

- політехнічний інститут». Хімія, хімічна технологія та екологія. 2006.– 43. – С. 65-70
6. Абрамов Ю.О., Кіреєв О.О., Щербина О.М. Дослідження впливу товщини шару гелю на його вогнегасні властивості. „Пожежна безпека” 2006, № 8, с. 159-162.
 7. Романенко П.Н., Бубырь Н.Ф., Башкиров М.П. Теплопередача в пожарном деле. – М.: Высшая школа МВД СССР.1978 – 425 с.
 8. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981.- 486 с.
 9. Абдурагимов И.М., Говоров В.Ю., Макаров В.Е. Физико-химические основы развития и тушения пожаров. М.:ВИПТШ МВД СССР. 1980.–256с.
 10. Тарахно О.В., Шаршанов А.Я. Фізико–хімічні основи використання води в пожежній справі. Харків, 2004. – С. 252.

УДК 614. 84

*Абрамов Ю.А., д-р техн. наук, гл. науч. сотр., УГЗУ,
Тарасенко А.А., канд. техн. наук, докторант, УГЗУ*

ФОРМИРОВАНИЕ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ

Предложена аналитическая математическая модель поверхности, которая строится на основе повторной интерполяции на регулярной сетке по линиям уровня в виде бикубических сплайнов. Предложенная модель позволяет получать поверхности рельефа, концентрации химических и радиоактивных веществ в виде всюду гладкой функции двух переменных

Постановка проблемы. При планировании мероприятий по локализации и ликвидации ряда чрезвычайных ситуаций одним из основных источников информации являются карты изолиний. При загрязнении территории радиоактивными или химическими веществами это линии уровня радиации и концентрации. Возможность определения массы выброса загрязняющего вещества на основании карт изолиний позволяет повысить эффективность мероприятий, направленных на ликвидацию последствий

Формирование априорной информации для системы ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций

данной ЧС. Решение этой задачи возможно в случае получения модели концентрации в виде функции двух переменных.

Математически идентичной данной задаче является задача восстановления поверхности рельефа по линиям уровня. В связи с этим, не теряя общности, можно говорить об искомой поверхности как о поверхности рельефа.

Анализ последних исследований и публикаций. Получение вида поверхности рельефа на основании высотных отметок использовано в [1]. При этом вид поверхности чаще всего задается линейной аппроксимацией на нерегулярных треугольных областях (триангуляция Делоне [2], другие виды триангуляции [3]). Существенным недостатком этих методов есть сложность алгоритма, необходимость интерактивного вмешательства в процесс построения, негладкость получаемой поверхности. Эти факторы затрудняют описание процессов распространения, которые могут иметь место на моделируемой поверхности.

В работе [1] предложена аппроксимация поверхности гладкими биквадратными сплайнами [4]. Исходными данными при этом являются регулярные высотные отметки.

В то же время исходными данными о рельефе чаще всего являются карты линий уровня, не содержащие информации о регулярных высотных отметках. Задача получения модели поверхности на основании данных о линиях уровня не решена.

Поставленная задача является обратной к тривиальной задаче о построении линий уровня для известной поверхности, и, в отличие от последней, не имеет, в общем случае, точного решения.

Постановка задачи и ее решение. Целью работы является синтез аналитической модели поверхности на основании линий уровня.

$$A = \begin{bmatrix} z_1, \begin{bmatrix} [[x_{11}^1, y_{11}^1], [x_{12}^1, y_{12}^1]], \dots, [[x_{1N_1-1}^1, y_{1N_1-1}^1], [x_{1N_1}^1, y_{1N_1}^1]] \\ \dots \\ [[x_{11}^{J_1}, y_{11}^{J_1}], [x_{12}^{J_1}, y_{12}^{J_1}]], \dots, [[x_{1N_1-1}^{J_1}, y_{1N_1-1}^{J_1}], [x_{1N_1}^{J_1}, y_{1N_1}^{J_1}]] \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \\ z_I, \begin{bmatrix} [[x_{I1}^1, y_{I1}^1], [x_{I2}^1, y_{I2}^1]], \dots, [[x_{IN_I-1}^1, y_{IN_I-1}^1], [x_{IN_I}^1, y_{IN_I}^1]] \\ \dots \\ [[x_{I1}^{J_I}, y_{I1}^{J_I}], [x_{I2}^{J_I}, y_{I2}^{J_I}]], \dots, [[x_{IN_I-1}^{J_I}, y_{IN_I-1}^{J_I}], [x_{IN_I}^{J_I}, y_{IN_I}^{J_I}]] \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Пусть имеется информация о линиях уровня в виде векторизированной карты, заданной массивом A (1) на области Ω , где $[x_{in}^j, y_{in}^j]$, ($n = 1 \dots N_i^j, j = 1 \dots J_i, i = 1 \dots I$) - координата n -ой точки j -ой полилинии i -ой линии уровня; z_i - аппликата (высотная отметка) каждой из i -ой линии уровня; I - общее количество линий уровня; J_i - количество полилиний в i -ой линии уровня; N_i^j - количество точек в j -ой полилинии i -ой линии уровня. Необходимо на ее основании получить вид поверхности рельефа $S(x, y)$.

В векторизированных картах линии уровня задаются набором полилиний, чаще всего представляющих собой ломанные, длина которых зависит от локальной кривизны линии уровня, и звенья которой задаются координатами начала и конца. Каждая из линий уровня в общем случае, в силу ограниченности изображаемой области или наличия изолированных возвышенностей или впадин, может состоять из нескольких не связанных между собой полилиний. Полилинии могут быть замкнутыми (в этом случае их начало совпадает с концом), либо разомкнутыми (тогда они начинаются и заканчиваются на границах картографируемой области Ω).

Найдем уравнение прямых $y(x)$ и $x(y)$ для каждого n -ого звена каждой j -ой полилинии i -ой линии уровня, заданного в виде отрезка $[x_{in-1}^j, y_{in-1}^j], [x_{in}^j, y_{in}^j]$. Уравнения имеют вид

$$Y_{in}^j(x) = \frac{x(y_{in-1}^j - y_{in}^j) + x_{in-1}^j y_{in}^j - x_{in}^j y_{in-1}^j}{x_{in-1}^j - x_{in}^j}; \quad (2)$$

$$X_{in}^j(y) = \frac{y(x_{in-1}^j - x_{in}^j) + y_{in-1}^j x_{in}^j - y_{in}^j x_{in-1}^j}{y_{in-1}^j - y_{in}^j}. \quad (3)$$

Введем разбиение прямоугольной картографируемой области Ω , определенной в декартовой системе координат как $\Omega: X_{\min} \leq x \leq X_{\max}; Y_{\min} \leq y \leq Y_{\max}$, где $X_{\min} = \min\{x_{in}^j\}$; $X_{\max} = \max\{x_{in}^j\}$; $Y_{\min} = \min\{y_{in}^j\}$; $Y_{\max} = \max\{y_{in}^j\}$ и $n = 1 \dots N_i^j; j = 1 \dots J_i; i = 1 \dots I$ регулярной сеткой $\{x = x_s; y = y_t\}$, $s = 0 \dots S; t = 0 \dots T$. Не теряя общности можно положить ячейки сетки квадратными и $S = T$ для квадратной же области Ω и сместить

саму область так, чтобы $X_{\min} = Y_{\min} = 0$, введя переобозначения $X_{\max} - X_{\min} = X_{\max}$ и $Y_{\max} - Y_{\min} = Y_{\max}$.

Теперь найдем точки пересечения звеньев с линиями сетки. При этом учтем, что звенья линий уровня есть не прямые, а отрезки. Поэтому имеет смысл искать пересечения лишь с теми звеньями, для которых выполнены условия:

- - для пересечений с x_s : $x_{in-1}^j \leq x_s \leq x_{in}^j$, если $x_{in-1}^j < x_{in}^j$ или $x_{in}^j \leq x_s \leq x_{in-1}^j$, если $x_{in}^j < x_{in-1}^j$;

- - для пересечений с y_t : $y_{in-1}^j \leq y_t \leq y_{in}^j$, если $y_{in-1}^j < y_{in}^j$ или $y_{in}^j \leq y_t \leq y_{in-1}^j$, если $y_{in}^j < y_{in-1}^j$, где $n = 1 \dots N_i^j$; $j = 1 \dots J_i$; $i = 1 \dots I$; $s = 0 \dots S$; $t = 0 \dots T$.

Ординату $^k y_s$ пересечения отрезков, для которых выполнено первое условие, с прямыми x_s найдем, полагая в (2) $x = x_s$. Аналогично, подставляя в (3) $y = y_t$, найдем абсциссу $^p x_t$ пересечения отрезков, для которых выполнено условие пересечения с этими прямыми. Очевидно, что не каждый отрезок и не каждая линия уровня пересекается с каждой из линий сетки. Количество таких пересечений будет равно $K_s, s = 0 \dots S$ и $P_t, t = 0 \dots T$, соответственно для каждого из сечений $x = x_s$ и $y = y_t$. Соответствующие аппликаты точек пересечения обозначим $^k z_s$ и $^p z_t$.

Упорядочим точки пересечения по возрастанию в первом случае ординат, во втором - абсцисс. Тогда массивы

$$B_s = [x_s, ^k y_s, ^k z_s], k = 1 \dots K_s; \quad (4)$$

$$C_t = [^p x_t, y_t, ^p z_t], p = 1 \dots P_t \quad (5)$$

несут полную информацию о трехмерных координатах точек пересечения линий уровня с образующими сетки.

Рассмотрим массив B_s . Дополним множество точек (4) еще двумя граничными точками на концах каждого из интерполируемых интервалов $[0; Y_{\max}]$, полагая (за неимением другой информации) их координаты равными $(x_s; 0; ^1 z_s)$ и $(x_s; Y_{\max}; ^{K_s} z_s)$, т.е. присвоив им аппликаты соседних (по сечению $x = x_s$) линий уровня. Кроме того, в этих же точках будем полагать значения вторых производных вдоль соответствующих сечений равными 0. Эти до-

пушення позволяют провести процедуры натуральных интерполяций на полученных $K_s + 2$ ($s = 0 \dots S$) узлах, лежащих на сечении x_s , с помощью $K_s + 1$ -кусочных кубических сплайнов, заданных на интервалах $[{}^k y_s; {}^{k+1} y_s]$

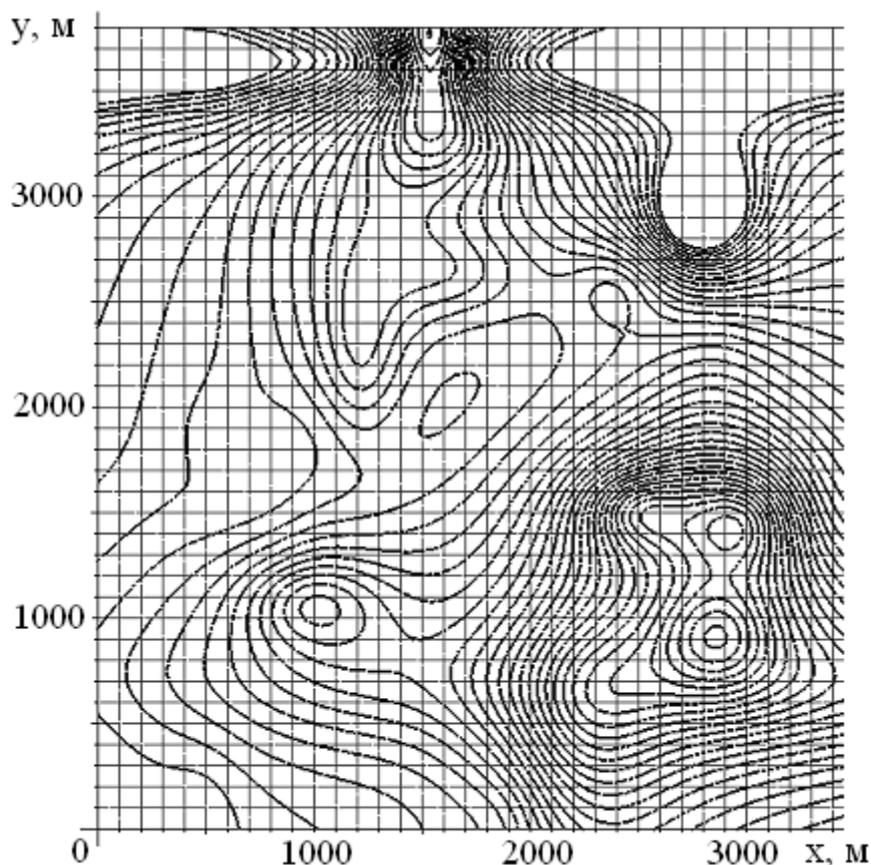


Рис. 1 – Разбиение области Ω регулярной сеткой $\{x = x_s; y = y_t\}$, $s = 0 \dots S; t = 0 \dots T$

$${}^k D_s(y) = {}^k z_s + \sum_{j=1}^3 {}^k c_s (y - {}^k y_s)^j, \quad (6)$$

где $k = 0 \dots K_s + 1$.

Для нахождения неизвестных коэффициентов ${}^k c_s$ необходимо решить [5] S систем уравнений (7)

$$\left. \begin{aligned} {}^{k+1}z_s &= {}^kz_s + {}_1^k c_s ({}^{k+1}y_s - {}^k y_s) + {}_2^k c_s ({}^{k+1}y_s - {}^k y_s)^2 + {}_3^k c_s ({}^{k+1}y_s - {}^k y_s)^3; \\ {}_1^{k+1} c_s &= {}_1^k c_s + 2 {}_2^k c_s ({}^{k+1}y_s - {}^k y_s) + 3 {}_3^k c_s ({}^{k+1}y_s - {}^k y_s)^2; \\ {}_2^{k+1} c_s &= {}_2^k c_s + 3 {}_3^k c_s ({}^{k+1}y_s - {}^k y_s); \\ 2 {}_2^1 c_s + {}_2^2 c_s &= 3 ({}^2 z_s - {}^1 z_s) / ({}^2 y_s - {}^1 y_s)^2; \\ 2 {}_2^{K_s+1} c_s + {}_2^{K_s} c_s &= -3 ({}^{K_s+1} z_s - {}^{K_s} z_s) / ({}^{K_s+1} y_s - {}^{K_s} y_s)^2, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $k = 0 \dots K_s + 1, s = 0 \dots S$.

Решив системы (7), для каждого s -ого сечения получим гладко сшитые кусочные функции

$$D_s(y) = \begin{cases} {}^0 D_s(y), & {}^0 y_s \leq y < {}^1 y_s; \\ \dots & \dots \\ {}^{K_s} D_s(y), & {}^{K_s} y_s \leq y < {}^{K_s+1} y_s. \end{cases} \quad (8)$$

Графики линий (8) будут близки к линиям сечения рельефа плоскостями $X = x_s, s = 0 \dots S$ (рис. 2-а).

Для сечений $Y = y_t, t = 0 \dots T$ аналогично получим сплайн-интерполяции вида

$$E_t(x) = \begin{cases} {}^1 E_t(x), & {}^1 x_t \leq x < {}^2 x_t; \\ \dots & \dots \\ {}^{P_t+1} E_t(x), & {}^{P_t+1} x_t \leq x < {}^{P_t+2} x_t. \end{cases} \quad (9)$$

Результат данной интерполяции приведен на рис. 2-б.

Очевидно, что узлы интерполяции, в силу их нерегулярности, не совпадают с узлами сетки. Поэтому вдоль границы ячейки сетки возможно получение не одного выражения, аппроксимирующего сечения, а двух и даже более (при большом периоде сетки). Чтобы избежать данной ситуации, произведем повторное интерполирование сплайнами, но уже на узлах регулярной сетки. Поскольку значения возвышений (аппликаты) в регулярных узлах неизвестны, то получим в каждом узле сетки $(x_s, y_t), s = 0 \dots S; t = 0 \dots T$ два значения ${}^D z_{st}$ и ${}^E z_{st}$ соответствующих функций $D_s(y)$ и $E_t(x)$, полагая

$${}^D z_{st} = D_s(y = y_t); \quad {}^E z_{st} = E_t(x = x_s), \quad (10)$$

где $s = 0 \dots S; t = 0 \dots T$.

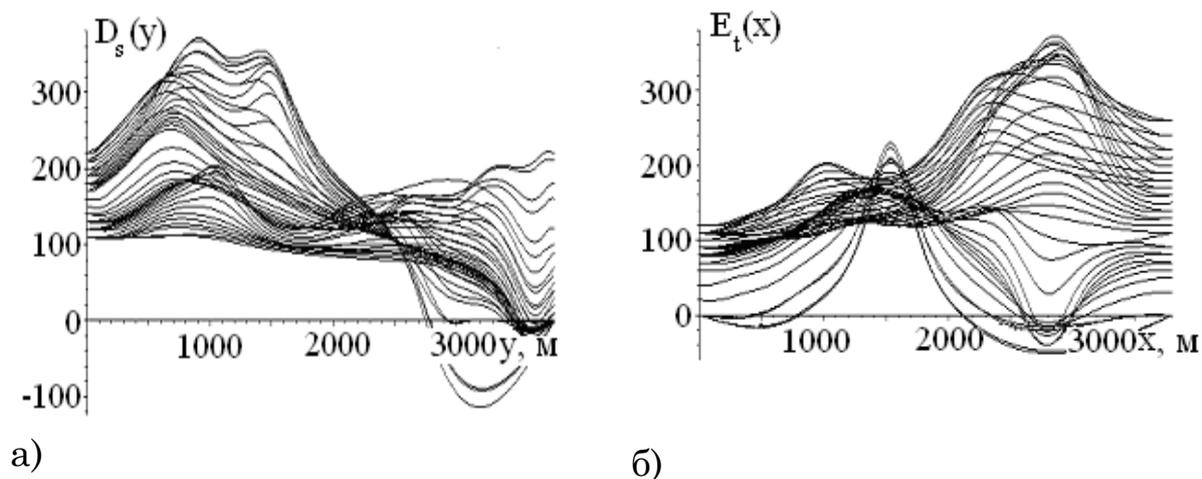


Рис.2 – Графики функций а) $D_s(y)$ и б) $E_t(x)$ - результат интерполяции на нерегулярных узлах – аппроксимация сечений рельефа плоскостями а) $X = x_s, s = 0 \dots S$; б) $Y = y_t, t = 0 \dots T$

Поскольку в общем случае ${}^D z_{st} \neq {}^E z_{st}$, то будем полагать, что значения возвышения z_{st} в узлах регулярной сетки равны среднему арифметическому

$$z_{st} = ({}^D z_{st} + {}^E z_{st}) / 2, \quad \forall s = 0 \dots S; t = 0 \dots T. \quad (11)$$

Перейдя к регулярным узлам, повторим процедуру сплайн-интерполяции, получив вдоль линий x_s и $y_t, s = 0 \dots S; t = 0 \dots T$ кубические $T - 1$ -кусочные функции $F_s(y)$ и $S - 1$ -кусочные функции $G_t(x)$. Графики данных функций (рис. 3) незначительно отличаются от графиков функций $D_s(y)$ и $E_t(x)$.

Зная функции, аппроксимирующие соответствующие сечения рельефа вдоль каждой из сторон ячейки, перейдем к двумерной сплайн-интерполяции непосредственно самой поверхности рельефа $S_{ts}(x, y)$ внутри каждой из ячеек.

Предложенный метод повторной интерполяции получения регулярных данных на основании линий уровня может быть ис-

пользован как для линейной, так и для нелинейной интерполяции поверхности внутри каждой ячейки сетки.

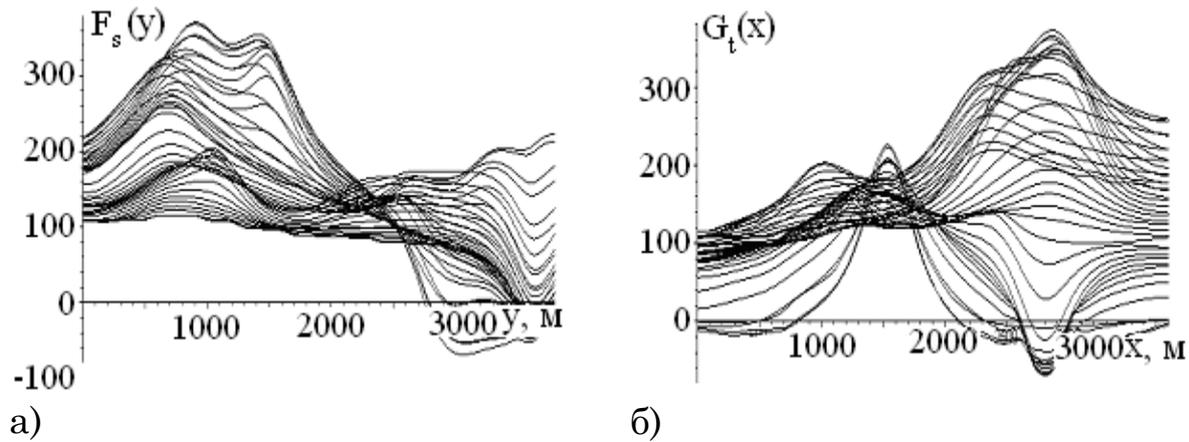


Рис. 3. Графики а) $F_s(y)$ и б) $G_t(x)$ - результат повторной интерполяции на регулярных узлах – аппроксимация сечений рельефа плоскостями а) $X = x_s, s = 0 \dots S$; б) $Y = y_t, t = 0 \dots T$

Предлагаемый в [4] подход позволяет получить бикубический полином

$$S_{ts}(x, y) = \sum_{u=1}^4 \sum_{v=1}^4 a_{uv}^{st} (x - x_s)^{v-1} (y - y_t)^{u-1}, \quad (12)$$

однозначно аппроксимирующий поверхность рельефа внутри ячейки, и который, в отличие от линейной интерполяции, обеспечивает гладкую сшивку с соседними полиномами вдоль линий $F_s(y)$ и $G_t(x)$, $s = 0 \dots S; t = 0 \dots T$.

Рассмотрим одну из ячеек Ω_{st} сетки, определенной как прямоугольник $[x_s; x_{s+1}] \times [y_t; y_{t+1}]$.

Пусть вдоль границ ячейки при $x = x_s$, $x = x_{s+1}$, $y = y_t$, $y = y_{t+1}$, соответственно, заданы функции ${}^t F_s(y)$, ${}^t F_{s+1}(y)$, ${}^s G_t(x)$, ${}^s G_{t+1}(x)$ (рис. 4). В предлагаемой интерпретации это сплайны – „кусочки” функций $F_s(y)$ и $F_{s+1}(y)$, $G_t(x)$ и $G_{t+1}(x)$. В вершинах ячейки заданы известные значения аппликат

$$\begin{aligned} S_{st}(x_s, y_t) &= z_{st}; S_{st}(x_{s+1}, y_t) = z_{s+1t}; \\ S_{st}(x_s, y_{t+1}) &= z_{st+1}; S_{st}(x_{s+1}, y_{t+1}) = z_{s+1t+1}. \end{aligned} \quad (13)$$

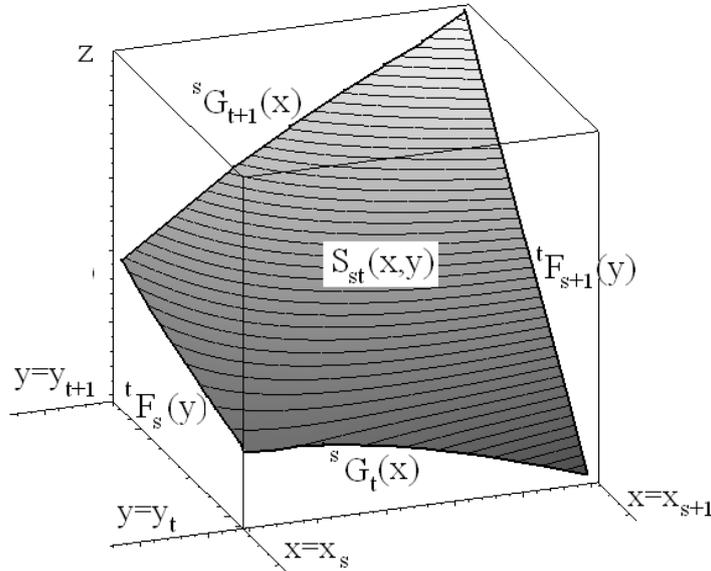


Рис. 4 – Ячейка сетки с интерполирующей поверхностью

На границах заданы известные функции

$$\begin{aligned} S_{st}(x_s, y) &= {}^tF_s(y); S_{st}(x_{s+1}, y) = {}^tF_{s+1}(y); \\ S_{st}(x, y_t) &= {}^sG_t(x); S_{st}(x, y_{t+1}) = {}^sG_{t+1}(x). \end{aligned} \quad (14)$$

Данные функции определяют значения частных производных вдоль сторон ячейки в ее вершинах

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x} \right|_{x_s, y_t} &= \left[{}^sG_t(x) \right] \Big|_{x_s}; \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x} \right|_{x_s, y_{t+1}} = \left[{}^sG_{t+1}(x) \right] \Big|_{x_s}; \\ \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x} \right|_{x_{s+1}, y_t} &= \left[{}^sG_t(x) \right] \Big|_{x_{s+1}}; \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x} \right|_{x_{s+1}, y_{t+1}} = \left[{}^sG_{t+1}(x) \right] \Big|_{x_{s+1}}; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial y} \right|_{x_s, y_t} &= \left[{}^tF_s(y) \right] \Big|_{x_s}; \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial y} \right|_{x_s, y_{t+1}} = \left[{}^tF_s(y) \right] \Big|_{y_{t+1}}; \\ \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial y} \right|_{x_{s+1}, y_t} &= \left[{}^tF_{s+1}(y) \right] \Big|_{y_t}; \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial y} \right|_{x_{s+1}, y_{t+1}} = \left[{}^tF_{s+1}(y) \right] \Big|_{y_{t+1}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Дополним данные выражения значениями смешанной производной в вершинах ячейки, полагая их равными 0, что является “мягким” допущением, означающим отсутствие кривизны в узлах сетки в направлении диагоналей ячеек

$$\left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x \partial y} \right|_{x_s y_t} = \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x \partial y} \right|_{x_{s+1} y_t} = \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x \partial y} \right|_{x_s y_{t+1}} = \left. \frac{\partial S_{st}(x, y)}{\partial x \partial y} \right|_{x_{s+1} y_{t+1}} = 0. \quad (17)$$

Подставив (12) в (13)-(17), получим систему уравнений (18) относительно неизвестных коэффициентов $a_{uv}, u = 1..4; v = 1..4$.

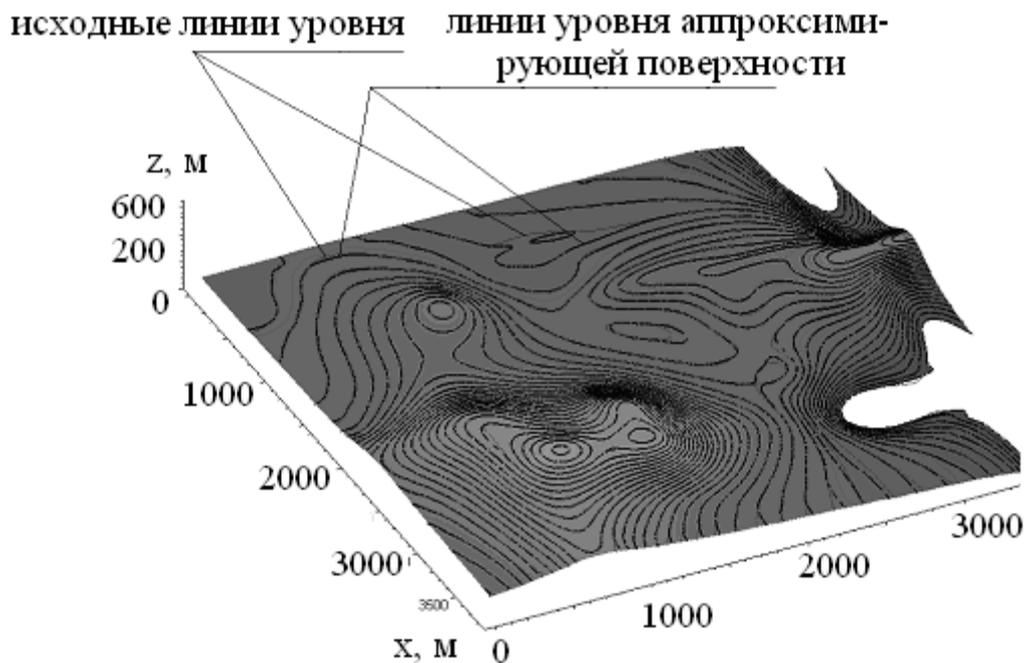


Рис. 5 – Результат аппроксимации поверхности рельефа по линиям уровня

Решение системы (18) при каждом $s = 0..S - 1$ и $t = 0..T - 1$ позволяет получить гладкую двумерную кубическую сплайн-интерполяцию $S(x, y) = \{S_{st}(x, y)\}_{s=0..S-1, t=0..T-1}$ (рис. 5) поверхности рельефа $Z = z(x, y)$, которая будет определяться $16 \times S \times T$ коэффициентами.

$$\begin{aligned}
 & a_{11}^{st} = z_{st}; \\
 & a_{11}^{st} + a_{12}^{st}\Delta x + a_{13}^{st}\Delta x^2 + a_{14}^{st}\Delta x^3 = z_{s+1t}; \\
 & a_{11}^{st} + a_{21}^{st}\Delta y + a_{31}^{st}\Delta y^2 + a_{41}^{st}\Delta y^3 = z_{st+1}; \\
 & a_{11}^{st} + a_{12}^{st}\Delta x + a_{13}^{st}\Delta x^2 + a_{14}^{st}\Delta x^3 + a_{21}^{st}\Delta y + a_{22}^{st}\Delta x\Delta y + a_{23}^{st}\Delta x^2\Delta y + \\
 & + a_{24}^{st}\Delta x^3\Delta y + a_{31}^{st}\Delta y^2 + a_{32}^{st}\Delta x\Delta y^2 + a_{33}^{st}\Delta x^2\Delta y^2 + a_{34}^{st}\Delta x^3\Delta y^2 + \\
 & a_{41}^{st}\Delta y^3 + a_{42}^{st}\Delta x\Delta y^3 + a_{43}^{st}\Delta x^2\Delta y^3 + a_{44}^{st}\Delta x^3\Delta y^3 = z_{s+1t+1}; \\
 & a_{12}^{st} = [g_t(x)] \Big|_{x_s}; \\
 & a_{12}^{st} + a_{22}^{st}\Delta y + a_{32}^{st}\Delta y^2 + a_{42}^{st}\Delta y^3 = [g_{t+1}(x)] \Big|_{x_s}; \\
 & a_{12}^{st} + 2a_{13}^{st}\Delta x + 3a_{14}^{st}\Delta x^2 = [g_t(x)] \Big|_{x_{s+1}}; \\
 & a_{12}^{st} + 2a_{13}^{st}\Delta x + 3a_{14}^{st}\Delta x^2 + a_{22}^{st}\Delta y + 2a_{23}^{st}\Delta x\Delta y + 3a_{24}^{st}\Delta x^2\Delta y + a_{32}^{st}\Delta y^2 + \\
 & + 2a_{33}^{st}\Delta x\Delta y^2 + 3a_{34}^{st}\Delta x^2\Delta y^2 + a_{42}^{st}\Delta y^3 + 2a_{43}^{st}\Delta x\Delta y^3 + 3a_{44}^{st}\Delta x^2\Delta y^3 = \\
 & = [g_{t+1}(x)] \Big|_{x_{s+1}}; \\
 & a_{21}^{st} = [f_s(y)] \Big|_{x_s}; \\
 & a_{21}^{st} + 2a_{31}^{st}\Delta y + 3a_{41}^{st}\Delta y^2 = [f_s(y)] \Big|_{y_{t+1}}; \\
 & a_{21}^{st} + a_{22}^{st}\Delta x + a_{23}^{st}\Delta x^2 + a_{24}^{st}\Delta x^3 = [f_{s+1}(y)] \Big|_{y_t}; \\
 & a_{21}^{st} + a_{22}^{st}\Delta x + a_{23}^{st}\Delta x^2 + a_{24}^{st}\Delta x^3 + 2a_{31}^{st}\Delta y + 2a_{32}^{st}\Delta x\Delta y + 2a_{33}^{st}\Delta x^2\Delta y + \\
 & + a_{34}^{st}\Delta x^3\Delta y + 3a_{41}^{st}\Delta y^2 + 3a_{42}^{st}\Delta x\Delta y^2 + 3a_{43}^{st}\Delta x^2\Delta y^2 + 3a_{44}^{st}\Delta x^3\Delta y^2 = \\
 & = [f_{s+1}(y)] \Big|_{y_{t+1}}; \\
 & a_{22}^{st} = 0; \\
 & a_{22}^{st} + 2a_{33}^{st}\Delta x + 3a_{24}^{st}\Delta x^2 = 0; \\
 & a_{22}^{st} + 2a_{32}^{st}\Delta y + 3a_{42}^{st}\Delta y^2 = 0; \\
 & a_{22}^{st} + 2a_{23}^{st}\Delta x + 3a_{24}^{st}\Delta x^2 + 2a_{32}^{st}\Delta y + 4a_{33}^{st}\Delta x\Delta y + 6a_{34}^{st}\Delta x^2\Delta y + 3a_{42}^{st}\Delta y^2 + \\
 & + 6a_{43}^{st}\Delta x\Delta y^2 + 9a_{44}^{st}\Delta x^2\Delta y^2 = 0.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Таким образом, решена задача получения функции поверхности рельефа на основании данных о линиях уровня.

Аналогично решается задача получения уравнения поверхности концентрации $C(x, y)$, зная которую можно решить задачу определения массы M выброса загрязняющего вещества

$$M = \iint_{\Omega} C(x, y) dx dy = \sum_{s=0}^{S-1} \sum_{t=0}^{T-1} \iint_{\Omega_{st}} C_{st}(x, y) dx dy. \quad (19)$$

Выводы. Предложена модель поверхности (функции двух переменных) в виде бикубического сплайна, заданного на регулярной сетке. Исходной информацией являются линии уровня моделируемой функции. Прикладное значение предложенной модели состоит в возможности получения уравнения поверхности рельефа или поверхности концентрации загрязняющих веществ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Представление рельефа земной поверхности в геоинформационных системах // Геоинформатика-2000: Труды МНПК. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 110-118.
2. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. – 128 с.
3. Скворцов А.В., Костюк Ю.Л. Применение триангуляции для решения задач вычислительной геометрии // Геоинформатика: Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 127-138.
4. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. – М.: Мир, 1972. – 316 с.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1981. – 718 с.