



УДК 514.18

МОДЕЛЬ ТА МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО ПОКРИТТЯ НЕОПУКЛИМИ БАГАТОКУТНИКАМИ ЗАДАНОЇ ОБЛАСТІ З ДИСКРЕТНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Комяк В.М., д.т.н.

Соболь О.М., д.т.н.

Кравців С.Я.

*Національний університет цивільного захисту України,
(Україна, м. Харків)*

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний
інститут» (Україна, м. Харків)*

Анотація – в роботі розроблено загальну модель та метод оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами з метою розв’язання задачі мінімізації ризику для людини загинути внаслідок виникнення небезпечних подій. Досліджено особливості загальної моделі та надано геометричну інтерпретацію методу оптимального покриття.

Ключові слова – загальна модель, метод оптимального покриття, ризик, небезпечна подія.

Постановка проблеми. На теперішній час актуальною науково-прикладною проблемою є розробка ефективних моделей та методів оптимізаційного геометричного проектування для розв’язання важливих практичних задач. Прикладом зазначених задач є мінімізація ризику для людини загинути внаслідок небезпечних подій (природних та техногенних подій, пожеж тощо). Оскільки даний інтегральний ризик характеризує наслідки небезпечних подій, то одним із шляхів мінімізації його рівня є створення центрів безпеки у сільській місцевості. Даний підхід відповідає Стратегії реформування системи Державної служби України з надзвичайних ситуацій [1], оскільки час реагування на небезпечні події у сільській місцевості може досягати 1 години. Разом з тим, задача створення центрів безпеки у сільській місцевості може бути зведеною до задачі оптимального покриття заданої області з дискретними елементами (населені пункти, об’єкти підвищеної небезпеки, потенційно небезпечні об’єкти) районами обслуговування центрів безпеки (неопуклі багатокутники).



Таким чином, розробка моделей та методів оптимізаційного покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами є актуальною та сприятиме розв'язанню наведеної вище проблеми.

Аналіз попередніх досліджень. Сучасні методи визначення інтегральних ризиків небезпечних подій наведені, наприклад, у роботах [2, 3]. У роботах [4, 5] проведено аналіз інтегральних пожежних ризиків на території України та здійснено групування адміністративно-територіальних одиниць відповідно до рівнів ризиків за допомогою кластерного аналізу. Математична модель управління інтегральним пожежним ризиком та її особливості наведені в [6]. Розробці моделей та методів оптимального покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками присвячено роботу [7], але в даному дослідженні не враховувалась необхідність покриття дискретних елементів зазначених областей.

Формулювання цілей статті. В даній роботі необхідно розробити модель та метод оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданих областей з дискретними елементами та дослідити особливості моделі та методу.

Основна частина. Оскільки розробка моделі та методу оптимального покриття необхідна для розв'язання важливої практичної задачі, а саме, мінімізації інтегрального ризику небезпечних подій, то в результаті проведеного кореляційно-регресійного аналізу було встановлено [6], що зазначений ризик залежить від таких факторів, як N – кількість небезпечних подій, що зафіксовані у відповідному регіоні; $M_{заг}$ – кількість загиблих внаслідок небезпечних подій у відповідному регіоні; $\tau_{сл}$ – час слідування оперативно-рятувальних підрозділів до місця виникнення надзвичайної ситуації (небезпечної події); $\tau_{лок}$ – час локалізації небезпечної події; $\tau_{лікв}$ – час ліквідації небезпечної події.

Було зроблено припущення, що час слідування оперативно-рятувальних підрозділів до місця виникнення небезпечної події та, як наслідок, час локалізації та ліквідації небезпечної події залежить від коефіцієнта покриття відповідної території (задана область з дискретними елементами) районами обслуговування оперативно-рятувальних підрозділів (центрів безпеки). Даний коефіцієнт обчислюється за допомогою такого виразу:

$$k_{\text{cover}} = \frac{S\left(\bigcup_{q=1}^{N_q} P_q\right)}{S(S_0)}, \quad (1)$$

де N_q – кількість існуючих оперативно-рятувальних підрозділів;
 P_q – район обслуговування q -го підрозділу; S_0 – область покриття;
 $S(\cdot)$ – функція обчислення площі відповідного геометричного об'єкта.

На рис. 1 наведено залежність часу реагування на небезпечну подію від коефіцієнта покриття для Харківської області, а також обчислено коефіцієнт кореляції та побудовано лінію тренда за допомогою метода найменших квадратів. Для проведення дослідження було розроблено програмне забезпечення у середовищі IntelliJ IDEA з використанням бібліотеки JavaFX.

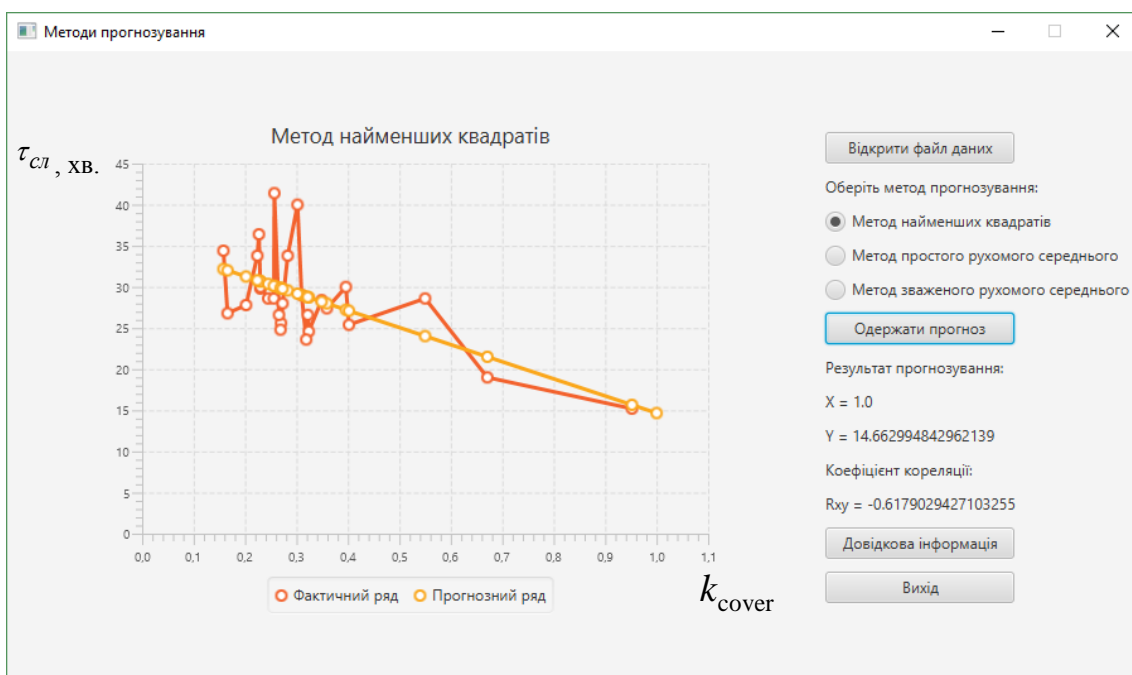


Рис. 1. Залежність часу реагування на небезпечну подію від коефіцієнта покриття для Харківської області

Таким чином, можна зробити висновок про наявність зв'язку між факторами, у зв'язку з чим виникає така задача.

Нехай задано область S_0 у вигляді багатокутника у глобальній системі координат. Область S_0 має дискретні елементи V_k , $k = 1, \dots, N_k$, що являють собою населені пункти, в яких є припустимим створення центрів безпеки відповідно до [8]. Об'єкти підвищеної небезпеки та потенційно небезпечні об'єкти, що належать заданій області, позначимо через S_d , $d = 1, \dots, D$.

Необхідно мінімізувати інтегральний ризик небезпечних подій в області S_0 за рахунок визначення раціональної кількості центрів



безпеки з районами обслуговування P_i , $i=1, \dots, N$ (дані райони являють собою неопуклі багатокутники зі змінними метричними характеристиками), при цьому мають виконуватись такі обмеження :

– мінімум площі перетину районів обслуговування центрів безпеки;

– належність районів обслуговування центрів безпеки області S_0 ;

– мінімум площі перетину районів обслуговування центрів безпеки з областями заборони L_ξ , $\xi=1, \dots, L$;

– належність об'єктів підвищеної небезпеки (ОПН) та потенційно небезпечних об'єктів (ПНО) S_d , $d=1, \dots, D$, районам обслуговування центрів безпеки;

– час прибуття оперативно-рятувальних підрозділів до найвіддаленішої точки району виїзду P_i , $i=1, \dots, N$, має не перевищувати заданого T^* (відповідно до [9]);

– розміщення центрів безпеки здійснюється в населених пунктах V_k , $k=1, \dots, N_k$.

Загальна модель оптимального покриття заданої області з дискретними елементами має такий вигляд:

$$\min_{u \in W} R(N, M_{заг}, \tau_{сл}, \tau_{лок}, \tau_{лікв}, u); u = \{m_i; v_i\}; i=1, \dots, N; \quad (2)$$

$$N \rightarrow \min;$$

де W :

$$\omega(m_i, m_j, v_i, v_j) \rightarrow \min; \quad (3)$$

$$i=1, \dots, N; j=i+1, \dots, N;$$

$$\omega(m_i, m_{cS_0}, v_i, v_{cS_0}) \rightarrow \min; \quad (4)$$

$$i=1, \dots, N; S_0 \cup cS_0 = R^2;$$

$$\omega(m_i, m_\xi, v_i, v_\xi) \rightarrow \min; \quad (5)$$

$$i=1, \dots, N; \xi=1, \dots, L;$$

$$S_d \in \{P_i\}; d=1, \dots, D; i=1, \dots, N; \quad (6)$$

$$\tau_{сл}(P_i) \leq T^*; i=1, \dots, N; \quad (7)$$

$$u = \{m_i; v_i\} \in \{V_k\}; V_k \in \{P_i\}; i=1, \dots, N; k=1, \dots, N_k. \quad (8)$$



В моделі (2)÷(8) вираз (2) являє собою цільову функцію задачі, при цьому m_i – метричні характеристики об'єктів P_i , $i=1, \dots, N$ (наприклад, координати вершин багатокутників в локальній системі координат), v_i – параметри розміщення об'єктів P_i (положення локальної системи координат i -го об'єкта в глобальній системі координат); вираз (3) – умова мінімуму взаємного перетину об'єктів P_i та P_j ; вираз (4) – умова мінімуму перетину об'єктів P_i з доповненням області S_0 до евклідового простору R^2 ; вираз (5) – умова мінімуму взаємного перетину об'єктів P_i з областями заборони L_ξ , $\xi=1, \dots, L$; вираз (6) – умова належності об'єктів S_d , $d=1, \dots, D$, районам обслуговування центрів безпеки P_i ; вираз (7) – умова щодо припустимого часу прибуття оперативно-рятувальних підрозділів до місця виклику; вираз (8) – умова належності центрів безпеки населеним пунктам V_k , $k=1, \dots, N_k$.

Загальна модель (2)÷(8) має такі особливості:

1. При врахуванні місць розташування існуючих оперативно-рятувальних підрозділів до загальної моделі необхідно додати таке обмеження:

$$\omega(m_i, m_q, v_i, v_q) \rightarrow \min; \quad (9)$$
$$i=1, \dots, N; q=1, \dots, N_q;$$

де N_q – кількість існуючих оперативно-рятувальних підрозділів.

2. Якщо задача оптимізації покриття розв'язується з урахуванням обмежених ресурсів, то до загальної моделі необхідно додати такий вираз:

$$Q_{pec}(N) \leq Q_{pec}^*. \quad (10)$$

Розглянемо метод оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами. Якщо модель покриття має вигляд (2)÷(8), то зазначений метод складається з таких способів.

Спосіб 1. Враховується обмеження, що центри безпеки мають обов'язково створюватись в населених пунктах, в яких (поруч з якими) знаходяться об'єкти S_d , $d = 1, \dots, D$.

В такому випадку, райони обслуговування центрів безпеки будуть мати вигляд, наведений на рис. 2, причому границі даних районів (штрихові лінії) визначаються виходячи з обмеження (7).

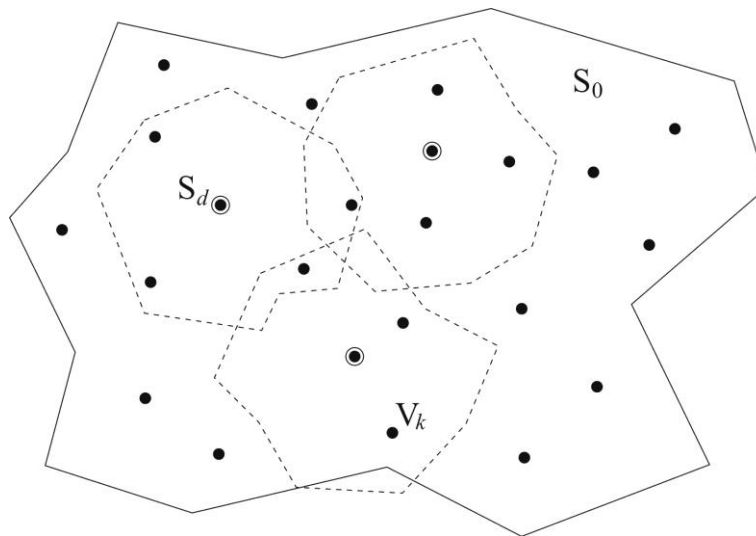


Рис. 2. Райони обслуговування центрів безпеки, які розміщуються в населених пунктах з об'єктами S_d , $d = 1, \dots, D$

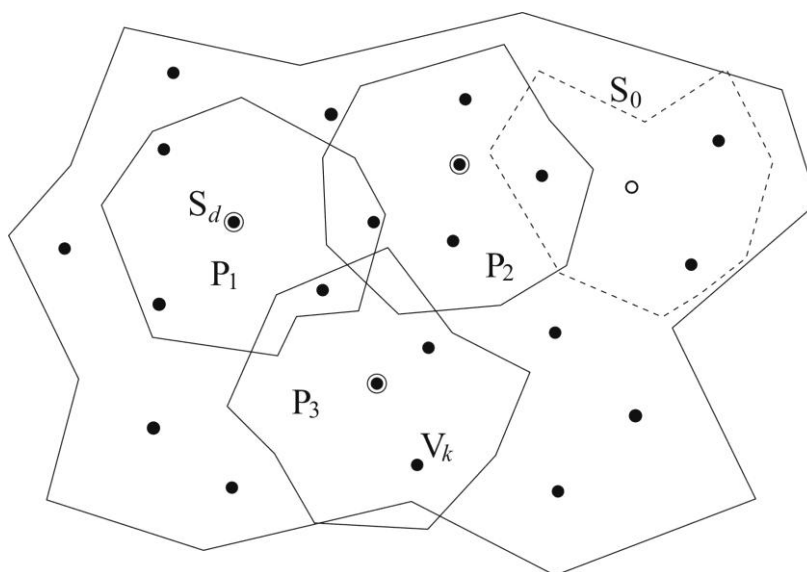


Рис. 3. Визначення місця розташування наступного центру безпеки

Для визначення місця розташування наступного центру безпеки (рис. 3, штрихова лінія) необхідно виконати такі дії:

– здійснити перебір припустимих місць розташування центрів безпеки V_k , $k = 1, \dots, N_k$ (місця, в яких вже розташовані центри, вилучаються з відповідної множини);

– сформуванати множину місць розташування центрів безпеки, які забезпечують покриття населених пунктів, що не входять до районів обслуговуванні існуючих центрів, з найбільшою сумарною кількістю населення;

– при визначенні місця розташування центру безпеки пріоритет надається випадку, коли району обслуговування буде належати об'єкт S_d , $d = 1, \dots, D$.

Приклад покриття заданої області за допомогою способу 1 наведено на рис. 4. Завершується розв'язання задачі за умови виконання обмежень (3)÷(8).

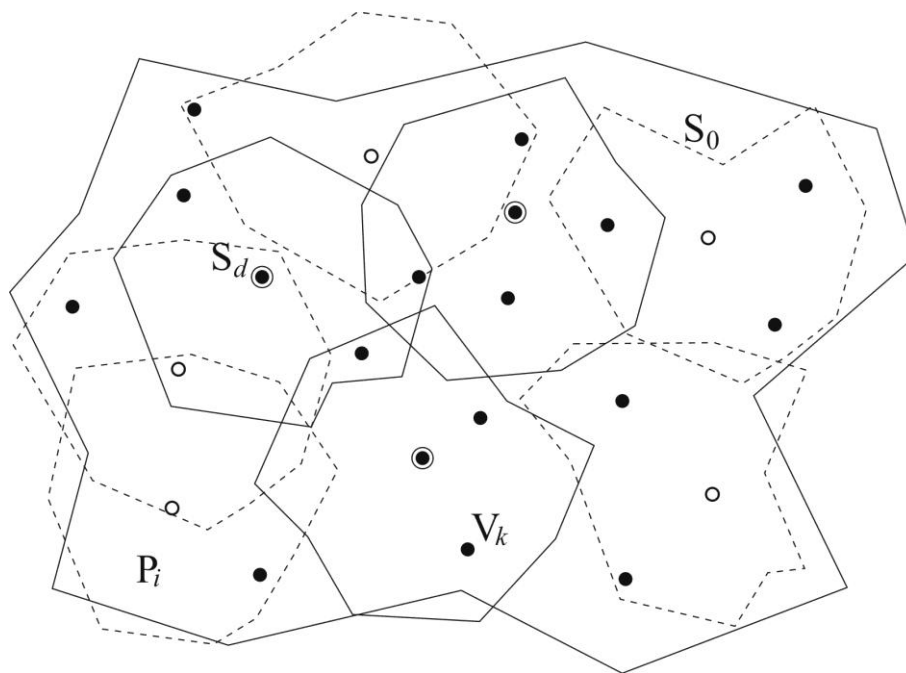


Рис. 4. Покриття заданої області за допомогою способу 1

Спосіб 2. Даний спосіб полягає в тому, що один центр безпеки має здійснювати обслуговування максимальної кількості об'єктів S_d , $d = 1, \dots, D$.

Тоді, перш за все, необхідно побудувати область $\bigcap_{d=1}^D P'_d$ (рис. 5), де об'єкти P'_d визначаються за допомогою обмеження (7).

Наступний крок – перебір об'єктів V_k , $k=1, \dots, N_k$ (рис. 6), що належать області $\bigcap_{d=1}^D P'_d$. Пріоритет для розміщення центру безпеки надається випадку, коли:

- здійснюється покриття найбільшої кількості об'єктів S_d , $d=1, \dots, D$;
- здійснюється покриття населених пунктів з найбільшою сумарною кількістю населення.

Наступне місце розташування центру безпеки обирається виходячи з умови (6) та дій, що відповідають способу 1.

Після виконання обмеження (6) принципи розміщення центрів безпеки співпадають зі способом 1.

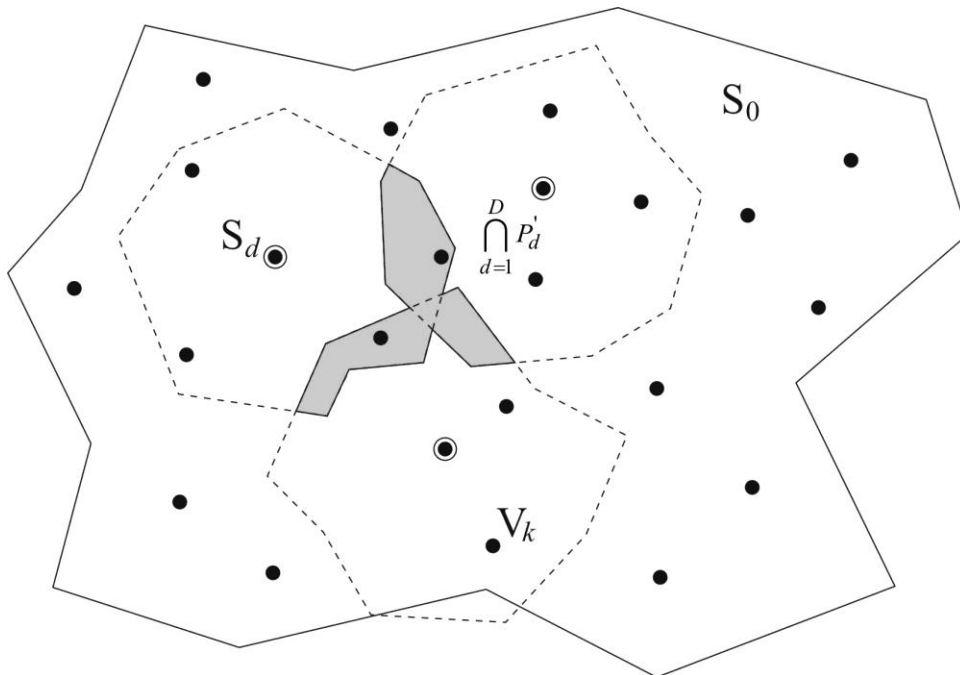


Рис. 5. Визначення області $\bigcap_{d=1}^D P'_d$

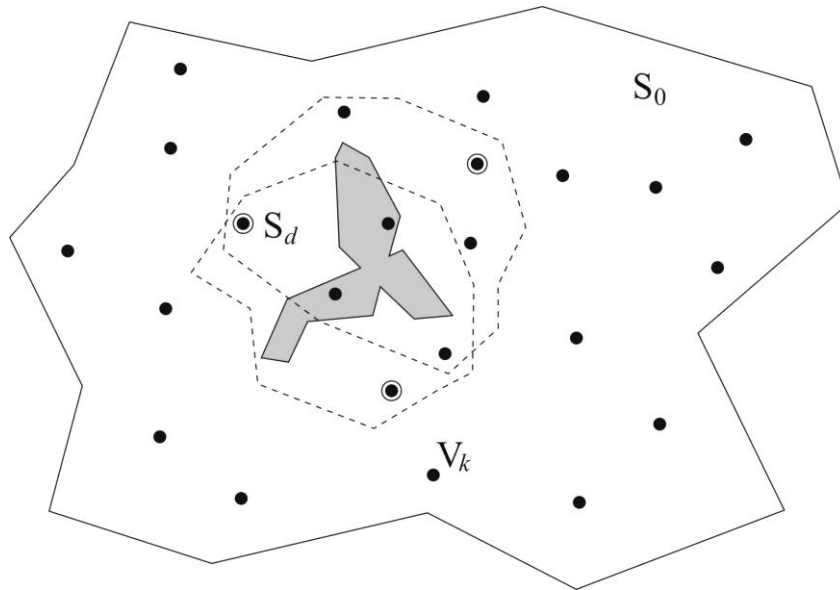


Рис. 6. Вибір припустимого місця розташування центру безпеки

Слід відзначити, якщо $\bigcap_{d=1}^D P_d' = \emptyset$, то спосіб 2 буде зведено до способу 1.

На рис. 7 наведено приклад покриття заданої області районами обслуговування центрів безпеки за допомогою способу 2.

Таким чином, задача оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами відноситься до класу задач комбінаторної оптимізації.

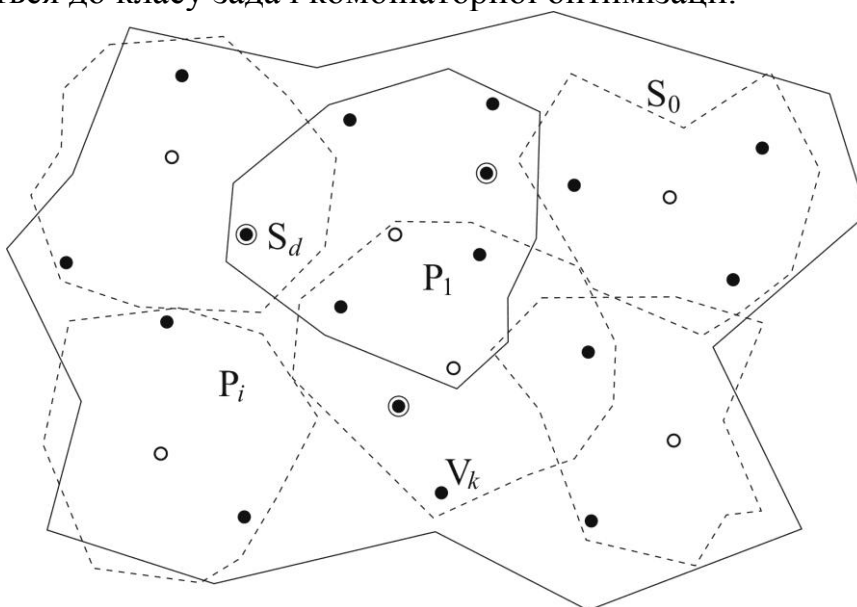


Рис. 7. Покриття заданої області за допомогою способу 2



При врахуванні місць розташування існуючих оперативно-рятувальних підрозділів P_q , $q=1, \dots, N_q$, із множини точок V_k , $k=1, \dots, N_k$, вилучаються ті, в яких вже розміщені зазначені підрозділи. Далі для розв'язання задачі оптимального покриття застосовується один з наведених вище способів.

Якщо задача (2)÷(8) або (2)÷(9) розв'язується з урахуванням обмеження (10), то умова $V_k \in \{P_i\}$; $i=1, \dots, N$; $k=1, \dots, N_k$, вилучається з моделі, при цьому визначається кількість центрів безпеки $N_{рес}$, що відповідає наявним ресурсам $Q_{рес}^*$. Далі здійснюється покриття заданої області за допомогою розробленого методу.

Таким чином, розроблені загальна модель та метод дозволять збільшити коефіцієнт покриття заданої області районами обслуговування центрів безпеки, що призведе до зниження інтегрального ризику для людини загинути внаслідок виникнення небезпечної події.

Висновки. В даній роботі розроблено загальну модель та метод оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами. Для обґрунтування актуальності створення загальної моделі та методу був проведений кореляційно-регресійний аналіз, який дозволив встановити зв'язок між коефіцієнтом покриття заданої області районами обслуговування центрів безпеки та часом реагування оперативних підрозділів на небезпечну подію. В свою чергу, час реагування впливає на рівень інтегрального ризику для людини загинути внаслідок виникнення небезпечної події, причому даний ризик є цільовою функцією загальної моделі.

Було досліджено особливості загальної моделі оптимального покриття для таких випадків, як врахування місць розташування існуючих оперативно-рятувальних підрозділів, а також врахування обмежених ресурсів на створення центрів безпеки. Розроблений метод оптимального покриття складається з двох способів, яким в роботі надано геометричну інтерпретацію. Розроблені загальна модель та метод дозволять збільшити коефіцієнт покриття заданої області районами обслуговування центрів безпеки, що призведе до зниження інтегрального ризику для людини загинути внаслідок виникнення небезпечної події. Подальші дослідження будуть спрямовані на визначення оцінки складності створеного методу, а також на розробку алгоритмічного та програмного забезпечення методу оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами.

*Література*

1. Розпорядження Кабінету Міністрів України від 25.01.2017 р. №61-р «Про схвалення Стратегії реформування системи Державної служби України з надзвичайних ситуацій» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/61-2017-p>.
2. Основы теории пожарных рисков и ее приложения [Текст]: монографія / [Н.Н. Брушлинский, С.В. Соколов, Е.А. Клепко и др.]. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2012. – 192 с.
3. Risk Management Practices in the Fire Service [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://apps.usfa.fema.gov/publications/display?id=1071>.
4. *Kravtsiv S.Ya.* . The analysis of integral risks of the territory of Ukraine /S.Ya.Kravtsiv, O.M.Sobol, A.V.Maksimov // Проблеми надзвичайних ситуацій: збірник наукових праць. – Харків: НУЦЗУ, 2016. – Вип. 23. – С. 53-60. – Режим доступу: <http://nuczu.edu.ua/sciencearchive/ProblemsOfEmergencies/vol23/Kravtsiv.pdf>.
5. *Кравців С.Я.* Групування адміністративно-територіальних одиниць України по рівню інтегрального пожежного ризику за допомогою кластерного аналізу /С.Я.Кравців, О.М.Соболь // Проблеми надзвичайних ситуацій. – Х.: НУЦЗУ, 2017. – Вип. 26. – С. 79-86.
6. *Соболь О.М.* Математична модель управління інтегральним пожежним ризиком та її особливості /О.М.Соболь, С.Я.Кравців // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2017. – № 3(62). – Т. 2. – С. 317-321.
7. *Комяк В.М.* Оптимізація покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками /В.М. Комяк, О.М.Соболь, А.А.Лісняк, В.О.Собина // Монографія. – Х.: НУЦЗУ, 2013.– 124 с.
8. ДБН 360-92**. Містобудування планування і забудова міських і сільських поселень [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://dnaop.com/html/29810/doc-%D0%94%D0%91%D0%9D_360-92__.
9. Постанова Кабінету Міністрів України від 27.11.2013 р. №874 «Про затвердження критеріїв утворення державних пожежно-рятувальних підрозділів (частин) Оперативно-рятувальної служби цивільного захисту в адміністративно-територіальних одиницях та переліку суб'єктів господарювання, де утворюються такі підрозділи (частини)» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/874-2013-%D0%BF#n10>.



МОДЕЛЬ И МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО ПОКРЫТИЯ НЕВЫПУКЛЫМИ МНОГОУГОЛЬНИКАМИ ЗАДАННОЙ ОБЛАСТИ С ДИСКРЕТНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В.М. Комяк, А.Н.Соболь, С.Я. Кравцив

Аннотация

В работе разработана общая модель и метод оптимального покрытия невыпуклыми многоугольниками заданной области с дискретными элементами с целью решения задачи минимизации риска для человека погибнуть вследствие возникновения опасных событий. Исследованы особенности общей модели и дана геометрическая интерпретация методу оптимального покрытия.

MODEL AND METHOD OF OPTIMAL COVERAGE BY NON- CONVEX POLYGONS OF A GIVEN AREA WITH DISCRETE ELEMENTS

V. Komyak, A. Sobol, S. Kravtsiv

Summary

In this paper a general model and method of optimal coverage of non-convex polygons of a given region with discrete elements are developed. To substantiate the relevance of creating the general model and method, a correlation-regression analysis was conducted, which allowed establishing a connection between the coverage factor of a given area by security centers and the time when the rescue units responded to a dangerous event. In turn, the response time affects the level of integral risk for a person to die due to the occurrence of a dangerous event, and this risk is the target function of the general model.

The features of the general model of optimal coverage were studied for such cases as taking into account the locations of existing rescue units, as well as taking into account the limited resources for the establishment of security centers. The developed method of optimal coverage consists of two methods, which are given a geometric interpretation in the work. The developed general model and method will allow increasing the coverage ratio of a given area by security centers, which will reduce the integral risk for a person to die due to the occurrence of a dangerous event. Further research will be aimed for determining the estimation of the complexity of the created method and development of algorithm and software for optimal coverage by non-convex polygons of a given region with discrete elements.