

14

Міністерство освіти і науки України
Українська інженерно-педагогічна академія

Збірник наукових праць

Машинобудування

Машиностроение

Engineering

Збірник наукових праць
Видається 2 рази на рік
Видається з 2007 р.

УІПА

2014
Харків

Міністерство освіти і науки України
Українська інженерно-педагогічна
академія

Піднімально-транспортні
машини
Динаміка та міцність машин
Верстати та інструменти
Технологія машинобудування

Машинобудування

Машиностроение

Engineering

Lifting-and-shifting machines
Dynamics and strength of
machines
Machine-tools and instruments
Engineering technology

Збірник наукових праць

Видається 2 рази на рік

Видається з грудня 2007 р.

УДК 620.17

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ТРЬОХШАРОВІЙ КОНСТРУКЦІЇ©Фідровська Н. М.¹, Слепужніков Є. Д.², Чернишенко О. В.¹*Українська інженерно-педагогічна академія¹**Національний університет цивільного захисту України²***Інформація про авторів:**

Фідровська Наталія Миколаївна: ORCID: 0000-0002-5248-273X; mot@uipa.edu.ua; доктор технічних наук; професор кафедри металоріжучого обладання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Слепужніков Євген Дмитрович: ORCID 0000-0002-5449-3512; ors2011@bk.ru; начальник курсу факультету оперативно-рятувальних сил; Національний університет цивільного захисту України; вул. Чернишевська, 94, м. Харків, 61023, Україна.

Чернишенко Олександр В'ячеславович: ORCID: 0000-0003-3255-1088; chernishen@ua.ru; кандидат технічних наук; старший викладач кафедри металоріжучого обладання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Розглянуті теоретичні дослідження направлені на вивчення та визначення напружень в трьохшаровій циліндричній конструкції з використанням заповнювального шару зі зменшеним модулем пружності по відношенню до зовнішнього та внутрішнього шарів.

При проведенні аналізу та теоретичного дослідження конструкції були взяті за основу патенти та технічна документація на вже існуючі конструкції ходових коліс з проміжним шаром, які використовуються в залізничному та міському транспорті (трамвай, метро), а також в останній час почали отримувати поширення у вантажопідійомних і транспортувальних машинах на промислових підприємствах.

В результаті досліджень були встановлені залежності взаємних переміщень різних шарів трьохшарової циліндричної конструкції при прикладенні до них радіального навантаження.

Отримане рішення дозволяє визначити напружений стан циліндричної оболонки в залежності від геометричних і фізичних параметрів шарів, а також закону розподілення прикладеного навантаження.

Ключові слова: циліндрична оболонка; напруження; міцність; зсув.

Фидровская Н. Н., Слепужников Е. Д., Чернышенко А. В. «Определение напряжений цилиндрической трехслойной конструкции».

Рассмотрены теоретические исследования, которые направлены на изучение и определение напряжений в трехслойной цилиндрической конструкции с использованием заполняющего слоя с уменьшенным модулем упругости по отношению к наружному и внутреннему слоям.

При проведении анализа и теоретического исследования конструкции были взяты за основу патенты и техническая документация на уже имеющиеся конструкции ходовых колес с промежуточным слоем, которые используются в железнодорожном и городском транспорте (трамвай, метро), а также в последнее время начали получать распространение в грузоподъемных и транспортирующих машинах на промышленных предприятиях.

Піднімально-транспортні машини

В результате исследований были установлены зависимости взаимных перемещений различных слоев трехслойной цилиндрической конструкции при приложении к ним радиальной нагрузки.

Полученное решение позволяет определить напряженное состояние цилиндрической оболочки в зависимости от геометрических и физических параметров слоев а так же закона распределения прилагаемой нагрузки.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка; напряжения; прочность; сдвиг.

Fidrovskaya N., Slepuzhnikov E., Chernyshenko O. "The estimation of the tensions of the cylindrical sandwich".

The theoretical research that is aimed at studying and estimation of tensions in the cylindrical sandwich with using of the filling layer with reduced modulus of elasticity towards external and internal layers are studied.

During analysis and theoretical research of construction the patents and technical documentation of already existing constructions of wheels with interlayer that in the rail and city transport (tram, subway) are using also at last time began become spreading in the hoisting machines and transport vehicles at the enterprises as base were took.

In the research results the dependences of mutual movements of different layers of cylindrical sandwich during radial load application to them were established.

Received solution allows to estimate the state of stress of the cylindrical shell depending on geometrical and physical parameters of layers and also of distribution law of applicable load.

Keywords: cylinder shell; tensions; durability; displacement.

1. Вступ

В сучасній промисловості все частіше можна зустріти конструкції, які складаються з декількох неоднорідних шарів [1], це, як правило, циліндричні деталі, поєднані між собою за допомогою різних засобів [2], наприклад, футеровані барабани [3], труби для транспортування різних речовин, ходові колеса.

Конструкція, яка складається із декількох шарів, з яких зовнішні зроблені із міцного матеріалу, а середній шар являється маломіцним легким наповнювачем, являється не тільки зменшеної маси, але має високу міцність і жорсткість, що пояснюється в першу чергу більшим значенням моменту інерції всієї стінки (рис 1). У порівнянні з одношаровою обшивкою момент інерції може бути збільшеним в багато десятків разів.

2. Викладення основного матеріалу

При розрахунках реальних конструкцій треба враховувати, що заповнювач має знижені модуль пружності. Якщо не враховувати зближення зовнішніх шарів, то можна прийняти модуль пружності заповнювача в напрямку нормалі до середньої поверхні рівним безкінечності. В площині серединної поверхні, тобто вдовж твірної оболонки і в кільцевому напрямку модуль пружності заповнювача можна прийняти нулю.

Особливістю розрахунку трьохшарової оболонки являється необхідність врахування енергії зсуву заповнювача.

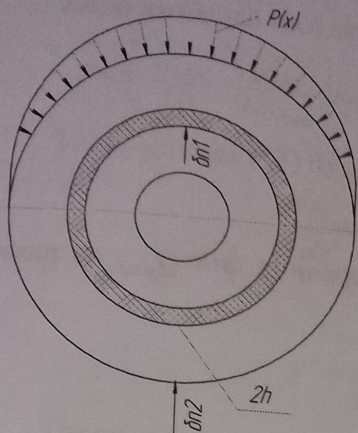


Рис. 1 – Схема трьохшарової конструкції

Циліндрична жорсткість такої конструкції визначається формулою [4]:

$$D_i = D_1 + D_2 + \frac{2E}{1-\mu^2} \frac{\left(h + \frac{\delta_{n.cp}}{2}\right)^2}{\delta_{n.cp}} \delta_{n1} \delta_{n2}, \quad (1)$$

де $2h$ – товщина заповнювача;
 $\delta_{n.cp}$ – середня товщина несучих шарів

$$\delta_{n.cp} = 0,5(\delta_{n1} + \delta_{n2});$$

δ_{n1}, δ_{n2} – товщина зовнішніх шарів;

D_1, D_2 – власні жорсткості згину окремих несучих конструкцій;

E – модуль пружності; μ – коефіцієнт Пуассона.

$$D_1 = \frac{E\delta_{n1}^3}{12(1-\mu^2)}; \quad D_2 = \frac{E\delta_{n2}^3}{12(1-\mu^2)}.$$

Якщо трьохшарова конструкція має жорсткий заповнювач відносно добре працюючий на нормальні напруження, які направлені вдовж несучих шарів, то в цьому випадку заповнювач має відносно більше значення модуля пружності E_{zap} . Тому при розрахунках необхідно для циліндричної жорсткості враховувати жорсткість згину заповнювача. Тоді формула (1) буде мати вигляд

$$D_i = \frac{E\delta_{n1}^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{E\delta_{n2}^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{2E}{1-\mu^2} \frac{\left(h + \frac{\delta_{n.cp}}{2}\right)^2}{\delta_{n.cp}} \delta_{n1} \delta_{n2} + \frac{E_{zap}(2h)^3}{12(1-\mu_{zap}^2)}. \quad (2)$$

Від дії осьової сили в поперечному перерізі колеса виникають постійні по периметру осьові нормальні напруження

$$\sigma_{x_0} = \frac{pR}{2\delta}, \quad (3)$$

де

$$\delta = 2\delta_{n.cp} = \delta_{n1} + \delta_{n2}.$$

При цьому в подовжньому перерізі виникають тільки кільцеві нормальні напруження

$$\delta_{\varphi_0} = \frac{p(x)R}{\delta}, \quad (4)$$

Під дією мембранних напружень виникають відносні деформації, які визначаються також і модулем пружності матеріалу. Кільцеві напруження приводять до зміни радіуса R перерізу оболонки на величину

$$w_0 = \frac{\sigma_{\varphi_0}}{E} R = \frac{R^2 p(x)}{E\delta}. \quad (5)$$

Повні кільцеві нормальні напруження дорівнюють

$$\sigma_{\varphi} = \frac{w(x)}{R} E. \quad (6)$$

Піднімально-транспортні машини

Додаткові погонні моменти згину дорівнюють

$$m_{xdod} = -D \frac{d^2 w(x)}{dx^2}.$$

Але в нашому випадку зміна кривизни

$$\chi_x = -\frac{d^2 w(x)}{dx^2}$$

пов'язане не тільки з дією моментів згину, але і з дією поперечних сил Q_{xdod} за рахунок деформації заповнювача від зсуву.

Рівняння погонної поперечної сили

$$Q_{xdod} = \frac{dm_{xdod}}{dx},$$

Повні кільцеві нормальні напруження

$$\sigma_\varphi = \frac{R}{2\delta_{n.cp}} \left(\frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + p(x) \right).$$

Погонні моменти згину в поперечному перерізі

$$m_{\varphi dod} = \mu m_{xdod}.$$

Повні радіальні пересування визначаються за формулою

$$w(x) = \frac{R^2}{2E\delta_{n.cp}} \left(\frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + p(x) \right).$$

Для визначення функції m_{xdod} знаходимо із умови мінімуму потенційної енергії конструкції. Для цього складаємо рівняння потенційної енергії внутрішніх сил оболонки на одиницю довжини з урахуванням деформації зсуву

$$\Gamma = \oint \left[\frac{m_{xdod}^2}{2D_n} + \frac{\sigma_\varphi^2 \delta_{n.cp}}{E} + \frac{Q_{xdod}^2}{4G_{zan}h} \right] R d\varphi,$$

або

$$\Gamma = \left\{ \begin{aligned} & \frac{m_{xdod}^2}{2D_n} + \frac{\delta_{n.cp}}{E} \frac{R^2}{4\delta_{n.cp}} \left[\frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + p(x) \right]^2 + \\ & + \frac{1}{4G_{zan}h} \left(\frac{dm_{xdod}}{dx} \right)^2 \end{aligned} \right\} 2\pi R,$$

де G_{zan} –модуль зсуву заповнювача.

Рівняння Ейлера варіаційної задачі

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial m_{xdod}} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial m'_{xdod}} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial m''_{xdod}} \right) = 0$$

приводить до неоднорідного лінійного диференційного рівняння з постійними коефіцієнтами

$$\frac{d^4 m_{xdod}}{dx^4} - 2\nu^2 \frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + \chi^4 m_{xdod} = -\frac{d^2 p(x)}{dx^2},$$

де коефіцієнти

$$\chi^4 = \frac{2E\delta_{n.cp}}{R^2 D_n}; \quad 2\nu^2 = \frac{2\delta_{n.cp}}{R^2 G_{zan}h}.$$

Якщо зовнішній тиск діє тільки на частині оболонки (рис. 1), то рівняння (12) буде мати вигляд

$$\Gamma = \oint \left[\frac{m_{xdod}^2}{2D_1} + \frac{Q_{xdop}^2}{4hG_{zan}} \right] R d\varphi + \int_0^\pi \left[p(x) + \frac{d^2 m_{xdon}}{dx^2} \right] \frac{R^3 p(x)}{4E\delta_{n,cp}} \frac{d^2 m_{xdon}}{dx^2} d\varphi + \int_\pi^{2\pi} \frac{R^2}{4E\delta_{n,cp}} \left(\frac{d^2 m_{xdon}}{dx^2} \right)^2 R d\varphi. \quad (15)$$

Тоді рівняння (14) буде мати вигляд

$$\frac{d^4 m_{xdon}}{dx^4} - 2\nu^2 \frac{d^2 m_{xdon}}{dx^2} + \chi^4 m_{xdon} = -\frac{1}{2\delta_{n,cp} + 1} \frac{d^2 p(x)}{dx^2}, \quad (16)$$

де

$$\chi^4 = \frac{4E\delta_{n,cp}}{D_1 R^2 (\delta_{n,cp} + 1)} \quad \text{і} \quad 2\nu^2 = \frac{E\delta_{n,cp}}{R^2 h G_{zan} (2\delta_{n,cp} + 1)}.$$

Так як $\chi > \nu$, то корні характеристичного рівняння будуть комплексні і будуть мати вигляд

$$\pm \alpha \pm \beta i,$$

де

$$\alpha = \sqrt{\frac{\chi^2 + \nu^2}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\chi^2 - \nu^2}{2}}.$$

Рішенням рівняння (15) буде мати вигляд

$$m_{xdon} = C_1 \operatorname{ch} \alpha x \cos \beta x + C_2 \operatorname{sh} \alpha x \sin \beta x + C_3 \operatorname{ch} \alpha x \sin \beta x + C_4 \operatorname{sh} \alpha x \cos \beta x + m_{hast} \quad (17)$$

Якщо початок координат розташувати посередині системи і прийняти симетричним закон розподілення тиску $p(x)$, то $C_3 = C_4 = 0$. Тоді рівняння (17) буде мати вигляд

$$m_{xdon} = C_1 \operatorname{ch} \alpha x \cos \beta x + C_2 \operatorname{sh} \alpha x \sin \beta x + m_{hast}. \quad (18)$$

Для постійного по довжині радіального тиску

$$m_{hast} = 0.$$

Постійні інтегрування визначаються з граничних умов.

Висновки

Отримане рішення дозволяє визначити напружений стан циліндричної оболонки і радіальні переміщення в залежності від закону розподілення навантаження, геометричних розмірів її шарів і модуля зсуву заповнювача.

Список використаних джерел:

1. Донелл Л. Г. Балки, пластины и оболочки / Л. Г. Донелл. – М. : Наука, 1982. – 568 с.
2. Огибалов П. М. Оболочки и пластины / П. М. Огибалов, М. А. Колтунов. – М. : Изд-во МГУ, 1969. – 696 с.
3. Федорова З. М. Подъемники / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – Киев : Вища шк., 1976. – 296 с.
4. Кан С. Н. Строительная механика оболочек / С. Н. Кан. – М. : Машиностроение, 1966. – 508 с.

References

1. Donell, L 1982, *Balki, plastiny i obolochki*, Nauka, Moskva.
2. Ogibalov, P & Koltunov, M 1969, *Obolochki i plastiny*, Izdatelstvo MGU, Moskva.
3. Fedorova, Z, Lukin, I & Nesterov, A 1976, *Podemniki*, Vishcha shkola, Kyiv.
4. Kan, S 1966, *Stroitel'naya mekhanika obolochek*, Mashinostroenie, Moskva.

Стаття надійшла до редакції 5 грудня 2014 р.