

*Калиновський А.Я., канд. техн. наук, нач. каф., НУЦЗУ,  
Лагутін В.Л., нач. курсу, НУЦЗУ,  
Ларін О.М., д-р техн. наук, проф., НУЦЗУ,  
Чернобай Г.О., канд. техн. наук, доц., НУЦЗУ*

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОСТОРОВИХ КОЛИВАНЬ ВІЗКА ДЛЯ ТРАНСПОРТУВАННЯ НЕБЕЗПЕЧНИХ ВАНТАЖІВ ІЗ ПНЕВМАТИЧНИМ ПІДВІШУВАННЯМ ДРУГОЇ СТУПЕНІ**

(представлено д-ром техн. наук Прохачем Е.Ю.)

Розглядається побудова математичної моделі просторових коливань візка для транспортування небезпечних вантажів, який має ресорне підвішування із застосуванням пневмо-елементів в другій ступені

**Ключові слова:** система ресорного підвішування, пневматичний пружний елемент, вертикальні коливання

**Постановка проблеми.** Для транспортування небезпечних, зокрема, вибухонебезпечних вантажів від місця знаходження до пункту утилізації розроблена конструкція спеціального візка [1], ресорне підвішування якого має характеристики, що задовольняють умовам безпечного транспортування, а відсутність двигуна і трансмісії обумовлює просту і надійну конструкцію (рис. 1).

Головною особливістю конструкції візка є застосування, на відміну від традиційного для автомобілебудування одноступеневого ресорного підвішування, додаткової другої ступені [2-4], динамічні характеристики якої забезпечують умови безпечного транспортування.

Деякі особливості роботи цієї конструкції [5] в умовах реальної експлуатації, що можуть суттєво ускладнити підготовку до транспортування небезпечних вантажів, вирішуються застосуванням однофрових герметичних пневматичних пружних елементів [6] в опорних точках вантажної платформи, а запропонована поворотна платформа кріплення першої осі значно підвищує ходові якості візка, особливо на кривих ділянках доріг.

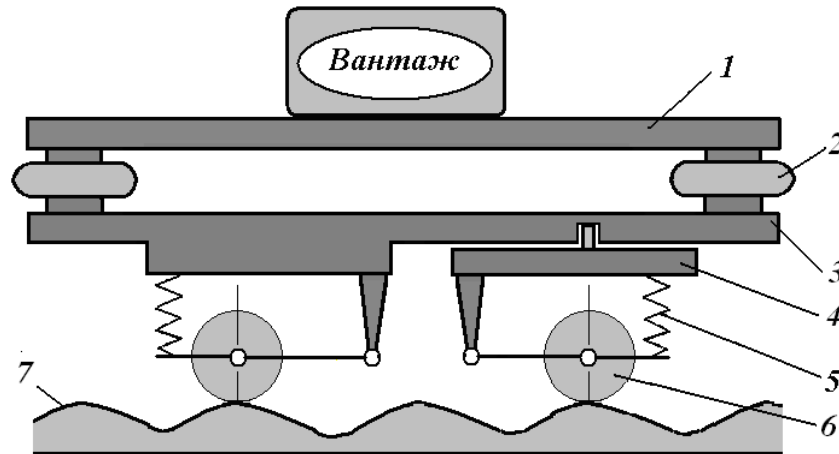


Рис. 1 – Схема конструкції транспортного засобу для перевезення небезпечних вантажів. 1 – вантажна платформа, 2 – пневматична однофрива оболонка, 3 – опорна платформа, 4 – поворотна платформа, 5 – пружні елементи першої ступені підвішування, 6 – колеса візка, 7 – профіль дороги

Визначення необхідних параметрів запропонованого ресорного підвішування, від яких суттєво залежать його динамічні властивості, має бути забезпечено розрахунками на математичній моделі просторових коливань запропонованої конструкції.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Загально-теоретичні основи складання математичних моделей та методи розрахунку систем ресорного підвішування сучасних транспортних засобів викладені в роботах [7-10], а побудова математичних моделей візка для транспортування небезпечних вантажів з різними конструкціями пружних елементів в другій ступені в роботах [11-12].

Розрахунок термодинамічних процесів при проектуванні пневматичних трактів системи ресорного підвішування, базується на теорії «наповнення–спорожнення» та квазістаціонарному методі визначення параметрів стану повітря, що викладені в роботах [13-16].

Аналіз наведених джерел показав доцільність застосування вказаних методів для визначення характеристик запропонованої конструкції.

**Постановка завдання та його вирішення.** Задача визначення оптимальних параметрів конструкції візка та його динамічних властивостей має бути вирішена побудовою мате-

матичної моделі та відповідних розрахунків. Маючи на увазі, що коливання, які спричинені вертикальними нерівностями дороги мають основний вплив на динамічні властивості транспортної системи доцільно провести їх розрахунок на просторовій моделі (рис. 2).

Для побудови відповідної математичної моделі візок розглядається як система шести пружно пов'язаних твердих тіл:

- колеса візка, масу яких позначимо  $M_{01}, M_{02}, M_{03}, M_{04}$ ;
- опорна платформа разом із приведених до неї частинами маси другої та першої ступені ресорного підвішування, масу яких позначимо  $M_1$ ;
- вантажна платформа разом із вантажем і приведеною до неї частиною маси другої ступені ресорного підвішування, масу яких позначимо  $M_2$ .

Аналіз результатів попередніх досліджень [17] свідчить про недоцільність застосування коректорів жорсткості у другій ступені підвішування з пневморесорами внаслідок незначного діапазону амплітуд коливань із квазінульовою жорсткістю.

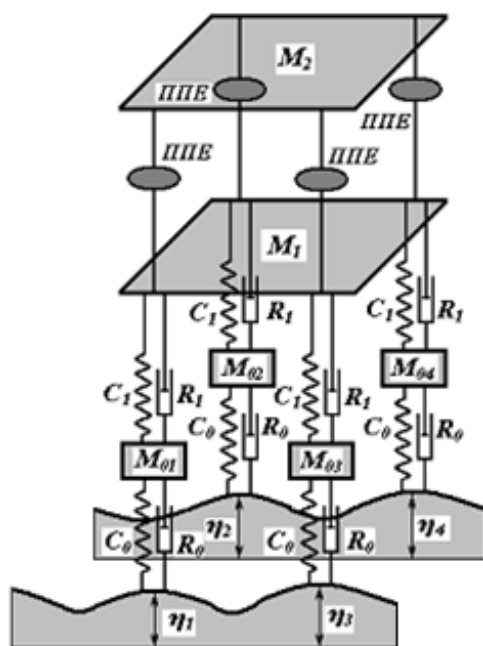


Рис. 2 – Просторова механічна модель візка.  $M_2$  – маса вантажної платформи, ППЕ – пневматичний пружний елемент другої ступені,  $M_1$  – маса опорної платформи,  $C_1$  – жорсткість торсіонів першої ступені підвішування,  $R_1$  – в'язке тертя в першій ступені підвішування,  $M_0$  – маса коліс візка,  $C_0$  – жорсткість шин,  $R_0$  – в'язке тертя в шинах,  $\eta$  – профіль дороги

При складанні математичної моделі використовуємо абсолютну і локальні системи координат (рис. 3).

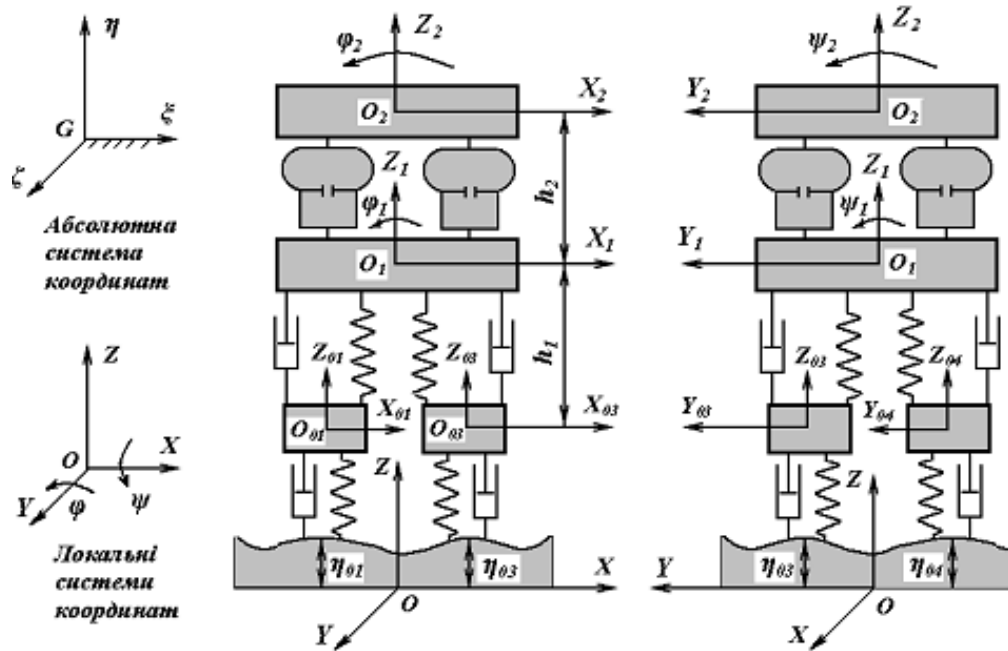


Рис. 3 – Абсолютна і локальні системи координат

Нерухома абсолютна система координат  $G\xi\zeta\eta$  розташована на початку траєкторії, де знаходився центр мас вантажної платформи при відсутності вимушеного руху.

Локальні системи координат  $OXYZ$  (з індексами) пов'язані з центрами мас відповідних твердих тіл, відповідають їх коливанням відносно положень статичної рівноваги і рухаються відносно абсолютної системи координат  $G\xi\zeta\eta$  з постійною швидкістю  $V$ .

Виходячи з результатів попередніх експериментів для подальшого аналізу вимушених коливань досліджуваної моделі, визначення необхідних конструктивних параметрів запропонованого ресорного підвішування та розрахунку динамічних характеристик візка доцільно обмежити математичну модель рівняннями, в які включені наступні узагальнені координати:

- вертикальне переміщення центру мас вантажної платформи  $-Z_2$ ;
- кут повороту вантажної платформи в поздовжній площині  $-\varphi_2$ ;

- кут повороту вантажної платформи в поперечній площині –  $\psi_2$ ;
- вертикальне переміщення центру мас опорної платформи –  $Z_1$ ;
- кут повороту опорної платформи в поздовжній площині –  $\varphi_1$ ;
- кут повороту опорної платформи в поперечній площині –  $\psi_1$ ;
- вертикальні переміщення центрів мас коліс візка –  $Z_{01}, Z_{02}, Z_{03}, Z_{04}$ .

Поздовжній рух системи визначається рівнянням

$$X_{01} = X_{02} = X_{03} = X_{04} = X_1 = X_2 = X = Vt, \quad (1)$$

де  $V$  – швидкість руху,  $t$  – час.

Зважаючи на значно більшу у порівнянні із гумовими шинами жорсткість поверхні дороги в якості збудника вимушених коливань візка приймаємо абсолютно жорсткій геометричний профіль заданої конфігурації  $\eta = \eta(\xi)$ .

Жорсткість шин позначимо  $C_0$ .

В першій ступені ресорного підвішування запропонованого транспортного засобу прийнята традиційна для автомобілебудування незалежна торсіонна підвіска кожного із чотирьох коліс візка. Жорсткість торсіонів позначимо  $C_1$ .

Другу ступінь ресорного підвішування, яка складається із чотирьох пружних пневмоелементів, моделюємо із використанням результатів досліджень, викладених раніше в роботах [18-20].

Аналіз конструктивних особливостей другої ступені ресорного підвішування показав, що об'єм повітряного трубопроводу значно менше ніж інших складових пневмосистеми, що дозволяє виключити його із математичної моделі процесу [16].

З урахуванням вищенаведеного, диференціальні рівняння коливальних процесів, що супроводжують поздовжній рух візка складаються відносно положень статичної рівноваги відповідних мас із використанням загальних положень динаміки.

Для складання математичної моделі застосовуються наступні групи рівнянь:

- рівняння кінетостатики для елементів механічної системи;

– отримані аналітично або експериментально характеристики пружних елементів, які визначають сили взаємодії між частинами механічної системи;

– отримані аналітично або експериментально дисипативні характеристики ресорного підвішування, які визначають розсіювання енергії при взаємодії елементів механічної системи;

– геометричні залежності, які визначають положення, відносні переміщення та швидкості відносних переміщень елементів механічної системи;

– термодинамічні рівняння, які визначають процеси в системі пневматичного ресорного підвішування.

Сили, які діють на складові елементи механічної моделі візка наведено на рисунку 4.

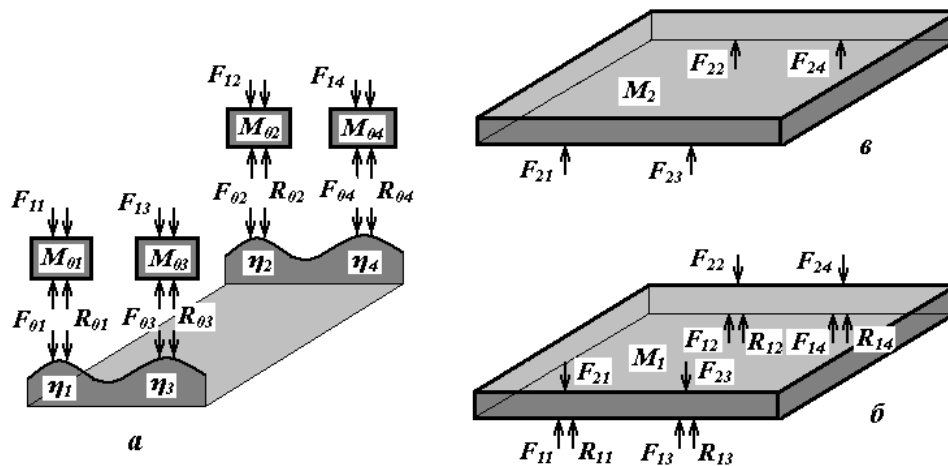


Рис. 4 – Сили, які діють на складові елементи механічної моделі візка. а – дорога і колеса візка, б – опорна платформа, в – вантажна платформа,  $M_{01}=M_{02}=M_{03}=M_{04}=M_0$  – маса коліс візка,  $F_{01}, F_{02}, F_{03}, F_{04}$  – сили пружності шин,  $R_{01}, R_{02}, R_{03}, R_{04}$  – дисипативні сили в шинах,  $M_1$  – маса опорної платформи,  $F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14}$  – сили пружності в першій ступені підвішування,  $R_{11}, R_{12}, R_{13}, R_{14}$  – дисипативні сили в першій ступені підвішування,  $M_2$  – маса вантажної платформи,  $F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{24}$  – сили в пневмоелементах другої ступені підвішування,  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$  – профіль дороги

Пружні сили  $-F_{01}, F_{02}, F_{03}, F_{04}$ , які діють в шинах візка дорівнюють

$$F_{01} = C_0 \Delta_{01}, F_{02} = C_0 \Delta_{02}, F_{03} = C_0 \Delta_{03}, F_{04} = C_0 \Delta_{04}, \quad (2)$$

Математична модель просторових коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із пневматичним підвішуванням другої ступені

де  $\Delta_{01}, \Delta_{02}, \Delta_{03}, \Delta_{04}$  – деформації шин становлять

$$\Delta_{01} = \eta_1 - Z_{01}, \Delta_{02} = \eta_2 - Z_{02}, \Delta_{03} = \eta_3 - Z_{03}, \Delta_{04} = \eta_4 - Z_{04}, \quad (3)$$

де  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$  – висота нерівності (профілю) дороги під відповідним колесом.

Пружні сили  $-F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{14}$ , які діють в торсіонах першої ступені підвішування дорівнюють

$$F_{11} = C_1 \Delta_{11}, F_{12} = C_1 \Delta_{12}, F_{13} = C_1 \Delta_{13}, F_{14} = C_1 \Delta_{14}, \quad (4)$$

де  $\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}, \Delta_{14}$  – приведені до колеса деформації пружних елементів (торсіонів) становлять

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= Z_{01} - Z_1 + \phi_1 a + \psi_1 b, & \Delta_{12} &= Z_{02} - Z_1 + \phi_1 a - \psi_1 b, \\ \Delta_{13} &= Z_{03} - Z_1 - \phi_1 a + \psi_1 b, & \Delta_{14} &= Z_{04} - Z_1 + \phi_1 a - \psi_1 b, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $2a$  – база візка, тобто відстань між його колесами у поздовжньому (вісь  $X$ ) напрямку,  $2b$  – відстань між колесами візка у поперечному (вісь  $Y$ ) напрямку.

Пружні сили  $F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{24}$  другої ступені підвішування визначаються характеристиками пневматичних елементів, їх деформаціями (рис. 5) та тиском повітря.

Ці сили дорівнюють

$$F_{21} = P_{\Pi 1} S_{\Pi 1}, F_{22} = P_{\Pi 2} S_{\Pi 2}, F_{23} = P_{\Pi 3} S_{\Pi 3}, F_{24} = P_{\Pi 4} S_{\Pi 4}, \quad (6)$$

де  $P_{\Pi 1}, P_{\Pi 2}, P_{\Pi 3}, P_{\Pi 4}$  – надлишковий тиск, що обумовлений термодинамічними процесами у пневматичних оболонках і визначається рішенням відповідних рівнянь,  $S_{\Pi 1}, S_{\Pi 2}, S_{\Pi 3}, S_{\Pi 4}$  – ефективна площа пневматичних оболонок, що залежить від їх робочої висоти, визначається експериментально і вводиться в рівняння математичної моделі геометричними залежностями

$$S_{\Pi 1} = f(\Delta_{21}), S_{\Pi 2} = f(\Delta_{22}), S_{\Pi 3} = f(\Delta_{23}), S_{\Pi 4} = f(\Delta_{24}). \quad (7)$$

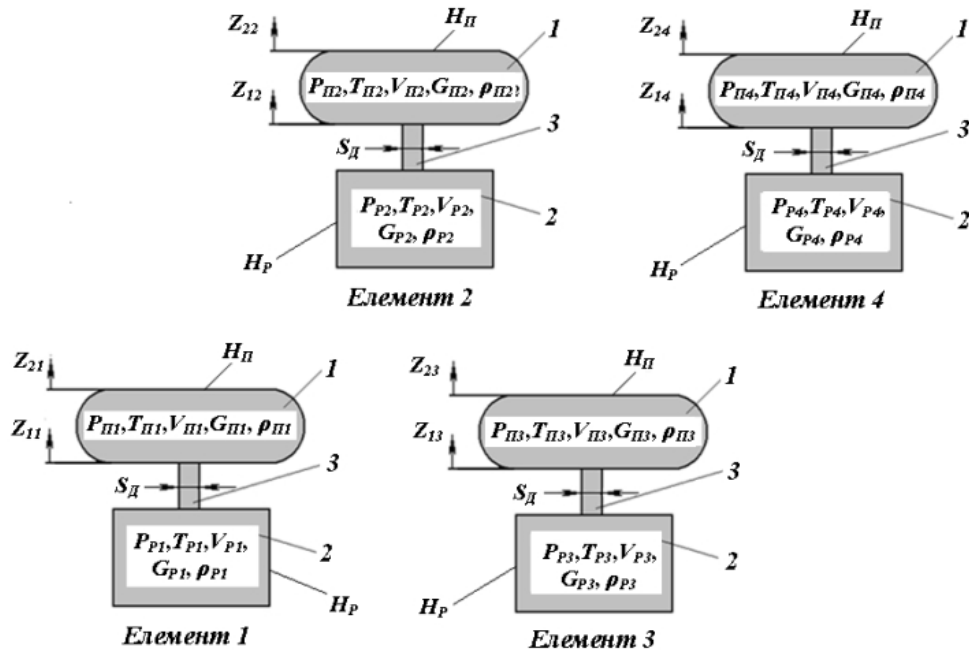


Рис. 5 – Розрахункова схема пневматичних елементів другої ступені підвішування. 1 – гумовокордна оболонка, 2 – додатковий резервуар, 3 – дросельна шайба,  $S_d$  – площа отвору дросельної шайби,  $H_{П}$  – площа поверхні гумовокордної оболонки,  $H_{Р}$  – площа поверхні додаткового резервуару

Деформації пневморесор –  $\Delta_{21}, \Delta_{22}, \Delta_{23}, \Delta_{24}$  становлять

$$\begin{aligned}
 \Delta_{21} &= Z_{11} - Z_{21} = Z_1 - Z_2 - \phi_1 l + \phi_2 l - \psi_1 f + \psi_2 f, \\
 \Delta_{22} &= Z_{12} - Z_{22} = Z_1 - Z_2 - \phi_1 l + \phi_2 l + \psi_1 f - \psi_2 f, \\
 \Delta_{23} &= Z_{13} - Z_{23} = Z_1 - Z_2 + \phi_1 l - \phi_2 l - \psi_1 f + \psi_2 f, \\
 \Delta_{24} &= Z_{14} - Z_{24} = Z_1 - Z_2 + \phi_1 l - \phi_2 l + \psi_1 f - \psi_2 f,
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

де:  $2l$  – відстань між пневмоелементами другої ступені ресорного підвішування візка у поздовжньому (вісь  $X$ ) напрямку,  $2f$  – відстань між пневмоелементами другої ступені ресорного підвішування візка у поперечному (вісь  $Y$ ) напрямку.

Дисипативні сили в шинах моделюються в'язким тертям, що пропорційне їх відносній швидкості

$$R_{01} = k_0 \dot{\Delta}_{01}, \quad R_{02} = k_0 \dot{\Delta}_{02}, \quad R_{03} = k_0 \dot{\Delta}_{03}, \quad R_{04} = k_0 \dot{\Delta}_{04},
 \tag{9}$$

де:  $k_0$  – коефіцієнт в'язкого тертя в шинах,  $\dot{\Delta}_{01}, \dot{\Delta}_{02}, \dot{\Delta}_{03}, \dot{\Delta}_{04}$  – відповідні відносні швидкості



$$\dot{\Delta}_{01} = \dot{\eta}_1 - \dot{Z}_{01}, \quad \dot{\Delta}_{02} = \dot{\eta}_2 - \dot{Z}_{02}, \quad \dot{\Delta}_{03} = \dot{\eta}_3 - \dot{Z}_{03}, \quad \dot{\Delta}_{04} = \dot{\eta}_4 - \dot{Z}_{04}. \quad (10)$$

Дисипативні сили в першій ступені підвішування моделюються в'язким тертям, що пропорційне відноській швидкості відповідних елементів

$$R_{11} = k_1 \dot{\Delta}_{11}, \quad R_{12} = k_1 \dot{\Delta}_{12}, \quad R_{13} = k_1 \dot{\Delta}_{13}, \quad R_{14} = k_1 \dot{\Delta}_{14}, \quad (11)$$

де  $k_1$  – коефіцієнт в'язкого тертя в першій ступені,  $\dot{\Delta}_{11}, \dot{\Delta}_{12}, \dot{\Delta}_{13}, \dot{\Delta}_{14}$  – відповідні відносні швидкості

$$\begin{aligned} \dot{\Delta}_{11} &= \dot{Z}_{01} - \dot{Z}_1 + \dot{\phi}_1 a + \dot{\psi}_1 b, & \dot{\Delta}_{12} &= \dot{Z}_{02} - \dot{Z}_1 + \dot{\phi}_1 a - \dot{\psi}_1 b, \\ \dot{\Delta}_{13} &= \dot{Z}_{03} - \dot{Z}_1 - \dot{\phi}_1 a + \dot{\psi}_1 b, & \dot{\Delta}_{14} &= \dot{Z}_{04} - \dot{Z}_1 + \dot{\phi}_1 a - \dot{\psi}_1 b. \end{aligned} \quad (12)$$

Дисипативні сили в пневматичних елементах другої ступені підвішування визначаються розсіюванням енергії при перетіканні повітря із одного об'єму в іншій через дросельну шайбу з визначеною площею отвору  $S_d$  і враховуються у відповідних термодинамічних рівняннях.

Диференційні рівняння коливальних процесів руху візка складаються з урахуванням вищенаведеного згідно з розподілом пружних та дисипативних сил в шестимасовій моделі (рис. 4).

Для коліс візка

$$M_0 \ddot{Z}_{01} = F_{01} - F_{11} + R_{01} - R_{11}, \quad (13)$$

$$M_0 \ddot{Z}_{02} = F_{02} - F_{12} + R_{02} - R_{12}, \quad (14)$$

$$M_0 \ddot{Z}_{03} = F_{03} - F_{13} + R_{03} - R_{13}, \quad (15)$$

$$M_0 \ddot{Z}_{04} = F_{04} - F_{14} + R_{04} - R_{14}. \quad (16)$$

Для опорної платформи

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{Z}_1 &= F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + R_{11} + R_{12} + R_{13} + \\ &+ R_{14} - F_{21} - F_{22} - F_{23} - F_{24}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$I_{1Y}\ddot{\phi}_1 = -F_{11}a - F_{12}a + F_{13}a + F_{14}a - R_{11}a - R_{12}a + \\ + R_{13}a + R_{14}a + F_{21}l + F_{22}l - F_{23}l - F_{24}l, \quad (18)$$

$$I_{1X}\ddot{\psi}_1 = -F_{11}b + F_{12}b - F_{13}b + F_{14}b - R_{11}b + R_{12}b - \\ - R_{13}b + R_{14}b + F_{21}f - F_{22}f + F_{23}f - F_{24}f, \quad (19)$$

де  $I_{1X}, I_{1Y}$  – приведені моменти інерції опорної платформи відносно, відповідно, осей  $X$  та  $Y$ .

Для вантажної платформи

$$M_2\ddot{Z}_2 = F_{21} + F_{22} + F_{23} + F_{24} - M_2g, \quad (20)$$

$$I_{2Y}\ddot{\phi}_2 = -F_{21}l - F_{22}l + F_{23}l + F_{24}l, \quad (21)$$

$$I_{2X}\ddot{\psi}_2 = -F_{21}f + F_{22}f - F_{23}f + F_{24}f, \quad (22)$$

де  $I_{2X}, I_{2Y}$  – приведені моменти інерції вантажної платформи відносно, відповідно, осей  $X$  та  $Y$ .

При складанні математичної моделі термодинамічних процесів в пневматичному ресорному підвішуванні використовуються результати раніше виконаних робот [17], відповідно до яких стан повітря в об'ємів чотирьох елементів системи, характеризується наступними параметрами:  $P$  – тиск,  $T$  – температура,  $G$  – маса,  $V$  – об'єм,  $\rho$  – щільність,  $C_p$  – теплоємність повітря в процесі  $P$ – const,  $C_v$  – теплоємність повітря в процесі  $V$ – const,  $R$  – газова постійна.

Додаткові геометричні параметри пневмосистеми:  $H_{II}$  – площа поверхні гумової оболонки,  $H_P$  – площа поверхні додаткового резервуару,  $S_d$  – площа отвору дросельної шайби.

Математична модель термодинамічних процесів при такті стиску  $i$ -тої пневморесори ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) при якому тиск в ній більший ніж у додатковому резервуарі, тобто при  $P_{Pi} > P_{Pi}$ , визначається наступною системою рівнянь.

*Пневморесора*

Кількість повітря, що перетікає через дросельну шайбу із пневморесори в додатковий резервуар

$$dG_{Pi} \cong -\mu S_d \sqrt{2\rho_{Pi}(P_{Pi} - P_{Pi})} dt, \quad (23)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт витікання повітря.

Закон зберігання енергії

$$RT_{II} dG_{II} - k_{II} H_{II} (T_{II} - T_0) dt - C_V G_{II} dT_{II} - P_{II} dV_{II} = 0, \quad (24)$$

де  $k_{II}$  – коефіцієнт теплопередачі матеріалу пневмооболонки.

Рівняння стану повітря

$$P_{II} dV_{II} + V_{II} dP_{II} - RT_{II} dG_{II} - RG_{II} dT_{II} = 0. \quad (25)$$

Внутрішній об'єм пневматичної оболонки, що залежить від її робочої висоти, визначається експериментально і вводиться в рівняння математичної моделі геометричною залежністю

$$V_{II} = f(\Delta_{2i}), \quad (26)$$

яка дає змогу на кожному кроці рішення диференціальних рівнянь математичної моделі визначати  $dV_{II}$ .

*Додатковий резервуар*

Зазначимо, що для додаткового резервуару при  $V_{Pi} = \text{const}$ ,  $dV_{Pi} = 0$ .

Рівняння масового балансу

$$dG_{II} + dG_{Pi} = 0, \text{ або } dG_{Pi} = -dG_{II}. \quad (27)$$

Закон зберігання енергії

$$C_V T_{Pi} dG_{II} - C_V T_{II} dG_{II} - RT_{II} dG_{II} - k_P H_P (T_{Pi} - T_0) dt - C_V G_{Pi} dT_{Pi} = 0, \quad (28)$$

де  $k_P$  – коефіцієнт теплопередачі матеріалу додаткового резервуару.

Рівняння стану повітря

$$V_{Pi} dP_{Pi} + RT_{Pi} dG_{II} - RG_{Pi} dT_{Pi} = 0. \quad (29)$$

Аналогічно, (з урахуванням відповідної зміни знаків та напрямку перетікання повітря) будуються рівняння, що ви-

значають такт розширення пневморесори при якому тиск в ній менший ніж у додатковому резервуарі, тобто при  $P_{Pi} < P_{Pi}$ .

**Висновки.** Наведена вище математична модель просторових коливань візка для транспортування небезпечних вантажів, який має двоступеневе ресорне підвішування підвищеної якості, складається із системи силових (2, 4, 6, 9, 11), геометричних (3, 5, 7, 8, 10, 12, 27) механічних (13–22), та термодинамічних (23–29) рівнянь, що визначають параметри вимушеного руху цієї системи в процесі коливань, котрі спричиняються геометричними нерівностями абсолютно жорсткого профілю дороги заданої конфігурації  $\eta = \eta(\xi)$ .

## ЛІТЕРАТУРА

1. До питання вибору конструкції другої ступені ресорного підвішування несамохідного візка для транспортування небезпечних вантажів / Ларін О.М., Калиновський А.Я., Соколовський С.А., Чернобай Г.О. // Наук. вісник Українського науково-дослідного інституту пожежної безпеки. / Науковий журнал №1 (25), 2012 – Київ, 2012. – С. 165 – 167.
2. Алабужев П.М. и др. Виброзащитные системы с квазииндулевой жесткостью. –Л.: Машиностроение, 1986. 96 с.
3. Зайцев А.А., Радин С.Ю., Сливинский Е.В. Перспективный амортизатор для АТС // Автомобильная промышленность. Машиностроение. – 2007, №9 – С. 26–28.
4. Рыков А. А., Юрьев Г.С. Синтез упруго демпфирующих характеристик нелинейной виброзащитной системы // Материалы Сибирской научно-технической конференции «Наука. Промышленность. Оборона». – Новосибирск, 2002. С. 37 – 41.
5. Лагутин В.Л. Некоторые особенности работы второй ступени ресорного подвешивания несамоходной тележки для транспортировки опасных грузов / Лагутин В.Л. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Science. Vol. 8. 2013 – Budapest: С. 110 – 112.
6. Илюшкин С.Н., Почтарь Д.Ю., Адашевский В.М., Чернобай Г.А. Тепловозы узкой колеи с пневматическим ресорным подвешиванием. – ВНИПИЭИлеспром, 1983, вып. 13, С. 9 – 10.

7. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
8. Гуляев В.И. и др. Прикладные задачи теории нелинейных колебательных систем. М.: Высшая школа, 1989. – 383 с.
9. Лазарян В.А. Некоторые современные проблемы динамики транспортных средств. В кн.: Нагруженность, прочность, устойчивость движения механических систем. – К.: Наук. думка, 1980. С. 3 – 43.
10. Силаев А.А. Спектральная теория подрессоривания транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1972. – 192 с.
11. Механічна модель візка для транспортування небезпечних вантажів / Соколов Д.М., Соколовський С.А., Чернобай Г.О. // Вісті Автомобільно–дорожнього інституту: науково–виробничий збірник /АДІ ДонНТУ. – Горлівка, 2012. – № 1(14). – С. 91 – 94.
12. Побудова математичної моделі просторових коливань візка для транспортування небезпечних вантажів / Чернобай Г.О., Ларін О.М., Баркалов В.Г. //Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 135/2012. Серія Машиноприладобудування та транспорт. – Севастополь, 2012 – С. 105 – 109.
13. Герц Е.В. Пневматические приводы. – М.: Машиностроение, 1969. – 359 с.
14. Куценко С.М. Пневматическое рессорное подвешивание тепловозов. – Харьков: Вища школа, 1978. – 97 с.
15. Кирпичников В.Г., Адашевский В.М. Применение квазистационарного метода при исследовании термодинамических процессов в системе пневмоподвешивания локомотивов. – Весник ХПИ. – Харьков, 1977. №134, С. 3-5.
16. Калиновський А.Я. Використання квазістаціонарного методу для розрахунків пневматичної системи другої ступені ресорного підвішування несамохідного візка для транспортування вибухонебезпечних вантажів / Калиновський А.Я., Ларін О.М., Чернобай Г.О. // Матеріали VI міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні технології та перспективи розвитку автомобільного транспорту», 21–23 жовтня 2013 року : Збірник наукових праць. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – С. 188-189.
17. Калиновський А.Я. До питання визначення конструктивних параметрів пневматичних пружних елементів другої ступені ресорного підвішування візка для транспортуван-

- ня небезпечних вантажів / Калиновський А.Я., Лагутін В.Л., Ларін О.М., Цюлковський В.І., Чернобай Г.А. // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – 2013. – Ч. 2, № 15 (204). – С. 200-203
18. Калиновський А.Я. Побудова математичної моделі вертикальних одновісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням пневматичних елементів в другій ступені підвішування / Калиновський А.Я., Ларін О.М., Ущипівський І.Л., Чернобай Г.О. // Проблеми надзвичайних ситуацій. – Харків: НУЦЗУ, 2013. – Вип. 17. С. 58 – 66.
19. Калиновський А.Я. Математична модель вертикальних одновісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням пневматичних елементів в другій ступені підвішування / Калиновський А.Я., Лагутін В.Л., Ларін О.М., Чернобай Г.О. // Проблеми надзвичайних ситуацій. – Харків: НУЦЗУ, 2013. – Вип. 18. С. 69-82
20. Lahutin V.L. Mathematical model of flat vertical oscillations of the trolley for transporting dangerous cargo with usage of pneumatic elements in the second stage of suspension / Lahutin V.L. // Science education a new dimension. Natural and technical sciences, I(2). – Budapesht, 2013. – Issue: 15. – 86-90.

Калиновский А.Я., Лагутин В.Л., Ларин А.Н., Чернобай Г.А.

**Математическая модель пространственных колебаний тележки для транспортировки опасных грузов с пневматическим подвешиванием второй ступени**

Рассматривается построение математической модели пространственных колебаний тележки для транспортировки опасных грузов, которая имеет рессорное подвешивание с применением пневмоэлементов во второй ступени

**Ключевые слова:** система рессорного подвешивания, пневматический упругий элемент, вертикальные колебания

Kalinovskiy A.Y., Lagutin V.L., Larin A.N., Chernobay G.A.

**Mathematical model of spatial fluctuations trolley for transporting dangerous goods with a pneumatic hanging second stage**

We consider the construction of a mathematical model of spatial fluctuations carts to transport hazardous cargo that has spring suspension using pneumoelements in the second degree

**Key words:** spring suspension, pneumatic elastic element, vertical vibrations