

УДК 621.314.26

*Щербак Г.В., канд. техн. наук, нач. каф., УЦЗУ,
Маляров М.В., канд. техн. наук, доц., УЦЗУ*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОВЕДІНКИ ПАНІЧНОГО НАТОВПУ
(представлено д-ром техн. наук Бодянським Е.В.)

У статті розглянуто моделювання поведінки натовпу, що перебуває в стані паніки внаслідок надзвичайної ситуації. Запропоновано чисельними методами визначати основні напрямки руху панічного натовпу з урахуванням фізичних та психологічних взаємодій між людьми.

Постановка проблеми. Поведінка окремих людей, що в силу тих чи інших обставин опинились в безпосередній близькості

Щербак Г.В., Маляров М.В.

один до одного, отримала назву «стадного інстинкту». У звичайних умовах, коли життю людей нічого не загрожує, вони, як правило, намагаються уникати зайвого контакту один з одним і вибирають траєкторії свого руху таким чином, щоб якнайменше зачіпати сусідів. Однак у випадку паніки вступають у дію інші закономірності. Люди водночас стають «натовпом» і намагаються покинути небезпечне місце якнайшвидше, при цьому на сусідів вже ніхто не звертає уваги. Для натовпу в умовах паніки не властиве дотримання ні організаційних, ні моральних норм, у ньому проявляються примітивні, нічим не приборкані емоції. Не виникає паніка тільки в тому випадку, коли є досить надійні виходи із кризової ситуації, що створилася, або виходу немає взагалі.

Таким чином, панічним натовпом будемо називати короткочасне скупчення великої кількості людей у просторі, яке керується страхом і почуттям самозбереження в умовах рятування від реального або уявлюваного джерела небезпеки. В умовах паніки вплив «стадного інстинкту» проявляється найбільшою мірою, запасні виходи ігноруються: усі біжать туди ж, «куди й всі» і гинуть або дістають поранення [1]. Тому проведення досліджень з моделювання поведінки натовпу в тих чи інших надзвичайних ситуаціях є актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Успішне керування людською масою, що впала в стан паніки, як правило, не можливо здійснити в реальному часі. Доцільніше заздалегідь провести дослідження поведінки панічного натовпу і прийняти відповідні запобіжні заходи (наприклад, шляхом корегування архітектурних рішень місць з масовим перебуванням людей). Найбільш цікавою в цьому напрямку, на наш погляд, є робота [2], в якій систематизовані деякі спостереження й на їхній основі створено модель поведінки натовпу. Такі моделі існували й раніше, але в них вся маса людей розглядалася як єдине ціле. Особливість цієї моделі полягає в тому, що вона враховує модифіковану дією «стадного інстинкту» поведінку кожної людини під впливом фізичних сил [3]. Раніше зробити такі розрахунки не дозволяла низька обчислювальна потужність комп'ютерів. Сьогодні дослідження динаміки поведінки панічного натовпу стає можливим.

Постановка завдання та його вирішення. Метою статті є розгляд можливості застосування підходу, що запропонований у [2] для моделювання основних напрямків руху маси людей під час пожежі, стихійного лиха або іншої надзвичайної ситуації, що за-

грожує безпеці людини (панічного натовпу) з урахуванням не тільки фізичних, а й психологічних взаємодій.

Моделювання поведінки натовпу в умовах паніки полягає в наступному. Для того, щоб передбачити поведінку натовпу через деякий інтервал часу, необхідно знати положення і швидкість кожної людини, а також сили, що діють на цю людину в деякий момент часу. Іншими словами, необхідно записати відповідні рівняння для всіх членів натовпу, а потім вирішити цю систему рівнянь.

Будемо вважати що натовп складається з N чоловік, кожен з яких має масу тіла m_i , тоді відповідно до другого закону Ньютона рівняння руху кожної людини прийме вид

$$m_i \frac{\Delta \vec{v}_i}{\Delta t} = \vec{F}_i^\Sigma, \quad (1)$$

де $\Delta \vec{v}_i$ — зміна швидкості i -ї людини за інтервал часу Δt в результаті дії сил \vec{F}_i^Σ .

Проаналізуємо сили, що входять до складу правої частини рівняння (1). Сумарна сила \vec{F}_i^Σ повинна включати в себе головну силу $\vec{F}_i^{\text{зем}}$, завдяки якій людина просувається до виходу (горизонтальна проекція сили реакції землі, відштовхуючись від якої вона і рухається у вибраному напрямі). Зіткнувшись з перешкодою, якою може бути людина з натовпу або різноманітні колони, стіни тощо, людина відчуває на собі дію сили опору, яку ми позначимо $\vec{F}_i^{\text{фіз}}$. Окрім цього, в [4] запропоновано до сумарної сили \vec{F}_i^Σ включати не тільки реальні фізичні сили ($\vec{F}_i^{\text{зем}}$ та $\vec{F}_i^{\text{фіз}}$), але й враховувати психологічні взаємодії між людьми у натовпі — $\vec{F}_i^{\text{псих}}$, тобто $\vec{F}_i^\Sigma = \vec{F}_i^{\text{зем}} + \vec{F}_i^{\text{фіз}} + \vec{F}_i^{\text{псих}}$. Головним повинно бути те, що кожна із цих сил змушує людину рухатися із прискоренням.

Детально розглянемо ці сили. Горизонтальна проекція сили $\vec{F}_i^{\text{зем}}$ змушує людину пересуватися в заданому напрямку. Наприклад, всі люди у складі натовпу прагнуть залишити приміщення, де почалася пожежа. Тоді, вектор сили $\vec{F}_i^{\text{зем}}$ буде направлений до найближчих дверей, а абсолютна величина $F_i^{\text{зем}}$ залежатиме від того, наскільки людина задоволена своєю швидкістю руху у бік виходу. Іншими словами, $F_i^{\text{зем}}$ можна вважати пропорційною різ-

ниці між «бажаною» для даної людини швидкістю руху \bar{v}_{0i} та її справжнім значенням \bar{v}_i . Це припущення дозволяє записати $\vec{F}_i^{зем}$ у вигляді

$$\vec{F}_i^{зем} = m_i \frac{\bar{v}_{0i} - \bar{v}_i}{\tau}, \quad (2)$$

де τ — коефіцієнт пропорційності, що характеризує час, який необхідний людині для розгону до «бажаної» швидкості \bar{v}_{0i} .

Психологічні взаємодії \vec{F}_i^{ncix} враховують сили між окремими членами натовпу. Вважається, що навіть під час відсутності безпосереднього фізичного контакту між двома людьми існує так зване «психологічне відштовхування», тобто тенденція триматися подалі один від одного та подалі від стін. Таке небажання знаходитися дуже близько до інших людей еквівалентно існуванню деякої сили відштовхування між людьми \vec{F}_{ij}^{ncix} , яка зростає із зменшенням відстані між ними. Для простоти обчислень можна вважати, що на i -ту людину зі сторони j -ї людини діє відштовхуюча сила, абсолютне значення якої дорівнює

$$F_{ij}^{ncix} = A e^{-\frac{|\bar{z}_i - \bar{z}_j| - D}{B}}, \quad (3)$$

де A і B — постійні, D — поперечний розмір людини (приймаємо що люди в натовпі мають однаковий розмір), а символом $|\dots|$ позначено абсолютне значення різниці векторів, проведених з початку координат до i -ї (\bar{z}_i) та j -ї (\bar{z}_j) людини.

Із практики відомо, що рухаючись, людина уникає наближення не тільки з оточенням, але і зі стінами, огорожами тощо. Для опису цієї характеристики руху i -ї людини введемо відштовхуючу силу $\vec{F}_i^{ncix\ st}$, що діє на неї з боку найближчої ділянки стіни перпендикулярно її поверхні. Очевидно, що формула для значення абсолютної величини цієї сили може мати вигляд, аналогічний (3), а саме

$$F_i^{ncix\ st} = A e^{-\frac{d_i - D/2}{B}}, \quad (4)$$

де A, B, D — ті ж постійні, що і для сили наведеної в (3), d_i — найкоротша відстань між i -ю людиною і найближчою стіною.

Психологічні сили, що «відштовхують» людину від перешкод і описані виразами (3) та (4), не завжди допомагають їй уникати зіткнень. У тих випадках, коли щільність людей і їх «бажана» швидкість \bar{v}_{0i} достатньо великі, то сила $\vec{F}_i^{ncix} = \vec{F}_{ij}^{ncix} + \vec{F}_i^{ncix\ cm}$ не рятує їх від зіткнень. Очевидно, що для повного опису сил, котрі діють на людину у натовпі під час тисняви, необхідно врахувати сили фізичної взаємодії \vec{F}_i^{fiz} , котрі включають до себе силу пружної взаємодії і тертя при зіткненні людей між собою та зі стінами.

У цьому випадку припустимо, що людей у натовпі можна замінити вертикальними циліндрами з круговим поперечним перетином діаметром D . Зрозуміло, що зіткнення i -ї та j -ї людини, відбувається тоді, коли відстань між їх осями стає менше D . Величину сили пружної взаємодії, яка відштовхує їх один від одного можна описати наступним чином

$$\vec{F}_{ij}^{fiz} = k(D - |\bar{z}_i - \bar{z}_j|), \quad (5)$$

де k - коефіцієнт, пропорційний жорсткості людини в поперечному напрямі. Формула, аналогічна (5), справедлива і для зіткнення i -ї людини із стіною і має наступний вигляд

$$\vec{F}_i^{fiz\ cm} = k(D/2 - d_i), \quad (6)$$

де d_i — найкоротша відстань між i -ю людиною і найближчою стіною в області їх контакту.

Крім цього, у натовпі існує сила тертя $\vec{F}_i^{fiz\ mp}$, що діє на i -ту людину при зіткненні з поверхнею. Її величина залежатиме, поперше, від швидкості \bar{v}_i з якою рухається i -та людина та, по-друге, від величини її «деформації» Δ . При цьому величина деформації людини Δ при зіткненні з іншою людиною дорівнює $\Delta = (D - |\bar{z}_i - \bar{z}_j|)$, а при зіткненні зі стіною — $\Delta = (D/2 - d_i)$. Загалом сила тертя при зіткненні, що діє у бік, протилежній швидкості, дорівнює

$$\vec{F}_i^{fiz\ mp} = -b\bar{v}_i\Delta, \quad (7)$$

де b — коефіцієнт тертя.

Таким чином, сила $\vec{F}_i^{fiz} = \vec{F}_{ij}^{fiz} + \vec{F}_i^{fiz\ st} + \vec{F}_i^{fiz\ mp}$, що входить до правої частини (1), є сумою сил, описаних формулами (5) - (7). При цьому якщо i -та людина в натовпі одночасно стискається з декількома іншими, то вирази (3), (5) і (7) слід обчислювати для всіх людей, що зіткнулися.

Отже, записуючи для кожного члена натовпу рівняння виду (1) отримуємо систему з N рівнянь. Аналітично вирішити таку систему рівнянь не вдається, тому доводиться скористатися чисельними методами. Тобто, рівняння вирішуються на комп'ютері крок за кроком: беруться значення координат і швидкостей всіх людей із натовпу у початковий момент часу, обчислюються всі сили, знаходиться збільшення швидкості за деякий малий проміжок часу, обчислюються нові швидкості й нові координати. Далі процедура повторюється. Результатом моделювання буде динамічна картина руху натовпу, яку можна відобразити й графічно.

Звісно, для того щоб розв'язувати рівняння чисельно, необхідно визначити значення всіх параметрів і коефіцієнтів, що присутні в моделі. Добре, коли ці параметри можна отримати з експериментальних даних. Але внаслідок того факту, що викликаний панікою рух людей є непередбаченим і небезпечним явищем, яке виключає експерименти в реальних умовах, зібрати необхідну інформацію для встановлення значень коефіцієнтів доволі важко. До того ж, в моделі поведінки панічного натовпу присутні величини, що не піддаються прямому виміру (наприклад, «психологічне відштовхування» – постійні A і B), тому ці параметри визначаються на свій розсуд, дуже приблизно. Наявність таких коефіцієнтів, загалом кажучи, зменшує достовірність результатів, але ж, разом з тим, надає можливість удосконалювати модель в наступних дослідженнях. Необхідно також відмітити, що урахування психологічних взаємодій передбачає не тільки опис сил \vec{F}_i^{psix} . Окрім цього, при моделюванні психологічної взаємодії можливо взяти до уваги і статистичні розходження, що описані в [4].

Висновки. Запропонована математична модель враховує психологічні взаємодії між людьми у натовпі та дозволяє прогнозувати поведінку натовпу під час паніки. Наявність у кожному рівнянні коефіцієнтів або констант, визначення яких проводилось приблизно, передбачає ускладнення моделі. Предметом подальших досліджень є використання математичної моделі поведінки панічного натовпу для розрахунку чисельних значень коефіцієн-

тів та констант, оптимального розташування дверей, ширини й довжини коридорів, кількості і форми трибун в місцях масового перебування людей тощо.

ЛІТЕРАТУРА

1. Turner R. Is there a quest for identity? // *The Sociological Quarterly*, №16. – 1975.
2. Helbing D., Farkas I., Vicsek, T. Simulating dynamical features of escape panic // *Nature* №407 (2000) С. 487-490.
3. <http://angel.elte.hu/~panic/>
4. Щербак Г.В. Дослідження поведінки натовпу в умовах паніки чисельними методами // *Проблеми екстремальної та кризової психології*. Зб. наук. пр. УЦЗ України. Вип. 4. – Харків: УЦЗУ, 2008. С. 236-241.
nuczu.edu.ua