

## ПОИСК ОБЛАСТИ ЗАПРЕТА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ МАРШРУТА В УСЛОВИЯХ ГОРИСТОГО БЕЗДОРОЖЬЯ

**Ю.А. Абрамов, профессор, д.т.н., гл. научн. сотр.,  
А.А. Тарасенко, докторант, к.т.н.,  
Университет гражданской защиты Украины**

***Аннотация.** Получена модель области запрета при движении автосредства в условиях гористого бездорожья по критерию устойчивости автосредства на поверхности рельефа. Модель может найти применение при создании навигационной системы.*

***Ключевые слова:** маршрут движения, гористое бездорожье, области запрета.*

### Введение

Развитие навигационных систем (НС) и решение задачи отыскания оптимального маршрута по сети дорог требует логического продолжения в виде аналогичного решения задачи автоматизированного отыскания оптимального (в смысле некоторого критерия или множества критериев) маршрута движения автосредства (АС) в условиях гористого бездорожья.

Решение данного класса задач сопряжено с рядом ограничений, часть из которых может быть формализована в виде пространственных областей запрета, являющихся непроходимыми для данного вида транспортного средства. В случае холмистого либо горного рельефа одним из видов пространственных областей запрета являются области с крутизной склона, превышающей некоторый уровень, допустимый для данного транспортного средства с точки зрения его устойчивости на склоне. Соответственно, решение задачи о нахождении оптимального маршрута должно учитывать данный вид ограничений.

### Анализ публикаций

Традиционное описание поверхности рельефа использует триангуляционный алгоритм [1], предполагающий постоянные значений крутизны на элементарных триангуляцион-

ных полигонах, что исключает возможность аналитического нахождения границы области запрета.

### Цель и постановка задачи

Целью работы является получение границ области запрета при движении транспортного средства в условиях гористого бездорожья, когда поверхность рельефа задается аналитической функцией.

Введем декартову систему координат  $XOY$  и на ориентированной вдоль осей прямоугольной ограниченной области  $\Omega$  с границами  $x_{\min\Omega} = \inf_{x \in \Omega} x$ ;  $x_{\max\Omega} = \sup_{x \in \Omega} x$ ;  $y_{\min\Omega} = \inf_{y \in \Omega} y$ ;  $y_{\max\Omega} = \sup_{y \in \Omega} y$  зададим поверхность рельефа  $Z(x; y)$  в виде [2]

$$Z(x, y) = \sum_{s=0}^{S-1} \sum_{t=0}^{T-1} Z_{st}(x, y) \times (\eta(x - x_s) - \eta(x - x_{s+1})) \times (\eta(y - y_t) - \eta(y - y_{t+1})), \quad (1)$$

где  $\eta(x)$ ,  $\eta(y)$  – функции Хэвисайда;  $S$ ,  $T$  – количество узлов интерполяции по абсциссе и ординате;  $x_s$ ,  $y_t$  – значения абсциссы и ординаты векторизированных линий уровня в узлах регулярной ортогональной решетки ( $s = 0 \dots S$ ;  $t = 0 \dots T$ );  $Z_{st}(x, y)$  – бикубические сплайны

$$Z_{st}(x, y) = \sum_{u=1}^4 \sum_{v=1}^4 a_{uv}^{st} (x - x_s)^{v-1} (y - y_t)^{u-1}, \quad (2)$$

коэффициенты которых  $a_{uv}^{st}$  получены из условий гладкой сшивки  $Z_{st}(x, y)$  с использованием метода Кунса.

Множество точек области  $\Omega$ , через которые не может пролегать маршрут движения по критерию устойчивости АС (превышения крутизной рельефа допустимого для данного АС уровня), образуют область запрета  $\Theta$  ( $\Theta \subseteq \Omega$ ). Допустимая область  $\Xi \subseteq \Omega$  является дополнением  $\Theta$ , т.е.  $\Xi \cup \Theta = \Omega$ . Области  $\Theta$  и  $\Xi$  могут быть односвязными, многосвязными или вообще несвязными. В последнем случае области распадаются на множества подобластей  $\Theta_i$  и  $\Xi_j$ , таких что

$$\bigcup_{i=1}^I \Theta_i = \Theta \quad \text{и} \quad \bigcup_{j=1}^J \Xi_j = \Xi.$$

Очевидно, что возможность прокладки маршрута  $L_{AB}$  из произвольной точки  $A$  в точку  $B$  внутри области  $\Xi$  так, что  $L_{AB} \not\subset \Theta$ , существует лишь в случае связности области  $\Xi$ . Определение границ области  $\Xi$  зависит от формы рельефа  $Z(x, y)$  и параметров АС.

При построении модели границы области запрета введем допущение: будем рассматривать задачу в детерминированной постановке, т.е. случайные некартографируемые микронеоднородности рельефа не принимаются во внимание.

Необходимо в данных допущениях получить описание границы области запрета.

### Поиск области запрета

Введем критическое значение  $\alpha_k$  для величины уклона местности  $Z(x, y)$ , подразумеваемая под ним такое значение склона, которое не приводит к опрокидыванию АС. Очевидно, что для различных видов АС данная величина будет принимать различные значения, определяемые местоположением центра тяжести по отношению к конфигурации его колесной базы. Устойчивость АС (в силу его формы) определяется также его ориентацией относительно градиента склона – при ориентации вдоль склона она выше, перпендику-

лярно ему – ниже. Два данных значения величины склона обозначим как  $\alpha_{k\parallel}$  и  $\alpha_{k\perp}$ . В силу того, что  $\alpha_{k\parallel} < \alpha_{k\perp}$ , можно говорить о запретах строгом ( $\alpha \geq \alpha_{k\perp}$ ), когда любое положение АС приводит к его опрокидыванию, и нестрогом ( $\alpha_{k\parallel} \leq \alpha < \alpha_{k\perp}$ ), когда возможна ориентация АС вдоль склона, но невозможна параллельно ему. Поэтому можно отдельно рассматривать отыскание областей строгого и нестроного запретов.

Аналитичность функции  $Z(x, y)$  позволяет найти крутизну поверхности склона  $\alpha(x, y; \varphi)$  (рад) в любой его точке  $(x, y)$  и в любом азимутальном направлении  $\varphi \in [0; 2\pi]$  ( $\varphi$  откладывается от положительного направления оси  $OX$ )

$$\begin{aligned} \alpha(x, y; \varphi) &= \\ &= \arctan \left( \frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \cos \varphi + \frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \sin \varphi; 1 \right). \end{aligned} \quad (3)$$

В случае, когда траектория маршрута заранее намечена, можно, пользуясь (3), определить крутизну склона в касательном направлении к траектории и перпендикулярно ей.

Очевидно, что в точке  $(x, y)$  в направлении  $\psi$  градиента  $Z(x, y)$  крутизна  $\alpha(x, y; \psi)$  будет принимать максимальное значение  $\alpha(x, y; \psi) = \alpha_{\max}(x, y)$ . Данное направление можно найти как

$$\psi(x, y) = \arctan \left( \frac{\partial Z(x, y)}{\partial y}; \frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \right). \quad (4)$$

Подставляя (4) в качестве  $\varphi$  в (3), найдем данную максимальную крутизну

$$\begin{aligned} \alpha_{\max}(x, y) &= \\ &= \arctan \left( \sqrt{\left( \frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \right)^2}; 1 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Границу допустимой области  $\Xi$  найдем, приравнявая

$$\alpha_{\max}(x, y) = \alpha_k, \quad (6)$$

что эквивалентно разрешению уравнения

$$\left(\frac{\partial Z(x; y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z(x; y)}{\partial y}\right)^2 = \text{tg}^2 \alpha_k \quad (7)$$

относительно  $y = y(x)$ . Поскольку такое решение для функции (2) не может быть получено аналитически (уравнение (7) – уравнение шестого порядка), то возможно численное его решение с последующей интерполяцией полученных данных.

Существует и другая техническая возможность получения границ областей запрета – в виде векторных графических объектов – массивов  $A_i$  вершин полилиний, допускающих как линейную, так и гладкую кубическую интерполяцию. Границы областей  $\Xi_j$  в таком виде могут быть получены как результат сечения поверхности  $\alpha_{\max}(x; y)$  плоскостями, задаваемыми значениями аппликат, равными  $\alpha_k = \alpha_{ki} (i=1 \dots I)$  в каком-либо графическом редакторе

$$A_i = \begin{bmatrix} [[x_{11}^i; y_{11}^i], \dots, [x_{1N_1}^i; y_{1N_1}^i]] \\ [[x_{21}^i; y_{21}^i], \dots, [x_{2N_2}^i; y_{2N_2}^i]] \\ \dots \\ [[x_{j-1,1}^i; y_{j-1,1}^i], \dots, [x_{j-1, N_{j-1}}^i; y_{j-1, N_{j-1}}^i]] \\ [[x_{j1}^i; y_{j1}^i], \dots, [x_{jN_j}^i; y_{jN_j}^i]] \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $[x_{jn}^i; y_{jn}^i]$ ,  $(n=1 \dots N_j, j=1 \dots J)$  – координата  $n$ -ой точки  $j$ -ой полилинии при  $i$ -ом значении  $\alpha_{ki}$ ;  $J$  – количество полилиний (областей  $\Xi_j$ );  $N_j$  – количество точек в  $j$ -ой полилинии.

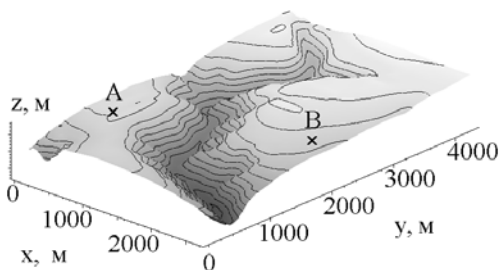


Рис. 1. Поверхность рельефа  $Z(x; y)$

В качестве иллюстрации предложенной модели рассмотрим нахождение границ областей запрета для реального рельефа. На рис. 1 представлен график поверхности рельефа, полученной в виде (1) – (2).

Задавая различный уровень значений  $\alpha_k$ , получены границы области запрета для движения различных видов АС в виде сечений поверхности  $\alpha_{\max}(x; y)$ .

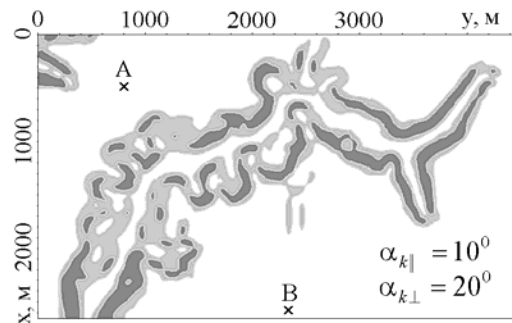


Рис. 2. Области запрета для данного рельефа: ■ – область строгого запрета; □ – область нестрогого запрета; □ – область безопасного проезда

Из анализа сечений (рис. 2) видно, что имеется несколько возможных проходов по нестрогой области запрета.

## Выводы

Задавая уровень  $\alpha_k$  (что равнозначно выбору того или иного транспортного средства) для данного вида рельефа  $Z(x; y)$ , можно получать различные варианты области запрета для движения автосредства в условиях гористого бездорожья и в дальнейшем решать вариационную задачу прокладки оптимального маршрута с учетом прочих видов ограничений.

## Литература

1. Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Представление рельефа земной поверхности в геоинформационных системах // Геоинформатика-2000: Труды МНПК. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. – С. 110 – 118.
2. Абрамов Ю.А., Тарасенко А.А. Формирование априорной информации для системы ликвидации последствий чрезвычайной ситуации // Проблемы надзвичайних ситуацій: Зб. наук. пр. УЦЗ України. – Харків: УЦЗУ, 2007. – Вип. 6. – С. 11 – 22.

Рецензент: О.П. Алексеев, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 23 декабря 2008 г.