розпаді, розкладанні) БСК. В їхній моделі:

$$\begin{aligned} \{S_1\} &= \{k_1 C_s; -k_1 x_1; -k_2 x_2\}; \\ S_2 &= \{-k_2 x_2\}; \end{aligned} \quad (35.1)$$

де x_1 , x_2 — концентрації РК і БСК, відповідно;

C_s — концентрація насиченого розчину РК;

k_1, k_2 — константи швидкості реакцій реаерації води і взаємодії РК-БСК, відповідно.

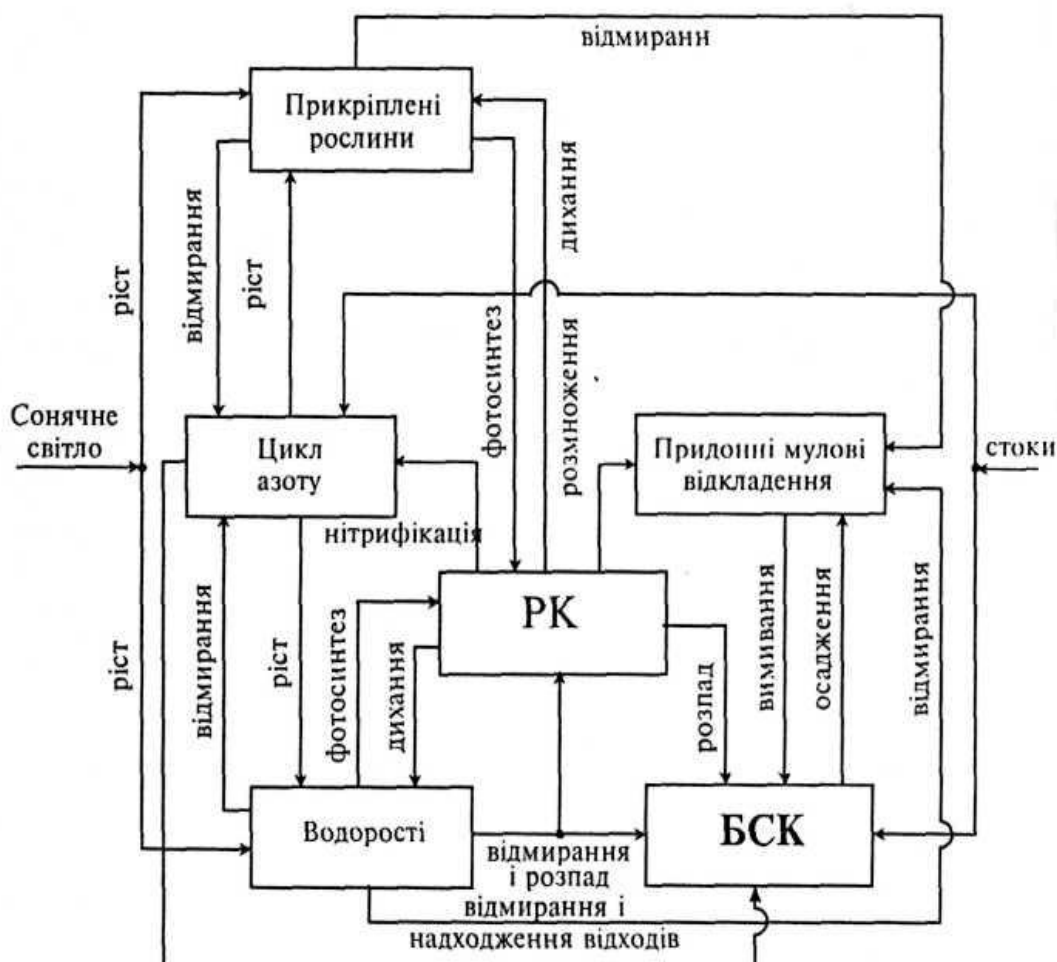


Рисунок 35.1. Блокова модель взаємодії РК-БСК

Задля подальшого спрощення моделі Стрітер і Фелпс припустили стаціонарність (незмінність у часі) водного потоку, стаціонарність функцій S_1 і S_2 (потоків РК і БСК) для всіх точок річки та рівномірність розподілу x_1, x_2 по перерізу потоку. У цьому випадку $x_1 = x_1(z, t)$, $x_2 = x_2(z, t)$, де z — відстань від джерела скиду вздовж русла річки, t — час, а незалежні змінні z і t зв'язані одне з одним простим співвідношенням: $z = ut$ (тут u — швидкість течії). Відповідно, модель Стрітера і Фелпса зводиться до системи звичайних диференціальних рівнянь і набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = u \frac{dx_1}{dz} = k_1 (C_s - x_1) - k_2 x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} = u \frac{dx_2}{dz} = -k_2 x_2. \end{cases} \quad (35.2)$$

$$\begin{cases} x_1 = x_{10} e^{-k_2 z/u} + C_s (1 - e^{-k_2 z/u}) + \frac{k_2}{k_1 - k_2} x_{20} (e^{-k_1 z/u} - e^{-k_2 z/u}); \\ x_2 = x_{20} e^{-k_2 z/u}; \end{cases} \quad (35.3)$$

де x_{10} , x_{20} — концентрації, відповідно, РК і БСК у початковій точці. Видно, що в цій моделі показники РК і БСК змінюються за експоненціальним законом, причому вдалині від точки скиду $x_1 = C_s$, тобто вода насичується киснем, а $x_2 = 0$, тобто вода самоочшщується від активних домішок.

Модель Стрітера-Фелпса є найпростішим наближенням опису взаємодії РК — БСК. Порівняння її з блоковою моделлю взаємодії показує низький ступінь реалістичності моделі.

Більш досконалу і реалістичну модель, що розвиває модель Стрітера-Фелпса, запропонував Доббенс. Він урахував у своїй моделі взаємодію РК і БСК із придонними муловими відкладеннями і фотосинтез. У підсумку він одержав наступний вираз:

$$\begin{cases} S_1 = k_1 (C_s - x_1) - k_2 x_2 + D_B; \\ S_2 = -k_2 x_2 - k_3 x_2 + L_n; \end{cases} \quad (35.4)$$

де k_3 — константа швидкості осадження БСК у придонні відкладення (константа адсорбції БСК);

D_B — швидкість приросту БСК, що узагальнює швидкості зміни РК за рахунок фотосинтезу, дихання рослин, розкладання придонних мулових відкладень;

L_H — загальна швидкість зміни БСК за рахунок різних процесів, таких, як поверхневі стоки тощо.

Через те, що швидкості, описувані за допомогою D_B і L_H , розподілені нерівномірно по перерізу водного потоку, модель Доббенса — це система рівнянь у частинних похідних. Вона враховує вплив поперечного розподілу РК і БСК на стаціонарний розподіл РК, а також пропонує теоретичний механізм реаерації.

35.2.2. Нітрифікація

Нітрифікація — це процес окислювання азоту з відновленої форми (аміак) у нітрати. Нітрифікація вносить певний вклад у процеси споживання РК і, таким чином, у процеси самоочищення води.

Розрізняють наступні види нітрифікації:

- а) автотрофна нітрифікація;
- б) гетеротрофна нітрифікація.

Автотрофна нітрифікація здійснюється бактеріями-нітрифікаторами, що використовують процес окислювання амонію для синтезу органіки; гетеротрофна нітрифікація здійснюється різними мікроорганізмами (грибами).

Нітрифікація — це основний шлях утворення нітратів у природі; він завершує процес мінералізації води.

35.2.2.1. Балансові моделі нітрифікації

У цих моделях розраховують баланс відповідних речовин шляхом урахування РК. А саме: враховується надходження кисню в річку за рахунок притоку й аерації через поверхню і втрати його внаслідок окислювання аміаку (тобто азотного БСК, або BCK_N) і карбонатного БСК (BCK_C). Зміна потоку кисню описується в рамках моделі Стрітсера — Фелпса, в якій

витратний член, що описує втрати РК за рахунок взаємодії РК — БСК, розділяється на дві частини: взаємодія з карбонатним БСК_C і взаємодія з азотним БСК_N.

У такому підході нітрифікація розглядається напівемпірично, оскільки БСК_C визначається шляхом вимірювань. Повний БСК розглядається як результат повного окислювання аміачних нітритів до нітратів, причому кількість останніх також визначається емпірично. При розрахунку реакція нітрифікації вважається реакцією першого порядку.

Моделювання ведеться у декілька етапів.

1) Урахування діяльності бактерій-нітрифікаторів (автотрофної нітрифікації).

Рівняння росту біомаси бактерій має вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = \mu x \quad (35.5)$$

Питома швидкість росту μ залежить від концентрації субстрату (S) і описується рівнянням Міхаеліса — Ментеня:

$$\mu = \mu_M \frac{S}{S + K_S} \leq \mu_M \quad (35.6)$$

Після інтегрування рівняння одержимо:

$$x = x_0 \exp \left\{ \int_0^t \mu(t) dt \right\} \quad (35.7)$$

Згідно із співвідношенням Моно, $\Delta x = -Y \Delta S$; тут $\Delta S = S - S_0$; $\Delta x = x - x_0$; Y — економічний коефіцієнт. Це співвідношення враховує, що приріст x

здійснюється за рахунок споживання субстрату. Використовуючи співвідношення Моно, знайдемо:

$$x_0 = Y \frac{S_0 - S}{\exp\left(\int_0^t \mu(t') dt'\right) - 1}. \quad (35.8)$$

Отримане співвідношення використовують для оцінки початкової кількості бактерій - нітрифікаторів за результатами посіву проби. Значення x_0 надалі можна використовувати для розрахунку БСК, пов'язаного з автотрофною нітрифікацією.

2) Визначення карбонатного БСК_c ведуть шляхом пригнічення нітрифікації в пробі води за допомогою спеціальних добавок інгібіторів нітрифікації. У цих умовах БСК_N = 0, тому БСК_c = БСК.

3) У підсумку БСК_N визначають як різницю загального БСК, розрахованого за результатами вимірювань, виконаних за відсутності інгібітору, і БСК_c, знайденого за умови пригнічення нітрифікації в пробі води.

4) Розрахунок повного БСК у річці ведуть за допомогою рівняння Стрітера-Фелпса, використовуючи результати дослідження проб води і вимірювання початкового вмісту БСК у воді, а також літературні дані про величину констант насичення й економічного коефіцієнта в співвідношеннях Міхаеліса-Ментена та Моно.

Контрольні цифри росту валового продукту *v* країнах, що розвиваються, недостатні для подолання розриву в доходах.

Необхідно здійснити два типи змін:

- глибокі соціальні, політичні, структурні зміни в країнах, що розвиваються;

- істотні зміни світового економічного порядку:

- стабілізація товарних ринків;
- заохочення експорту промислової продукції з країн, що розвиваються.

Отже, всі глобальні моделі приводять до спільного висновку: людство розвиватися далі в такому руслі, як дотепер, не може; потрібна докорінна перебудова структури економіки й управління.

Питання для самоконтролю:

1. Який головний висновок об'єднує різні моделі розвитку глобальної соціоекосистеми?
2. Як впливає розподіл ресурсів по регіонах планети на вияви глобальної кризи?
3. Що треба робити для запобігання глобальної кризи соціоекосистеми?
4. Що таке балансові моделі якості води і на якому законі природи вони ґрунтуються?
5. Назвіть основні види рівняння самоочищення води в природі та запишіть вигляд їх розв'язку.
6. Чим відрізняються рівняння розповсюдження консервативних і неконсервативних домішок?
7. У чому полягає суть моделі Стрітера — Фелпса?
8. Як враховують дію бактерій - нітрифікаторів при моделюванні процесів нітрифікації БСК?

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати доповіді та реферати за темою «Моделі глобальних біогеохімічних циклів».

Лекція № 36

Тема: «**Моделювання і прогнозування змін клімату**»

План

36.1 Моделі клімату

36.1.1. Енергобалансові моделі клімату

36.1.2. Статистична модель

36.1.3. Радіаційно - конвективні моделі.

36.1.4. Моделі загальної циркуляції

36.1. Моделі клімату

Модель клімату відноситься до так званих „глобальних” математичних моделей (наряду з моделями глобального круговороту хімічних речовин, глобальних біогеохімічних циклів та іншими), а нерідко і доповнює їх.

Поняття "клімат" було введено Гіппархом Нікейським (190-125 рр. до н.е.). На грецькій слово "клімат" означає нахил. Вже в ті часи греки, знаючи, що Земля являє собою кулю, пояснювали різні умови життя на нашій планеті нахилом сонячних променів до її поверхні.

Згідно з сучасними поглядами "клімат – це статистичний ансамбль станів, які проходить система океан-суша-атмосфера за періоди часу в кілька десятиріч". У цьому визначенні відображена роль трьох компонент, які вносять основний внесок у стан навколишнього середовища: інерційність океану, легка нестійка атмосфера і суша, яка найбільше зазнає впливу людини. Стан кожної з трьох компонент описується тривимірними полями термодинамічних і механічних змінних, які залежать від часу.

Для атмосфери – це поля тиску p , температури T і густини ρ , концентрації водяної пари s та інших термодинамічно і оптично активних домішок, опадів P , хмарності C .

Для океану необхідно знати розподілення солоності s і насиченості прісної води киснем, вуглекислим газом та іншими газами.

Стан поверхні суші визначається її шорсткістю, теплоємністю верхнього активного шару, вологістю, наявністю і товщиною снігового або льодяного покриву, типом та інтенсивністю рослинності.

Набір цих чотиривимірних просторово-часових полів являє собою опис навколишнього середовища з точки зору математичної фізики.

Відносно повні набори величин, які характеризують стан атмосфери і океану, одержані завдяки глобальним міжнародним геофізичним програмам і супутниковій метеорології.

У ряду напрямків науки про навколишнє середовище теорія клімату і його змін є найбільш розробленою в тому сенсі, що вона з моменту свого виникнення спирається на класичні науки: гідромеханіку, термодинаміку, обчислювальну математику. У теперішній час розроблена і реалізована ієрархія кліматичних моделей, яка включає термодинамічні, статистичні, радіаційно-конвективні і гідродинамічні моделі. Кожна з них може розглядатись в якості складової частини біосфери, яка крім опису клімату має включати формалізацію екологічних процесів і процесів людської діяльності.

36.1.1. Енергобалансові моделі клімату

Побудова і застосування сучасних енергобалансових моделей (ЕБМ) клімату показали ефективність цих моделей: виявилось, недоступну раніше інформацію можна отримати, використовуючи математичні залежності.

ЕБМ за своїм визначенням описує баланс енергії у відкритій фізичній системі, якою є земний клімат. У припущенні про локальність рівноваги в цілому нерівноважної кліматичної системи рівняння енергії записується у формі:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = s(1 - \alpha) - I - Q, \quad (36.1)$$

де T – температура; c – ефективна теплоємність одиниці площі кліматичної системи; s – потік сонячного випромінювання на верхню границю атмосфери; α – альbedo (коефіцієнт відбивання) системи атмосфера-земля і атмосфера-океан; I – інтенсивність довгохвильового теплового випромінювання атмосфери, що виходить з її верхньої границі в космос; Q – кількість тепла, що покидає розглядуваний об'єм кліматичної системи за рахунок адвекції (горизонтального переносу) і переносу прихованого тепла, що міститься у водяній парі, яка захоплюється течією повітря.

Величини α , I та Q звичайно подаються у вигляді емпіричних функцій температури і рівняння (36.1) стає достатнім для її визначення.

Переважає більшість вирішених за допомогою ЕБМ задач відноситься до так званого середньорічного режиму, коли в результаті усереднення за

тривалий час τ можна знехтувати похідною за часом у лівій частині рівняння (36.1). Існують великі розходження відносно часу усереднення. За існуючими оцінками τ набуває значення від 3 місяців до 10 років.

ЕБМ застосовують для розрахунку сезонної ходи клімату. Для цього необхідно знати теплоємність c , яка, в основному, визначається ще недостатньо добре вивченою взаємодією океану і атмосфери. Звичайно рівняння (36.1) усереднюється за довготою, в результаті чого отримують так звану зональну ЕБМ клімату.

Перші розрахунки у всіх областях дослідження клімату (чутливість кліматичної системи до зміни її внутрішніх параметрів і зовнішніх сил, реконструкція кліматів минулого, особливо проблема чергування льодовикових епох, оцінка антропогенного навантаження на кліматичну систему і обчислення її трендів), проводились з допомогою ЕОМ. ЕБМ, що виникли першими, залишаються потужним інструментом дослідження клімату і виявлення проблем, для розв'язання яких необхідне застосування більш детальних і дорогих у застосуванні кліматичних моделей.

36.1.2. Статистична модель

Як ми згадували, клімат – це статистичний ансамбль станів, який система океан-атмосфера-суша проходить за строк у кілька десятиліть. Тому математична модель клімату, адекватна його фізичній суті, має бути статистичною. Це положення в неявному вигляді міститься в описі ЕБМ, оскільки представлення c , α , I , Q як функцій від температури повітря (та інших змінних) може бути здійснено (явним чи неявним чином) за допомогою визначення фізичних характеристик кліматичної системи. Однак

ЕБМ оперує середніми значеннями температури. Цієї характеристики явно недостатньо для визначення випадкових величин, які описують стан клімату.

Задача побудови найпростішої статистичної моделі клімату ґрунтується на тому, що характерні величини часу τ_x погодних і τ_y кліматичних процесів дуже відрізняються одне від одного ($\tau_x \ll \tau_y$), у результаті чого рівняння для кліматичних характеристик одержують усередненням вихідних рівнянь по проміжному періоду часу τ_i ($\tau_x \ll \tau_i \ll \tau_y$). При цьому вклад швидких погодних процесів у кліматичну модель одержують усередненням рівнянь погоди при фіксованому поточному стані клімату. Аналогічна ситуація під назвою "слабка турбулентність" має місце у фізиці плазми при вивченні взаємодії випадкових полів слабо взаємодіючих електромагнітних хвиль.

Згідно з цією теорією еволюція функції розподілення $P(y, t)$ кліматів підкоряється рівнянню Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y_i} (v_i P) - \frac{\partial}{\partial y_i} \left(D_{ij} \frac{\partial P}{\partial y_j} \right) = 0, \quad (36.2)$$

яке описує анізотропну дифузію в рухомому середовищі. Тут вектор u з компонентами u_i описує характеристики клімату, а вектор V з компонентами v_i – швидкість зносу, D_{ij} – тензор дифузії.

При $D_{ij}=0$ рівняння (36.2) описує знос початкового стану за характеристиками без його зміни, що відповідає детерміністським (детермінованим) моделям клімату.

При $v=0$ мінливість кліматичних характеристик необмежено збільшується з ростом часу, що нереально.

Згідно з формулою (36.2) клімат аналогічний руху важкої броунівської частинки в результаті руху сил з боку оточуючих її броунівських частинок (погод).

Статистичні моделі клімату, які адекватно відображають його імовірнісну сутність, мають велике майбутнє. Однак у теперішній час ще немає міркувань про те, як можна було б побудувати статистичну модель, яка описувала б набір найбільш важливих кліматичних характеристик (температура, опади, потік короткохвильового випромінювання і т.п.) у достатньо густій множині точок на підстилаючій поверхні. Саме така модель клімату потрібна для використання в повсякденному житті.

36.1.3. Радіаційно-конвективні моделі

Єдиною силою, що рухає кліматичну систему, є сонячне світло. Геотермальні та антропогенні джерела складають малу частину від потоку сонячного випромінювання і тому в звичайній ситуації не беруться до уваги.

В атмосфері сонячне світло проходить складну трансформацію; воно віддзеркалюється від самої атмосфери, хмар, які виникають у ній, від поверхні суходолу та океану, розсіюється аерозольними краплинками води та кришталіками льоду, що вміщується в атмосфері. Вони поглинаються газовою та твердою фазами атмосфери та підстилаючою поверхнею. Це сонячне короткохвильове випромінювання знаходиться у діапазоні хвиль від 0,1 до 3 мкм.

Компоненти кліматичної системи «атмосфера-океан-суходіл – криосфера» випускають своє довгохвильове випромінювання з максимумом приблизно на довжині 10 мкм. Довгохвильове випромінювання сильно поглинається повітрям і, перш за все, водяною парою та CO₂, що вміщуються у ньому. Короткохвильове сонячне випромінювання у безхмарній атмосфері без суттєвого поглинання, але з суттєвим розсіюванням досягає поверхні суходолу та океану. Частина цього випромінювання, пропорційна коефіцієнту відбиття α підстилаючої поверхні, відбивається, а решта випромінювання поглинається поверхнею океану та суходолу (які при цьому нагріваються). Нагріта поверхня суходолу та океану випускає випромінювання, яке нагріває атмосферу. У результаті тропосфера, в основному, нагрівається знизу. У хмарній атмосфері механіка променевого переносу сильно ускладнюється, але якісно залишається такою самою. У верхній частині атмосфери (стратосфері) під дією активної ультрафіолетової компоненти сонячного випромінювання проходять фотохімічні реакції, які призводять до зміни хімічного складу атмосфери, який, в свою чергу визначає її оптичні характеристики. Таким чином радіаційний переніс енергії і динаміка хімічного складу атмосфери виявляються зв'язаними разом. Прогрівання атмосфери випромінюванням призводить до того, що з'являються області, в яких атмосфера стає несталою в полі сили тяжіння. У цьому випадку в атмосфері виникає потужний вертикальний конвективний рух, який супроводжується утворенням хмар та випадінням опадів.

Радіаційно - конвективні моделі добре описують вертикальний розподіл температури в атмосфері навіть до висоти у декілька десятків кілометрів, але при цьому вони потребують введення граничного градієнта температури γ , що визначає наявність вертикальної конвекції. Зазвичай він дорівнює 6,5.

Радіаційно - конвективна модель не описує гідродинамічного руху повітря, і, отже, міжширотного переносу тепла. Однак вона добре описує радіаційні і конвективні потоки в атмосфері, які зараз є складовою частиною

найбільш детальних і точних гідродинамічних моделей клімату. Радіаційно - конвективні моделі використовуються для прогнозу добових кліматичних змін при зміні зовнішніх або внутрішніх параметрів систем, а також при антропогенних навантаженнях і катаклізмах.

36.1.4. Моделі загальної циркуляції

Основні компоненти кліматичної системи „океан – атмосфера” представляють собою рідке і газоподібне середовища, що описуються рівняннями гідродинаміки:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \nabla p - 2\Omega \times V - g, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla(pV) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho \left(E + \frac{V^2}{2} \right) + \nabla \rho V \left(H + \frac{V^2}{2} \right) = R \end{cases} \quad (36.3)$$

де Ω – кутова швидкість обертання Землі; g – прискорення сили тяжіння; V – швидкість рідини (газу); p – тиск; ρ – густина;

E – внутрішня енергія; H – ентальпія рідини (газу); R – швидкість тепловиділення.

Ці рівняння доповнюються рівнянням переносу солі в океані або вологості в атмосфері:

$$\frac{\partial(\rho q)}{\partial t} + \nabla(\rho q V) = Q, \quad (36.4)$$

де q – концентрація солі в океані або відношення змішування водяної пари в атмосфері.

У правій частині (36.3) і (36.4) R і Q позначають, відповідно, швидкість тепловиділення і швидкість утворення солі в океані або вологи в атмосфері. Система (36.3) і (36.4) замикається рівнянням стану:

$$E = E(p, \rho, q) \quad \text{і} \quad H = H(p, \rho, q),$$

тобто, відповідними краєвими і початковими умовами.

Для великомасштабних рухів, що розглядаються за тривалі проміжки часу, рівняння (36.3 - 36.4) спрощуються. Припускається, що океан або атмосфера являє собою тонку плівку на поверхні сфери, яка знаходиться в стані гідростатичної рівноваги по вертикалі. Функції R і Q в атмосфері визначаються складними фізичними процесами, що описуються рівняннями радіаційної конвективності. В океані $Q=0$. Верхній шар океану, що бере участь у короткоперіодичному (≈ 10 років) зміні клімату, має середню товщину 240 м.

Характерні часи процесів, що проходять у глибоких шарах океану досягають тисячі років. Характерні часи атмосферних процесів лежать в

інтервалі від декількох хвилин до декількох місяців. Взаємодія атмосфери і океану відіграють значну роль у формуванні клімату і його функцій.

Із усіх існуючих моделей тільки моделями загальної циркуляції описують локальний клімат і його зміни. Тільки вони здатні відтворювати стан клімату і його варіації з точністю, що наближуються до практичних вимог.

Енергобалансові моделі мають дуже велику продуктивність, але вони дають інтегральну інформацію і не можуть описати локальний клімат і його зміни.

Статистичні моделі адекватно відображають природу клімату, але вони ще недостатньо розвинуті.

Радіаційно - конвективні моделі. Вони служать прекрасним інструментом для вивчення радіаційних або фотохімічних процесів в атмосфері, але вони не орієнтовані на опис клімату приповерхневого шару повітря.

Моделі циркуляції. Найбільш детально описують поведінку всієї повітряної маси, динаміку океану і процеси, що протікають на поверхні суші, а також на границі розподілу океан – атмосфера; вони дають детальне географічне розподілення всіх метеорологічних характеристик з дуже малим кроком за часом. З точки зору просторово-часового розрішення та достовірності одержання результатів вони не мають собі рівних, однак розрахунки з використанням моделі загальної циркуляції потребують значних комп'ютерних ресурсів.

Питання для самоконтролю:

1. Які моделі є складовими кліматичної моделі ?
2. Яка роль енергобалансових моделей в дослідженні кліматичних процесів?
4. Що відтворюють статистичні моделі?
5. Для дослідження яких процесів застосовують радіаційно - конвективні моделі?
6. Для опису яких процесів застосовують моделі циркуляції?
7. Для доповнення яких глобальних екологічних процесів застосовують модель клімату?

Завдання на самопідготовку:

1. Закріпити отримані на лекції знання.
2. Підготувати доповіді та реферати за темами «Сучасні тенденції змін клімату та їх вплив на розвиток біосферних процесів», «Стохастична модель забруднення атмосфери», «Методи математико-картографічного моделювання», «Застосування ГІС в екологічних дослідженнях», «Математична теорія катастроф та її застосування для дослідження біосфери», «Сучасні теорії розвитку глобальних біосферних процесів».

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколишнього середовища: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.
2. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навч. посібник. – К.: Видав. дім. „КМ Академія”, 2002. – 203 с.
3. Богобоящий В.В., Чурбанов К.Р., Палій П.Б., Шмандій В.М. Принципи моделювання та прогнозування в екології: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2004. – 216 с.
4. Тарасова В.В. Екологічна статистика. – К.: ЦУЛ, 2008. – 392 с.
5. Гладкий А.В., Скопецький В.В. Методи числового моделювання екологічних процесів: Навч. посібник. – К.: Видав. „Політехніка”, ТОВ „Фірма „Періодика””, 2005. – 152 с.
6. Семененко М.Г. Математическое моделирование в MathCad. – М.: Альтекс-А, 2003. – 208 с.
7. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2003. – 448 с.
8. Тарасевич Ю.Ю. Информационные технологии в математике. – М.: СОЛОН-Пресс, 2003. – 144 с.
9. Белонин М.Д., Волубева В.А., Скублов Г.Т. Факторный анализ в геологии. М., Недра, 1982.
10. Боровиков В. Statistica: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. – СПб.: Питер, 2001. – 656 с.
11. Заславський Б.Г., Полуэктов Р.А. Управление экологическими системами. - М.: Наука, 1988.

12.Литвин В.А. Многокритериальная автоматизированная система моделирования эффективных атмосферноохранных отражений. – М.: Гидрометеиздат, 1988. – 228 с.

13.Моделирование биогеоценотических процессов. – М.: Наука. 1981.

14.Проблемы экологического мониторинга и моделирование экосистем. т. XI-XIII. - Л.: Гидрометеиздат, 1991.- 320 с.

15.Черняк І.О., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: Збірник задач: Навч. Посіб. – К.: Т-во “Знання”, КОО, 2001. – 199 с.

16.Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. - К.:КНЕУ, 2000. Ч.1 – 304 с. Ч.2 – 256с.