

Досліджена геометрична модель нового способу розкриття в умовах невагомості багатоланкової стержневої конструкції, елементи якої з'єднані подібно багатоланковому маятнику. Розкриття ланок конструкції відбувається завдяки впливу імпульсів піротехнічних реактивних двигунів на їх кінцеві точки. Опис динаміки одержаного інерційного розкриття багатоланкової стержневої конструкції виконано за допомогою рівняння Лагранжа другого роду. Результати призначено для використання при проектуванні систем розкриття великогабаритних конструкцій в умовах невагомості, наприклад, силових каркасів для сонячних дзеркал чи космічних антен

Ключові слова: стержнева конструкція, процес розкриття у космосі, багатоланкова стержнева конструкція, рівняння Лагранжа другого роду

Исследована геометрическая модель нового способа раскрытия в условиях невесомости многозвенной стержневой конструкции, элементы которой соединены подобно многозвенному маятнику. Раскрытие звеньев конструкции происходит благодаря воздействию импульсов пиротехнических реактивных двигателей на конечные точки их звеньев. Описание динамики полученного инерционного раскрытия многозвенной стержневой конструкции выполнено с помощью уравнения Лагранжа второго рода. Результаты предназначены для использования при проектировании систем раскрытия крупногабаритных конструкций в условиях невесомости, например, силовых каркасов для солнечных зеркал или космических антенн

Ключевые слова: стержневая конструкция, процесс раскрытия в космосе, многозвенная стержневая конструкция, уравнение Лагранжа второго рода

1. Вступ

Розвиток космічних технологій у провідних країнах світу потребує спорудження великогабаритних конструкцій

як силових каркасів космічних антен, дзеркал та інших орбітальних інфраструктур [1]. При цьому на підготовлені стержневі конструкції закріплюються відбивальні поверхні, виготовлені, або з відбиваючого світло полотна –

УДК 514.18

DOI: 10.15587/1729-4061.2018.126693

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМИ БАГАТОЛАНКОВОЇ СТЕРЖНЕВОЇ КОНСТРУКЦІЇ У НЕВАГОМОСТІ ПІД ВПЛИВОМ ІМПУЛЬСІВ НА КІНЦЕВІ ТОЧКИ ЇЇ ЛАНОК

Л. М. Куценко

Доктор технічних наук, професор*

E-mail: leokuts@i.ua

О. М. Семків

Доктор технічних наук, проректор

Кафедра наглядово-профілактичної діяльності**

Л. Л. Запольський

Кандидат технічних наук, старший науковий співробітник

Науково-організаційний відділ

Український науково-дослідний інститут цивільного захисту

вул. Рибальська, 18, м. Київ, Україна, 01011

О. В. Шоман

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри***

Н. П. Ісмаїлова

Доктор технічних наук, доцент

Кафедра інженерної механіки

Військова академія

вул. Фонтанська дорога, 10, м. Одеса, Україна, 65009

С. В. Васильєв

Кандидат технічних наук, доцент*

І. Ю. Адашевська

Кандидат технічних наук, доцент***

В. Я. Даниленко

Доцент

Кафедра інженерної та комп'ютерної графіки

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, Україна, 61002

А. Ю. Побідаш

Кандидат психологічних наук, старший науковий співробітник**

*Кафедра інженерної та аварійно-рятувальної техніки**

**Національний університет цивільного захисту України

вул. Чернишевська, 94, м. Харків, Україна, 61023

***Кафедра геометричного моделювання та комп'ютерної графіки

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут»

вул. Кирпичова, 2, м. Харків, Україна, 61002

для космічних дзеркал, або з металевих дротів (сіткополотна) – для космічних антен. Ці об'єкти є унікальними за земними масштабами. Адже розміри космічних антен для наддовгих хвиль можуть вимірюватися сотнями метрів, а площі дзеркал для нічного освітлення населених пунктів з космосу відбитими сонячними променями можуть становити квадратні кілометри. Значною буде і площа так званого сонячного паруса, який розглядається як можливий рушій при космічних перельотах у майбутньому. Необхідність спорудження цих та інших космічних об'єктів [2–4] спонукає розробку технологій спорудження великогабаритних космічних об'єктів. Серед них важливе місце займають силові каркаси стержневих конструкцій. Після доставки на орбіту вони мають вигляд комбінації прямолінійних стержнів, скріплених між собою як елементи багатоланкового стержневої конструкції. За існуючими технологіями великогабаритні конструкції після доставки на орбіту повинні шляхом розкриття набути запланованої конструктором форми. Порівняно просто це можливо реалізувати для стержневої конструкції саме у вигляді багатоланкового стержневої конструкції.

Керування розкриттям великогабаритних конструкцій у невагомості є складною науково-технічною задачею механіки, яка не має аналогів у наземній техніці. Створення великогабаритних конструкцій, що трансформуються у космосі, пов'язано з рішенням ряду проблем техніки і механіки, обумовлених унікальністю об'єктів. Характерною рисою для них є поєднання суперечливих вимог стосовно суттєвого збільшення габаритних розмірів і забезпечення достатньої жорсткості при досить обмеженій масі силового каркаса [5].

Для конструкції у вигляді багатоланкової стержневої системи досліджувати механіку процесу розкриття доцільно на основі варіаційного принципу динаміки Лагранжа. При цьому слід користуватись поняттями кінетичної й потенціальної енергії механічної системи. Для розрахунків геометричної форми послідовних фаз розкриття «маятнікоподібних» стержневих конструкцій слід використати, в першу чергу, наукові дослідження, присвячені динаміці багатоланкових маятників [6–8]. На практиці це виглядає як складання та розв'язання рівнянь Лагранжа другого роду руху механічної системи відносно узагальнених координат багатоланкового маятника та графічного трактування одержаних розв'язків.

В результаті виникає питання про адаптування до невагомості процесу коливання багатоланкового маятника як основи геометричної моделі розкриття багатоланкової стержневої конструкції орбітального об'єкта. Відповідь на нього можна знайти у роботах, присвячених можливості застосування рівнянь Лагранжа другого роду для механічних систем у невагомості [9]. Формально вважається, що розрахунки стосовно трансформування у часі механічних стержневих конструкцій у невагомості можна виконувати, користуючись лише поняттями їх кінетичних енергій. Тобто при складанні рівнянь Лагранжа другого роду потенціальну енергію механічної системи можна вважати «нульовою». Такий формальний підхід далі застосовано при розробці та дослідженні геометричних моделей розкриття космічних стержневих конструкцій у вигляді різновидів багатоланкових маятників як консервативних систем. Тобто приймається, що після ініціювання коливань, величина кінетичної енергії є незмінною (для малих проміжків часу).

Отже, для практичних впроваджень доцільні дослідження способу розкриття у невагомості великогабаритних

стержневих конструкцій, елементи яких будуть поєднані подібно багатоланковому маятнику. На орбіту комплекти стержнів доставляються у складеному вигляді (касети), після чого необхідно виконати операцію її розкриття для надання робочої форми всій просторовій стержневій конструкції. Розрахунок стержневих конструкцій такого класу пропонується здійснювати на основі Лагранжевої динаміки багатоланкових маятників як консервативної системи. Це дозволить одержати геометричні моделі послідовних фаз розкриття стержневих конструкцій з врахуванням динамічних властивостей. Застосування таких моделей на етапі проектування при подальших дослідженнях допоможе розрахувати параметри функціонування конструкції в цілому.

На актуальність обраної теми вказує необхідність вибору та дослідження можливого рушія процесу розкриття стержневої конструкції маятнікового типу. Пропонується використати імпульсні піротехнічні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок стержневої конструкції. Вони набагато легші і дешевші порівняно, наприклад, з електродвигунами або пружинними пристроями. Особливо це важливо, коли на орбіті процес розкриття конструкції планується здійснити лише один раз. Найчастіше саме одноразово використовуються на орбіті рушії процесу розкриття стержневих конструкцій.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Для обґрунтування вибору конструктивних параметрів елементів системи розкриття й підтвердження надійності цього процесу потрібне проведення детального математичного моделювання з використанням ефективної геометричної моделі. У роботі [10] розглядається методика моделювання динамічного процесу розкриття стержневого каркасу космічного базування рефлектора антени, що трансформується. При цьому використовується програмний комплекс на базі моделювання методом кінцевих елементів. Особливістю задачі є можливість врахування деформації всіх елементів конструкції при значній зміні конфігурації. Тобто рушієм процесу розкриття можна вважати пружні властивості елементів, геометричною формою яких важко керувати у випадку великих розмірів конструкції. В роботі [11] описано математичні моделі механізмів розкриття, тросової синхронізації, гальмування й фіксації панелей. Визначаються інтегральні динамічні характеристики й характеристики навантаження елементів сонячної батареї. Але в таких моделях механізмів розкриття не використовується інерційний спосіб трансформування великогабаритних сонячних батарей, а перевага віддається тросовій синхронізації, що складно реалізується для великогабаритних конструкцій.

При дослідженні розкриття конструкцій типу багатоланкового маятника увагу привертає спосіб забезпечення необхідного кінцевого розташування його ланок обмеженим моментом, прикладеним до першої ланки. У роботі [12] побудовано закон керування багатоланковим маятником на площині в околиці заданого положення рівноваги у формі зворотного зв'язку. Це дозволяє приводити маятник за кінцевий час у положення рівноваги обмеженим моментом, прикладеним до першої ланки. Ефективність отриманого закону керування продемонстрована на прикладі комп'ютерного моделювання динаміки триланкової стержневої конструкції. Дається обґрунтування застосовності отриманого закону керування нелінійним багатоланковим

маятником. Але такі роботи орієнтовані переважно на керуванням рівновагою оберненого маятника на візку у полі земного тяжіння.

На практиці більш вживаними є каркасні тросові системи розкриття. У роботах [13, 14] наведені математичні моделі процесу розкриття багатоланкової каркасної конструкції сонячної батареї із тросовою системою синхронізації. На рис. 1 представлена схема розкриття конструкції [13], де за допомогою електродвигунів та тросів здійснюється синхронізація зміни величин кутів між суміжними ланками.

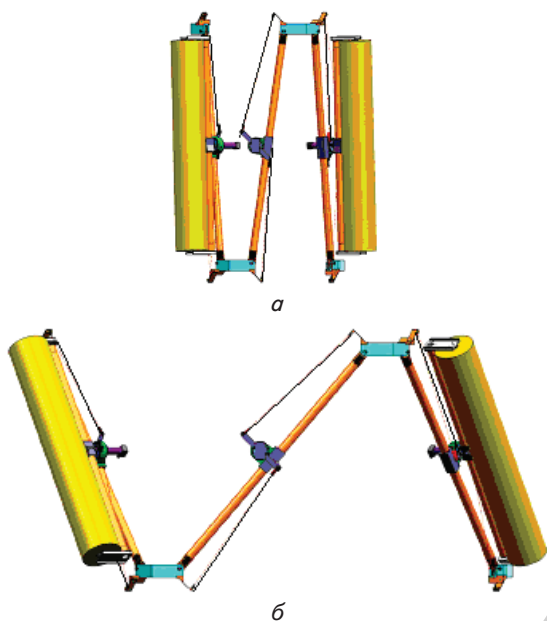


Рис. 1. Схема конструкції з тросовою системою розкриття [13]: а – у нерозкритому стані; б – у розкритому стані

При цьому на основі аналізу кінематичної схеми системи розкриття необхідно обрати розміри радіусів роликів і передатного відношення двох типів шестерних механізмів, що забезпечують задану послідовність фіксації ланок. Для дослідження процесу розкриття сонячної батареї використане рівняння Лагранжа другого роду [14]. Застосування тросової системи розкриття на практиці обмежено розмірами конструкції та необхідністю синхронізувати дію електродвигунів, що є самостійною задачею при великій кількості ланок. Для чисельного аналізу процесу розкриття конструкцій, що трансформуються, використовують можливості сучасних пакетів моделювання динаміки механічних систем. Робота [15] присвячена методу розрахунку великогабаритних конструкцій, що розкриваються, з використанням програмних комплексів MSC.Software. В роботі [16] наведено приклад розрахунку розкриття за допомогою комплексу автоматизованого динамічного аналізу багатокомпонентних механічних систем EULER. Але зазначені програмні продукти не розраховані без відповідних надбудов на реалізацію інерційного способу розкриття багатоланкових конструкцій. Інші варіанти систем розкриття наведені у огляді літератури [17]. Але там відсутня інформація про інерційний спосіб розкриття багатоланкових стержневих конструкцій і перевага віддається тросовим системам, про недоліки яких йшлося раніше.

Прототипом розглянутого у роботі способу розкриття багатоланкової стержневої конструкції є тросова система.

Виконаний огляд літературних джерел показав, що існуючі схеми розкриття тросових систем є надто складними для реалізації у випадку великих розмірів ланок (порядку десятків метрів). Цей висновок базується на необхідності синхронізації та комутації електродвигунів для регулювання величин кутів в вузлах конструкцій з метою надання багатоланковій конструкції розрахованої геометричної форми. Це є самостійною задачею, розв'язувати яку доцільно з позицій динаміки стержневих конструкцій [18, 19]. Крім того, ідея застосування багатоланкових стержневих конструкцій має перспективу розвитку, якщо врахувати новітні технології SpiderFab виготовлення безпосередньо у космосі ланок стержневих конструкцій як елементів великогабаритних конструкцій [20].

У роботах [21, 22] започатковано геометричну модель розкриття на уявній площині у невагомості стержневої конструкції як багатоланкового маятника. Вважалося, що рушіями розкриття є імпульсні піротехнічні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок. Для спрацювання датчиків замків фіксації положення суміжних ланок стержневої конструкції у розкритому стані пропонується використовувати поперечні рухи вузлів (тремор) на заключних фазах розкриття стержневої конструкції. Проведені тестові розрахунки показали можливості застосування багатоланкових стержневих конструкцій з спільною точкою кріплення. Не дослідженими залишилися питання впливу можливої похибки величини імпульсу на реалізацію розкриття розрахованої форми, а також конкретизації типів стержневих конструкцій для одержання прийнятних схем розкриття. В роботах [23, 24] наведено спосіб спорудження у невагомості сіткополотна, призначеного для антен наддовгих хвиль. Стежки сіткополотна одержуються за допомогою циклічних траєкторій кінцевого вантажу при розкритті подвійної стержневої конструкції. В цьому напрямку доцільними будуть дослідження вибору параметрів стержневих конструкцій для одержання необхідних форм циклічних траєкторій кінцевих точок. В роботі [25] наведено ілюстрації деяких положень, які сприятимуть розумінню результатів даної статті.

Для порівняння з одержаними в даній статті результатами наведемо [26, 27] деякі схеми розкриття стержневих конструкцій. Але відомі конструкції і технології їх розкриття є набагато складніші порівняно з розглянутими в даній статті. На сайті [28] наведено фільм, присвячений способу ініціювання коливань стержневої конструкції в невагомості.

В результаті огляду літературних джерел [10–28] були виявлені питання, ще не досліджені іншими авторами, що дозволило сформулювати наступну проблему досліджень. Для реалізації ідеї розгортання багатоланкових великогабаритних конструкцій у невагомості необхідно дослідити інерційну систему розкриття на прикладах конкретних стержневих конструкцій, де ініціювання їх розкриття у просторі здійснюється імпульсами піротехнічних реактивних двигунів, які впливають на певні вузлові елементи конструкції. Необхідно проаналізувати прояви можливих похибок величин імпульсів на геометричну форму розташування ланок стержневої конструкції, одержану в результаті її розкриття. А також розглянути питання гальмування та фіксації елементів багатоланкової конструкції в наперед розрахованому розгорнутому стані. При цьому наявність протяжних ланок конструкції не повинна принципово впливати на загальність реалізації інерційного способу розкриття.

3. Ціль та задачі дослідження

Метою роботи є розвиток геометричної моделі розкриття багатоланкової стержневої конструкції в умовах невагомості. Стержнева конструкція отожднюється з багатоланковим маятником, який рухається на уявній площині. Для ініціювання руху конструкції пропонується використати імпульсні піротехнічні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок конструкції.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- розв'язати систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису в невагомості фаз руху елементів конкретних різновидів багатоланкових стержневих конструкцій;
- для моделювання дії імпульсних реактивних двигунів розробити схему ініціювання руху багатоланкової стержневої конструкції шляхом впливу імпульсів двигунів на кінцеві точки ланок конструкції;
- дослідити допустиму похибку величини імпульсу для ініціювання розгортання багатоланкової стержневої конструкції з інерційною системою розкриття за умови одержання необхідного розташування її ланок;
- за допомогою комп'ютерної анімації спрогнозувати у часі взаємне розташування елементів багатоланкової стержневої конструкції та визначити на цій базі необхідний момент фіксації взаємного положення стержнів за допомогою спеціального «стоп-коду»;
- визначити параметри та початкові умови ініціювання коливальних двохланкової стержневої конструкції для одержання циклічної траєкторії кінцевої точки другої ланки;
- навести тестові приклади розкриття деяких варіантів багатоланкових стержневих конструкцій у невагомості.

4. Розробка геометричної моделі процесу розкриття у невагомості стержневих конструкцій як багатоланкових стержневих конструкцій

4.1. Пояснення загальної схеми процесу розкриття стержневих конструкцій

Серед можливих конфігурацій багатоланкових стержневих конструкцій з нерухомою точкою кріплення розглянемо їх різновиди двох типів: лінійні – подвійні та чотириланкові конструкції, а також нелінійні двохланкові – магдебурзький та Томсона-Тета. Нерухомість точки кріплення стержневої конструкції забезпечується завдяки її приєднання до космічного апарату, маса якого на порядки більша сумарної маси вантажів у вузлах. Оскільки маса космічного апарату набагато більша за масу двохланкової стержневої конструкції, то його орієнтація стабілізується.

Терміном «магдебурзький» названо конструкцію, яка нагадує маятник, що експонується в музеї «Вежа Століття» у німецькому місті Магдебург [29] для демонстрації хаотичних коливань. Терміном «Томсона-Тета» названо маятникову конструкцію, описану в роботі [30] і призначену для пояснення зв'язків симетрії функції Лагранжа із законами збереження.

Для лінійних стержневих конструкцій вважається, що перша ланка своїм початком кріпиться до нерухомої точки, а до кінцевої точки приєднується початок другої ланки. Наступні ланки стержневої конструкції кріпляться своїм початком до кінцевих точок попередніх ланок. Відмінність нелінійних стержневих конструкцій полягає у можливості

існування «дочірніх» конструкцій з початковими точками у вузлах «материнської» стержневої конструкції.

Далі вважатимемо, що циліндричні шарніри у вузлах стержневих конструкцій забезпечують їх розкриття лише у межах абстрактної площини, яка проходить через нерухому точку конструкції. На практиці при реалізації розглянутої схеми розкриття стержневої конструкції виникатимуть дві ключові технологічні проблеми – вибору способів активізації та зупинки процесу розкриття. Тобто вибір рушійних сил як засобів ініціювання розкриття стержневих конструкцій у невагомості. А також спосіб фіксації кутів між ланками механізмами циліндричних шарнірів у разі досягнення просторового розташування, передбаченого конструктором. Тобто обрання моменту часу для подачі сигналу гальмування розкриття спеціальними пристроями, вмонтованими у циліндричні шарніри.

Як можливі варіанти засобів ініціювання розкриття стержневої конструкції можна розглянути різноманітні блоки (пристрої), розташовані у вузлових циліндричних шарнірах. По-перше – це крокові електродвигуни, за допомогою яких можна слідкувати за зміною кутів між ланками стержневої конструкції і фіксувати їх положення. По-друге – це застосування різноманітних пружних елементів та металів з «термічною пам'яттю», запрограмованих на певну послідовність дій. І по-третє – це використання відцентрових сил для зміни просторового розташування ланок стержневої конструкції при обертанні її навколо нерухомої точки кріплення.

Теоретично такі способи спроможні реалізувати розкриття космічних об'єктів типу багатоланкових стержневих конструкцій. Але вибір блоків розкриття та гальмування має залежати від дотримання певних умов, які забезпечать безвідмовне функціонування. Серед головних – спроможність зазначених блоків протидіяти перевантаженням в процесі доставки на орбіту. При використанні крокових електродвигунів необхідне забезпечення живленням струмом та здійснення комутації їх роботи. Для виконання разового розкриття стержневої конструкції (як найбільш ймовірного) така технологія буде надто коштовною. Крім того, перед «запуском» розкриття необхідно виконати певні дії по розконсервуванню та тестуванню конструкції.

Все це спонукало обрати інший варіант вибору рушійних сил для ініціювання розкриття «маятниковоподібних» стержневих конструкцій. А саме, використовувати імпульсні реактивні двигуни (типу піропатронів), встановлених на кінцевих точках ланок стержневої конструкції. Зазначимо, що піротехнічні пристрої вже використовуються в космічних технологіях. Наприклад, у НАСА піротехнічні патрони застосовуються для «розколу» гайок при необхідності миттєвих розстикуваннях орбітальних об'єктів [31].

Кожний імпульсний піротехнічний реактивний двигун повинен забезпечити розраховану для нього величину імпульсу. Крім того, реактивні двигуни повинні закріплюватися так, щоб дія була спрямована по нормалі до відповідної ланки. Цю ідею пояснимо на тривіальному прикладі подвійної стержневої конструкції. Для цього оберемо уявну площину з декартовими координатами Oxy , на якій в умовах невагомості буде переміщуватися з двох невагомих нерозтяжних стержнів довжин L_1 і L_2 , шарнірно з'єднаних між собою вузловим циліндричним шарніром. На кінцях стержнів закріплено вантажі з масами m_1 і m_2 (рис. 2).

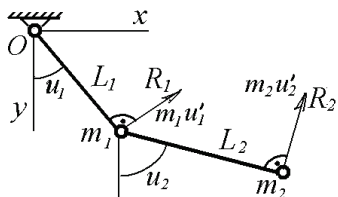


Рис. 2. Схема двохланкової стержневої конструкції

Рух без тертя у циліндричних шарнірах забезпечує переміщення вантажів лише у межах обраної площини. Початок першої ланки стержневої конструкції збігається з початком координат O . У якості напрямку відліку оберемо вісь Oy . Для визначення взаємного положення ланок стержневої конструкції оберемо узагальнені координати – кути $u_1(t)$ і $u_2(t)$, утворені на площині відповідними ланками з напрямком відліку.

Ініціювання коливань стержневої конструкції у невагомості здійснюється шляхом вибору величин імпульсів, наданих кожному з кутів відхилень. Наприклад, $U' = \{u_1'(0), u_2'(0)\}$ означає, що вантажу № 1 масою m_1 надано імпульс величиною $m_1 u_1'(0)$, а вантажу № 2 масою m_2 надано імпульс величиною $m_2 u_2'(0)$. Тобто кутам розкриття $u_1(0)$ і $u_2(0)$ надано початкові швидкості $u_1'(0)$ і $u_2'(0)$, відповідно. Вектори R_1 і R_2 напрямку надання швидкостей співпадають з напрямком дії імпульсних реактивних двигунів і розташовані перпендикулярно відповідній ланці стержневої конструкції у кінцевих точках (рис. 1). З врахуванням наданої реактивними двигунами миттєвих швидкостей $u_1'(0)$ і $u_2'(0)$, стержнева конструкція далі має розкриватися за інерцією. Наведене пояснює термін «інерційна система розкриття». У якості імпульсного реактивного двигуна можна використати довільний пристрій, здатний забезпечити наперед розраховану величину імпульсу (типу піропатрона).

Коли розташування ланок стержневої конструкції досягне необхідного просторового положення, передбаченого конструктором, то виникає питання гальмування процесу розкриття. Для цього необхідно розробити засоби фіксації (стопоріння) кута між ланками у розрахований момент часу за допомогою спеціального пристрою, вмонтованого у циліндричний шарнір стержневої конструкції. Наприклад, в циліндричних шарнірах можна передбачити електромагнітні замки, які б управлялися сигналами при досягненні розрахованого значення кута розкриття. Ці сигнали повинні надавати комп'ютерна програма у вигляді «стоп-коду» в той момент розкриття, який забезпечить розраховане розташування всіх ланок стержневої конструкції. Отже, «стоп-кодом» будемо називати раніше обчислену конструктором послідовність значень величин кутів між ланками стержневої конструкції, в разі досягнення якої подається команда на одночасну фіксацію (стопоріння) положення ланок.

Для запобігання надмірних навантажень на елементи конструкції, що виникають при гальмуванні розгортання конструкції, стержні слід виготовляти з надлегких матеріалів. Наприклад, з полімерних композитних матеріалів на основі епоксидної смоли, армованої графітовими або кевларовими волокнами. Графітові й кевларові волокна мають від'ємний коефіцієнт термічного розширення, у той час як епоксидна смола – нормальний, і їхнє сполучення утворює композит, практично не підданий термічному розширенню або стиску в широкому інтервалі температур. Разом з тим в умовах невагомості міцність

матеріалу на орбіті стає вторинною стосовно твердості. В роботі [32] згадуються елементи конструкції, які на Землі не витримали б власної маси 411 кг, а на орбіті витримують навантаження до 24,5 т. Крім того, за допомогою одержаних в роботі фазових траєкторій процесів розкриття є можливість визначити швидкості елементів в момент фіксування стержневої конструкції. І, як наслідок, визначити інші фізичні параметри.

На завершення розглянемо схему ініціювання та фіксування коливань, узагальнену на випадок лінійної n -ланкової стержневої конструкції. Складемо її з n невагомих нерозтяжних стержнів довжин $L_i (i=1..n)$, шарнірно з'єднаних між собою кінцевими вузловими точками, на яких закріплено вантажі з масами $m_i (i=1..n)$. При цьому узагальненими координатами вважатимемо кути $u_i(t) (i=1..n)$, утворені відповідними ланками напрямком осі Oy на площині.

В момент часу t взаємне розташування ланок стержневої конструкції можна визначити за допомогою послідовності чисел $U\{u_1(t), u_2(t), u_3(t), \dots, u_n(t)\}$. Для завершення процесу розкриття необхідно вказати розрахований момент часу $t=t_0$, коли виникне задумане конструктором взаємне розташування ланок стержневої конструкції. В даній роботі такі розрахунки пропонується здійснювати за допомогою комп'ютерної анімації процесу розкриття. Для моменту часу $t=t_0$ буде обчислена шукана послідовність $U_{STOP}\{u_1(t_0), u_2(t_0), u_3(t_0), \dots, u_n(t_0)\}$. Цим самим буде сформовано той самий «стоп-код», за допомогою якого мають синхронно фіксуватися замки всіх циліндричних шарнірів. В цьому випадку ланки стержневої конструкції займуть передбачене розрахунками взаємне положення.

4. 2. Геометричне моделювання розкриття двохланкових стержневих конструкцій

Наведемо розрахунки розкриття двохланкової конструкції. Нехай початок першої ланки стержневої конструкції збігається з початком координат O . Узагальненими координатами вважатимемо кути $u_1(t)$ і $u_2(t)$, утворені на площині відповідними ланками з напрямком відліку (рис. 1). За умови відсутності дисипативних сил і з врахуванням «нульової» потенціальної енергії опис руху стержневої конструкції на уявній площині виконаємо на основі лагранжіана:

$$L = 0,5[m_1(x_1'^2 + y_1'^2) + m_2(x_2'^2 + y_2'^2)], \tag{1}$$

де

$$\begin{aligned} x_1(t) &= L_1 \sin(u_1(t)); \\ y_1(t) &= L_1 \cos(u_1(t)); \\ x_2(t) &= x_1(t) + L_2 \sin(u_2(t)); \\ y_2(t) &= y_1(t) + L_2 \cos(u_2(t)); \end{aligned} \tag{2}$$

В цьому випадку система рівнянь Лагранжа другого роду має вигляд:

$$\begin{aligned} m_1 L_1 u_1'' + m_2 L_2 u_2'' \cos(u_1 - u_2) + \\ + m_2 L_2 (u_1')^2 \sin(u_1 - u_2) + m_2 L_1 u_1'' = 0; \\ L_1 u_1'' \cos(u_1 - u_2) - \\ - L_1 (u_1')^2 \sin(u_1 - u_2) + L_2 u_2'' = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Тут

$$u_1' = \frac{d}{dt} u_1(t); u_2' = \frac{d}{dt} u_2(t); u_1'' = \frac{d^2}{dt^2} u_1(t); u_2'' = \frac{d^2}{dt^2} u_2(t)$$

– похідні функції опису узагальнених координат.

При розв'язанні системи рівнянь (3) слід враховувати координати таких векторів: довжин ланок стержневої конструкції: $\mathbf{L}=\{L_1, L_2\}$; значень мас вантажів: $\mathbf{m}=\{m_1, m_2\}$; значень початкових кутів відхилень: $\mathbf{U}=\{u_1(0), u_2(0)\}$, а також значень швидкостей, наданих кутам відхилень: $\mathbf{U}'=\{u_1'(0), u_2'(0)\}$.

З виконанням початкових умов систему рівнянь Лагранжа другого роду (3) розв'язано наближено методом Рунге-Кутти в середовищі математичного пакету maple, і одержані розв'язки позначено символами $U_1(t), U_2(t)$. Це дозволяє на площині в системі координат Oxy визначити координати кінцевої вузлової точки (x_2, y_2) другої ланки стержневої конструкції в момент часу t . Для обчислення цих координат у виразах (2) слід замінити малі літери u на великі U . Наближений вигляд траєкторії переміщення одержимо, з'єднавши близькі точки відрізками.

У випадку розкриття двохланкової стержневої конструкції цінність можуть представити нехаотичні циклічні переміщення вузлової точки (x_2, y_2) стержневої конструкції. Це забезпечується належним вибором параметрів стержневої конструкції. За допомогою складеної maple програми крім переміщення зазначеної кінцевої точки можна визначити швидкість, що дозволяє будувати відповідну фазову траєкторію. Одночасно видаються наближені значення поточних величин кутів $u_1(t), u_2(t)$, а також зображується нехаотичний слід від переміщення другого вантажу. Крім того, програма дозволяє одержати послідовність N кадрів анімаційних зображень процесу розкриття стержневої конструкції залежно від часу. Завдяки цьому можна спостерігати за взаємним положенням ланок стержневої конструкції в довільний момент часу.

Наведемо приклади визначення нехаотичних траєкторій коливань другого вантажу стержневої конструкції шляхом розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду. Враховуючи те, що двохланкова конструкція доставлятиметься у складеному вигляді, то спільною для всіх прикладів буде початкова умова $\mathbf{U}=\{0, \pi\}$. На рисунках до прикладів буде зображено циклічну нехаотичну траєкторію кінцевої точки другої ланки стержневої конструкції, яка має «загострену» точку повернення. А також одну з фаз розташування

ланок стержневої конструкції в процесі розкриття, здійсненого проти напрямку годинникової стрілки. Трикутником позначено нерухомий вузол кріплення стержневої конструкції. Значення всіх параметрів в умовних величинах. Приклади реалізацій розкриття стержневих конструкцій в невагомості у вигляді анімацій можна знайти на сайті [25].

Приклад 1. $\mathbf{L}=\{2, 1\}$; $\mathbf{m}=\{1, 2\}$. На рис. 3 наведені результати обчислень залежно від координат вектора $\mathbf{U}'=\{u_1'(0), u_2'(0)\}$.

Зображена на рис. 3, б крива є прикладом циклічної нехаотичної траєкторії кінцевої точки двохланкової стержневої конструкції (циклічної траєкторії з особливими точками повернення), яку можна застосувати при виготовленні сіткопалотна в невагомості.

Приклад 2. $\mathbf{L}=\{2,5; 0,5\}$; $\mathbf{m}=\{1, 1,5\}$. На рис. 4 наведені результати обчислень залежно від координат вектора $\mathbf{U}'=\{u_1'(0), u_2'(0)\}$.

Приклад 3. $\mathbf{L}=\{0,5; 2,5\}$; $\mathbf{U}'=\{1; 1,5\}$. На рис. 5 наведені результати обчислень залежно від координат вектора $\mathbf{m}=\{m_1, m_2\}$.

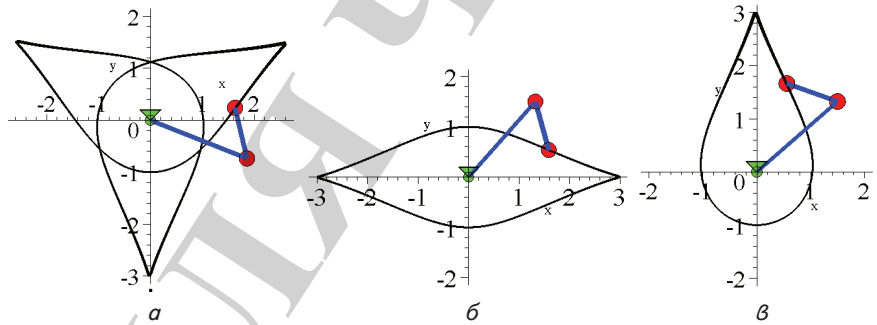


Рис. 3. Обчислення для прикладу 1 залежно від координат вектора \mathbf{U}' : а – $\mathbf{U}'=\{1; 0,65\}$; б – $\mathbf{U}'=\{1; 0,05\}$; в – $\mathbf{U}'=\{1; 0,947\}$

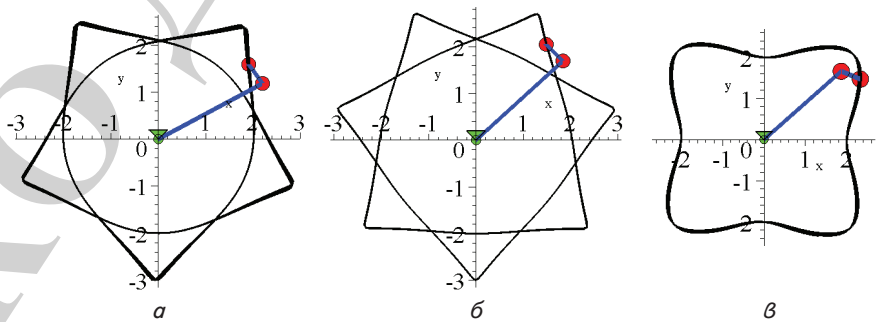


Рис. 4. Обчислення для прикладу 2 залежно від координат вектора \mathbf{U}' : а – $\mathbf{U}'=\{1; 0,28\}$; б – $\mathbf{U}'=\{1; -1,336\}$; в – $\mathbf{U}'=\{1; 2,66\}$

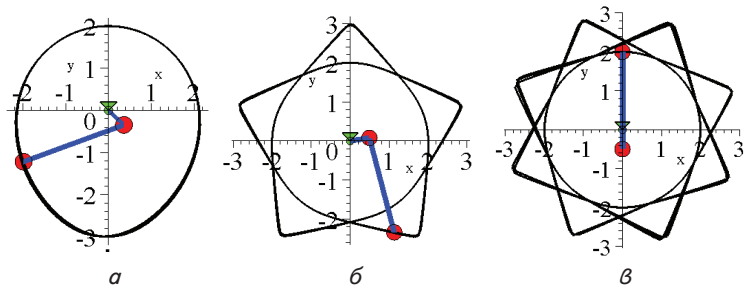


Рис. 5. Обчислення для прикладу 3 залежно від координат вектора \mathbf{m} : а – $\mathbf{m}=\{1; 0,244\}$; б – $\mathbf{m}=\{1; 8,543\}$; в – $\mathbf{m}=\{1; 13,48\}$

Дослідимо питання впливу похибки величини імпульсу на геометричну форму результату розкриття. Як критерій «якості» розкриття оберемо вигляд циклічної нехаотичної траєкторії кінцевої точки другої ланки стержневої конструкції залежно від похибки величини імпульсу у межах проценту його розрахованого значення. Для цього побудуємо суміщені зображення траєкторій, які відповідатимуть таким значенням величин імпульсів:

- $\{u_1'(0)-u_1'(0)/100, u_2'(0)-u_2'(0)/100\}$ – позначено зеленим кольором;
- $\{u_1'(0), u_2'(0)\}$ – позначено чорним кольором (знайдена траєкторія);
- $\{u_1'(0)+u_1'(0)/100, u_2'(0)+u_2'(0)/100\}$ – позначено червоним кольором.

Повторимо з врахуванням цих умов побудови прикладу 1. На рис. 6 наведені суміщені зображення залежно від координат вектора U' .

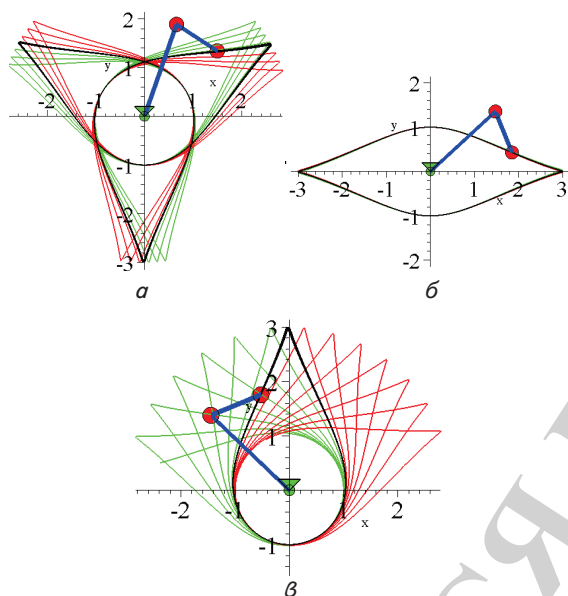


Рис. 6. Обчислення залежно від координат вектора U' :
 а – $U' = \{1 \pm 0,01; 0,65 \pm 0,065\}$; б – $U' = \{1 \pm 0,01; 0,05 \pm 0,005\}$;
 в – $U' = \{1 \pm 0,01; 0,947 \pm 0,0947\}$

На цьому прикладі було проілюстровано, що похибка у розмірі «процент величини» по різному впливає на результат розкриття різних подвійних стержневих конструкцій. Найголовнішим результатом є те, що для стержневої конструкції з параметрами $L = \{2, 1\}$; $m = \{1, 2\}$; $U' = \{1, 0,05\}$ (рис. 6, б) така похибка майже не впливає на результат її розкриття. Зазначена крива є прикладом циклічної нехаотичної траєкторії кінцевої точки двохланкового стержневої конструкції. Така властивість дозволяє рекомендувати маятник з параметрами $L = \{2, 1\}$; $m = \{1, 2\}$; $U' = \{1, 0,05\}$ як привід плетіння сіткополотна, де необхідно забезпечити переміщення кінцевої точки другої ланки стержневої конструкції вздовж напрямку платформи.

Рис. 6 також дозволяє пояснити спосіб знаходження циклічних нехаотичних траєкторій (рис. 3–5), який покладено в основу алгоритму визначення таких кривих. Спочатку будується параметрична сім'я кривих, параметром якої є C з виразу $U' = \{1, C\}$. Далі визначається функція кількості пікселів, які складають зображення (без стержневої конструкції) на рис. 6. Шукане значення C , що забезпечить циклічну нехаотичну траєкторію, від-

повідатиме екстремальному (мінімальному) значенню функції кількості пікселів. Коли таких екстремумів буде декілька, то обирається глобальний мінімум.

Підводячи підсумок зазначимо, що періодичні рухи другого вантажу подвійної стержневої конструкції можливо використовувати при реалізації на орбіті певних операцій. Наприклад, застосовувати у механізмі виготовлення сіткополотен для великогабаритних конструкцій [23, 24].

4.3. Геометричне моделювання розкриття чотириланкових стержневих конструкцій

Розвиваючи результати робіт [21, 22], у якості другого прикладу, наведемо розрахунки розкриття чотириланкової стержневої конструкції. Вважатимемо, що виконуються всі умови попередніх припущень. Узагальненими координатами вважатимемо кути $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ і $u_4(t)$, утворені на площині відповідними ланками з напрямком відліку (рис. 7).

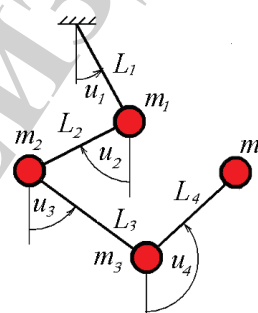


Рис. 7. Схема чотириланкової стержневої конструкції

За допомогою узагальнених координат обчислюємо координати вузлових точок стержневої конструкції:

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= L_1 \sin(u_1(t)); \\
 y_1(t) &= L_1 \cos(u_1(t)); \\
 x_2(t) &= x_1(t) + L_2 \sin(u_2(t)); \\
 y_2(t) &= y_1(t) + L_2 \cos(u_2(t)); \\
 x_3(t) &= x_2(t) + L_3 \sin(u_3(t)); \\
 y_3(t) &= y_2(t) + L_3 \cos(u_3(t)); \\
 x_4(t) &= x_3(t) + L_4 \sin(u_4(t)); \\
 y_4(t) &= y_3(t) + L_4 \cos(u_4(t)).
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

За умови відсутності дисипативних сил і з врахуванням «нульової» потенціальної енергії опис розкриття стержневої конструкції на уявній площині виконаємо на основі лагранжіана:

$$\begin{aligned}
 L &= 0,5 [m_1(x_1'^2 + y_1'^2) + m_2(x_2'^2 + y_2'^2) + \\
 &+ m_3(x_3'^2 + y_3'^2) + m_4(x_4'^2 + y_4'^2)].
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Опис руху чотириланкової стержневої конструкції одержимо у вигляді системи з чотирьох диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду відносно функцій $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ і $u_4(t)$ (з причини громіздкості тут не наведено). При розв'язанні одержаної системи слід враховувати координати

таких векторів: довжин ланок стержневої конструкції: $\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$; значень мас куль: $\mathbf{m} = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$; значень початкових кутів відхилень: $\mathbf{U} = \{u_1(0), u_2(0), u_3(0), u_4(0)\}$, а також значень початкових швидкостей, наданих кутам відхилень $\mathbf{U}' = \{u_1'(0), u_2'(0), u_3'(0), u_4'(0)\}$. Всі значення параметрів в умовних величинах.

З врахуванням відповідних початкових умов систему рівнянь Лагранжа другого роду розв'язано наближено методом Рунге-Кутти в середовищі математичного пакету Maple, і одержані розв'язки позначено символами $U_1(t)$, $U_2(t)$, $U_3(t)$ і $U_4(t)$. В обраний на площині системі координат Oxy з використанням одержаних розв'язків визначаємо координати вузлових точок в момент часу t . Для цього використовуємо вирази (4) для обчислення координат вузлів стержневої конструкції за допомогою узагальнених координат, замінивши там малі літери u на великі U . За допомогою складеної Maple програми крім переміщення вузлових точок можна визначити швидкості, що дає можливість будувати відповідні фазові траєкторії переміщення.

Багатоланкову каркасну конструкцію на орбіту доставляють у складеному вигляді (наочно це нагадує побутовий метр у складеному стані). Тобто початкове положення множини ланок стержневої конструкції має «складений» вигляд, і вектор значень початкових кутів відхилень завжди матиме координати $\mathbf{U} = \{\pi/2, -\pi/2, \pi/2, -\pi/2\}$. Звертаємо увагу на те, що у складеному стані початкове положення реактивного двигуна четвертої ланки знаходиться в зоні кріплення стержневої конструкції до космічного апарату. Це спрощує компоновку виробу для транспортування, а також дозволяє компенсувати вплив імпульсу на систему завдяки розташуванню симетрично апарату такого ж багатоланкового стержневої конструкції.

Наведемо тестові приклади геометричного моделювання розкриття чотириланкових каркасів шляхом розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду. Як перспективний варіант, розглянемо стержневу конструкцію, складену з шести чотириланкових конструкцій зі спільним вузлом кріплення, кути між якими 60 градусів. Вважається, що розкриття стержневої конструкції здійснюють на близько розташованих паралельних площинах і не перешкоджають взаємним переміщенням.

Після виконання програми одержимо послідовність кадрів анімаційних зображень залежно від часу розкриття конструкції. В наведених прикладах за допомогою комп'ютерної анімації були визначені моменти часу, коли виникала необхідна за розташуванням структура стержневих конструкцій. Одночасно видаються наближені значення поточних величин кутів $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ і $u_4(t)$ для обраного моменту часу t . Ці значення будуть використані для формування «стоп-коду» процесу розкриття. Приклади ілюстровано аксонометричними зображеннями одержаних кінцевих фаз ланок стержневої конструкції. Анімаційні фільми процесів розкриття можна переглянути на сайті [25]. Побудовані фазові траєкторії призначені для аналізу значень швидкостей зміни кутів на фінальній стадії розкриття багатоланкової конструкції.

Приклад 4. Довжини ланок: $\mathbf{L} = \{4, 4, 4, 4, 5\}$. Імпульси величинами $\mathbf{U}' = \{0, 1, -1, 1\}$ забезпечують реактивні двигуни, які розташовані на другому, третьому та четвертому вантажах.

На рис. 8 наведено стержневу конструкцію після розкриття шести стержневих конструкцій в момент часу $t = 2.65$. Значення координат вектора «стоп-коду» визначатимуть наступні числа: $\mathbf{U}_{\text{stop}} = \{0, 2312, -0, 9965, 2, 115, 1, 023\}$.

На рис. 9 зображені фазові траєкторії узагальнених координат розкриття стержневої конструкції для прикладу 1. Аналіз показує, що на фінальній стадії розкриття швидкості відповідних вузлів матимуть значення: $u_1'(2,65) = 0.5$; $u_2'(2,65) = -1.8$; $u_3'(2,65) = 1$; $u_4'(2,65) = 0.75$.

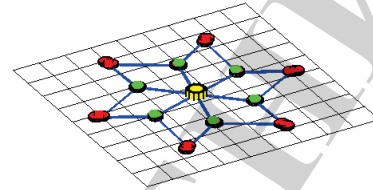


Рис. 8. Сержнева конструкція прикладу 4 в момент часу $t = 2,65$

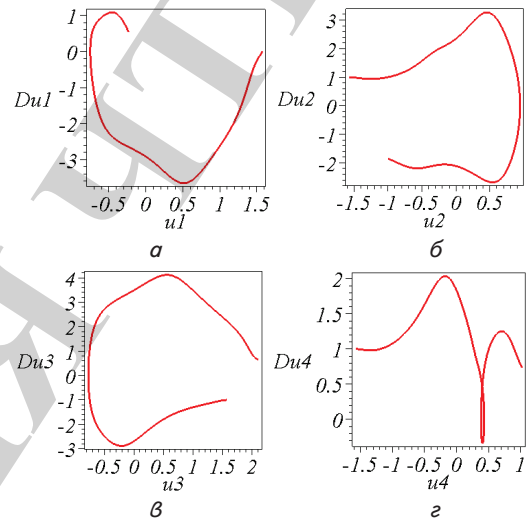


Рис. 9. Фазові траєкторії узагальнених координат для прикладу 1: а – $u_1(t)$; б – $u_2(t)$; в – $u_3(t)$; г – $u_4(t)$

Далі проаналізуємо вплив величини імпульсів на геометричну форму результату розкриття. На графічному рівні покажемо залежність від величини похибки величини імпульсу у межах проценту його розрахованого значення. Спочатку розглянемо розкриття одного з шести стержневих конструкцій. Побудуємо суміщені зображення фаз розкриття, які відповідатимуть таким значенням величин імпульсів:

- $\{u_1'(0) - u_1'(0)/100, u_2'(0) - u_2'(0)/100\}$ – позначено зеленим кольором;
- $\{u_1'(0), u_2'(0)\}$ – позначено червоним кольором (знайдена фігура);
- $\{u_1'(0) + u_1'(0)/100, u_2'(0) + u_2'(0)/100\}$ – позначено блакитним кольором.

На рис. 10 наведено суміщені зображення фаз розкриття в момент часу $t_0 = 2.65$. Жовтим кольором позначено нерухому точку стержневої конструкції.

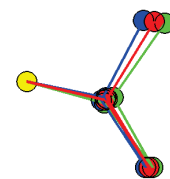


Рис. 10. Суміщені зображення фаз розкриття стержневої конструкції залежно від величин імпульсів в момент часу $t_0 = 2,65$

Приклад 5. Довжини ланок: $L = \{4, 3, 5, 3, 5, 6\}$. Імпульси $U' = \{1, 0, 0, 0, 5\}$ забезпечують реактивні двигуни, які розташовані на першому та четвертому вантажах.

На рис. 11 наведено стан стержневої конструкції після розкриття шести стержневих конструкцій в момент часу $t = 1,76$. Значення координат вектора «стоп-коду» визначатимуть наступні числа: $U_{stop} = \{3, 074, -2, 276, 1, 5, -0, 6652\}$.

На рис. 12 зображені фазові траєкторії узагальнених координат розкриття стержневої конструкції для прикладу 2. Аналіз показує, що на фінальній стадії розкриття швидкості вузлів матимуть значення: $u_1'(1,76) = 1$; $u_2'(1,76) = -0,8$; $u_3'(1,76) = 0$; $u_4'(1,76) = 0,45$.

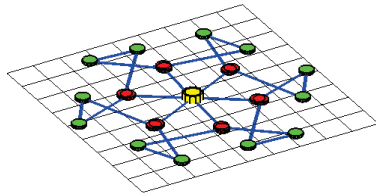


Рис. 11. Стержнева конструкція прикладу 2 в момент часу $t = 1,76$

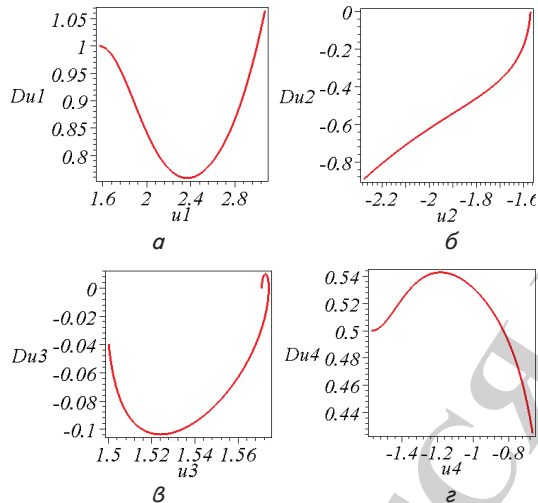


Рис. 12. Фазові траєкторії узагальнених координат для прикладу 2: а – $u_1(t)$; б – $u_2(t)$; в – $u_3(t)$; г – $u_4(t)$

Проаналізуємо вплив величини імпульсів на геометричну форму результату розкриття. На рис. 13 наведено розкриття однієї з шести стержневих конструкцій прикладу 5. Побудовано суміщені зображення фаз розкриття за даними попереднього прикладу. Жовтим кольором позначено нерухому точку стержневої конструкції.

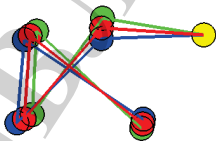


Рис. 13. Суміщені зображення фаз розкриття стержневої конструкції прикладу 7 залежно від величин імпульсів в момент часу $t_0 = 1,76$

Приклад 6. Довжини ланок стержневої конструкції $L = \{1, 3, 3, 5, 4\}$. Початкові швидкості $U' = \{0, 5, 0, 0\}$ забезпечує реактивний двигун, розташований тільки на другому вантажі.

На рис. 14 наведено стержневу конструкцію після розкриття шести чотириланкових стержневих конструкцій в момент часу $t = 1,03$. Значення координат вектора «стоп-коду» визначатимуть наступні числа: $U_{stop} = \{5, 19, 0, 2166, -1, 132, 1, 539\}$.

На рис. 15 зображені фазові траєкторії узагальнених координат розкриття стержневої конструкції для прикладу 3. Аналіз показує, що на фінальній стадії розкриття швидкості вузлів матимуть значення: $u_1'(1,03) = 10$; $u_2'(1,03) = -2$; $u_3'(1,03) = 0$; $u_4'(1,03) = 6$.

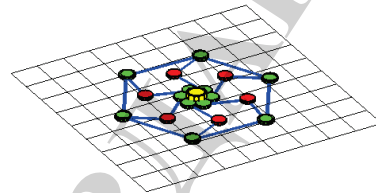


Рис. 14. Стержнева конструкція прикладу 3 в момент часу $t = 1,03$

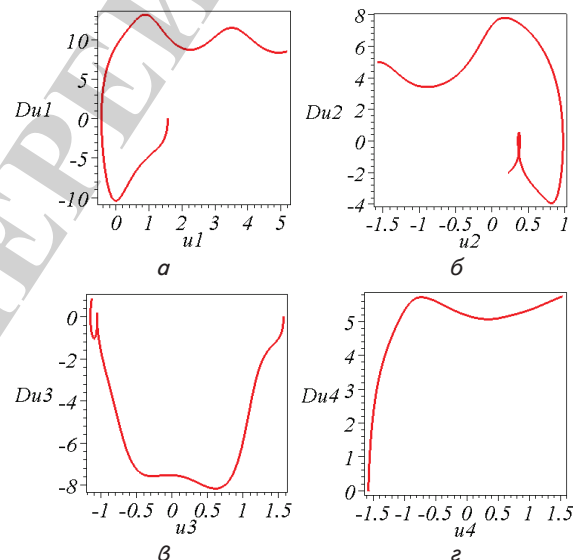


Рис. 15. Фазові траєкторії узагальнених координат для прикладу 3: а – $u_1(t)$; б – $u_2(t)$; в – $u_3(t)$; г – $u_4(t)$

На рис. 16 побудовано суміщені зображення розкриття одного з стержневих конструкцій прикладу (позначення як у попередніх прикладах). Жовтим кольором позначено нерухому точку стержневої конструкції. В роботі [25] наведено анімаційні зображення процесів розкриття.

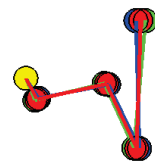


Рис. 16. Суміщені зображення фаз розкриття стержневої конструкції прикладу 7 залежно від величин імпульсів в момент часу $t_0 = 1,03$

Одержані суміщені зображення дозволяють на якісному рівні зробити висновок про вплив похибки величини імпульсу на результат розкриття. Порівнюючи рис. 10, 13 і 16 видно, що найменший вплив похибки

буде для варіанта стержневої конструкції з параметрами $\mathbf{L}=\{1, 3, 3, 5\}$; $\mathbf{U}'=\{0, 5, 0, 0\}$. Такий висновок на якісному рівні зроблено тому, що розбіжності в розташування кольорових кінцевих точок буде найменшими. Зазначимо, що в цьому прикладі ініціювання руху здійснює лише один реактивний двигун, розташований на місці другого вантажу.

4. 4. Геометричне моделювання розкриття стержневої конструкції типу магдебурзького маятника

У якості третього прикладу наведемо розрахунки розкриття нелінійної стержневої конструкції у вигляді магдебурзького маятника. Конструкція складається з двох невагомих стержнів. Перший стержень однією з внутрішніх точок прикріплений до нерухокої точки O , а другий стержень своїм кінцем прикріплений до кінцевої точки першої ланки. На рис. 17 наведено позначення елементів стержневої конструкції, аналогічно позначенням рис. 2.

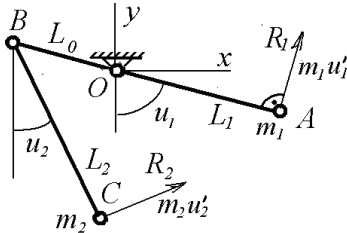


Рис. 17. Схема магдебурзького стержневої конструкції

Вважатимемо, що виконуються всі умови попередніх припущень. Узагальненими координатами вважатимемо кути $u_1(t)$ і $u_2(t)$, утворені на площині відповідними ланками з віссю Oy як напрямком відліку. За допомогою узагальнених координат визначимо декартові координати вузлових точок стержневої конструкції:

$$\begin{aligned} x_A(t) &= L_1 \sin(u_1(t)); \\ y_A(t) &= L_1 \cos(u_1(t)); \\ x_B(t) &= -L_0 \sin(u_1(t)); \\ y_B(t) &= -L_0 \cos(u_1(t)); \\ x_C(t) &= x_B(t) + L_2 \sin(u_2(t)); \\ y_C(t) &= y_B(t) + L_2 \cos(u_2(t)). \end{aligned} \tag{6}$$

За умови відсутності дисипативних сил і з врахуванням «нульової» потенціальної енергії опис розкриття стержневої конструкції виконаємо на основі лагранжіана [29]:

$$\begin{aligned} L &= 0,5m_1L_1^2 u_1'^2 - m_2L_0L_2u_1'v' \cos(u_1 - u_2) + \\ &+ 0,5m_2L_2^2 u_2'^2 + 0,5J u_2'^2. \end{aligned} \tag{7}$$

В цьому випадку система рівнянь Лагранжа другого роду матиме вигляд:

$$\begin{aligned} m_1L_1^2 u_1'' - m_2L_0L_2u_2'' \cos(u_1 - u_2) - \\ - m_2L_0L_2u_2'^2 \sin(u_1 - u_2) + m_2L_0^2 u_1'' = 0; \\ - m_2L_0L_2u_1'' \cos(u_1 - u_2) + m_2L_0L_2u_1'^2 \sin(u_1 - u_2) + \\ + m_2L_2^2 u_2'' + J u_2'' = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Тут

$$u_1' = \frac{d}{dt}u_1(t); u_2' = \frac{d}{dt}u_2(t); u_1'' = \frac{d^2}{dt^2}u_1(t); u_2'' = \frac{d^2}{dt^2}u_2(t)$$

– похідні функції опису узагальнених координат; $J = 0,1$ – момент інерції другої ланки.

При розв'язанні системи рівнянь (8) слід враховувати координати таких векторів: довжин ланок стержневої конструкції: $\mathbf{L}=\{L_0, L_1, L_2\}$; значень мас вантажів: $\mathbf{m}=\{m_1, m_2\}$; значень початкових кутів відхилень: $\mathbf{U}=\{u_1(0), u_2(0)\}$, а також значень швидкостей, наданих кутам відхилень: $\mathbf{U}'=\{u_1'(0), u_2'(0)\}$. З врахуванням початкових умов систему рівнянь Лагранжа другого роду (8) розв'язано наближено методом Рунге-Кутти в середовищі математичного пакету Maple, і одержані розв'язки позначено символами $U_1(t), U_2(t)$. Для обчислення декартових координат точки C на другій ланці стержневої конструкції у виразах (6) слід замінити малі літери u на великі U .

В результаті виконання програми одержимо залежно від часу послідовність кадрів розкриття конструкції у вигляді комп'ютерних анімаційних зображень. За допомогою анімації були визначені значення параметрів стержневої конструкції, коли траєкторія точки C мала б вигляд нехаотичної кривої, цікавої для використання.

Наведемо приклади визначення результату розкриття стержневих конструкцій типу магдебурзького маятника шляхом розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду (8). Оскільки двохланкова конструкція доставлятиметься у складеному вигляді, то спільною для всіх прикладів буде початкова умова $\mathbf{U}=\{0, 0\}$. Приклади будуть проілюстровано зображеннями циклічних нехаотичних траєкторій кінцевої точки другої ланки стержневої конструкції. Також буде зображено одну з фаз розташування ланок стержневої конструкції в процесі розкриття, здійсненого проти напрямку годинникової стрілки. Значення всіх параметрів в умовних величинах.

Приклад 7. $\mathbf{L}=\{1, 0,5, 1,5\}$; $\mathbf{m}=\{1, 1\}$. На рис. 18 наведені траєкторії переміщення точки, які співпадають у випадку трьох варіантів, а саме, для координат векторів $\mathbf{U}'=\{1, -0,788\}$; $\mathbf{U}'=\{1, -0,5743\}$; $\mathbf{U}'=\{1, -0,8815\}$ і відрізняються напрямками її переміщення.

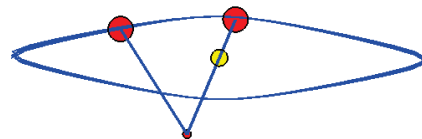


Рис. 18. Співпадаючі траєкторії руху переміщення

Крива на рис. 18 також є прикладом циклічної нехаотичної траєкторії кінцевої точки двохланкового стержневої конструкції, а саме, циклічної траєкторії з двома особливими точками повернення. Така властивість дозволяє також використати стержневу конструкцію з параметрами прикладу 7 як привід плетіння сітка полотна. Для цього забезпечується переміщення кінцевої точки другої ланки стержневої конструкції вздовж напрямку платформи.

Можуть знайти застосування і двохланкові стержневі конструкції, циклічні траєкторії яких мають краплеподібний вигляд, розглянуті в наступному прикладі.

Приклад 8. $\mathbf{L}=\{1, 0,5, 1,5\}$; $\mathbf{m}=\{1, 1\}$. На рис. 19 наведені краплеподібні траєкторії точки кінцевої ланки від координат вектора $\mathbf{U}'=\{u_1'(0), u_2'(0)\}$.

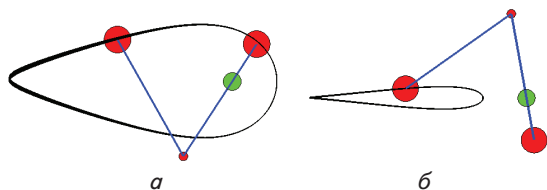


Рис. 19. Обчислення для прикладу 2 залежно від координат вектора \mathbf{U}' : $a - \mathbf{U}' = \{1; -0,8365\}$; $b - \mathbf{U}' = \{1; -0,6569\}$

Приклад 9. $\mathbf{L} = \{1, 1,5, 1,5\}$; $\mathbf{m} = \{1, 1\}$. На рис. 20 наведені краплеподібні траєкторії точки залежно від координат вектора $\mathbf{U}' = \{u_1'(0), u_2'(0)\}$.

Підводячи підсумок зазначимо, що періодичні рухи другого вантажу двохланкової стержневої конструкції можна використовувати при реалізації на орбіті певних операцій. Наприклад, у механізмі виготовлення сіткополотен для великогабаритних конструкцій [23, 24]. Також було встановлено, що похибка у межах проценту розрахованого значення не впливає на результат розкриття різних подвійних стержневих конструкцій. Найголовнішим є те, що для стержневих конструкцій з параметрами $\mathbf{L} = \{1, 0,5, 1,5\}$; $\mathbf{m} = \{1, 1\}$; $\mathbf{U}' = \{1, -0,788\}$; $\mathbf{U}' = \{1, -0,5743\}$; $\mathbf{U}' = \{1, -0,8815\}$ траєкторії руху кінцевої точки збігаються і відрізняються лише напрямками її переміщення.

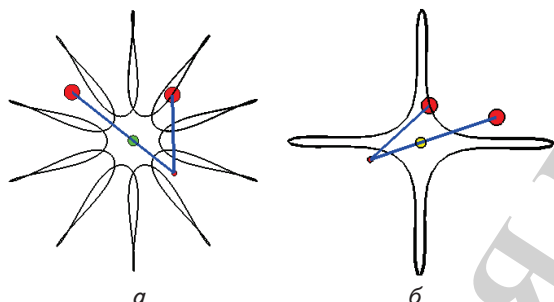


Рис. 20. Обчислення для прикладу 2 залежно від координат вектора \mathbf{U}' : $a - \mathbf{U}' = \{1; -0,7098\}$; $b - \mathbf{U}' = \{1; -0,6569\}$

4. 5. Геометричне моделювання розкриття стержневих конструкцій типу Томсона-Тета

В четвертому прикладі розглянемо розкриття нелінійної стержневої конструкції подібної маятнику Томсона-Тета. Конструкція складається з двох стержнів. Перший стержень початком прикріплений до нерухокої точки O , а другий стержень своєю серединою прикріплений до кінцевої точки першої ланки [30]. На рис. 21 наведено позначення елементів стержневої конструкції, аналогічно позначенням рис. 1.

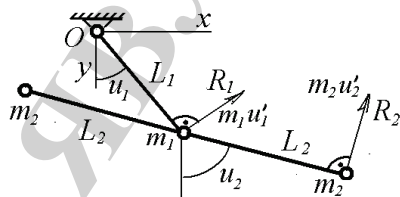


Рис. 21. Схема стержневої конструкції Томсона-Тета

Вважатимемо, що виконуються всі умови попередніх припущень. Узагальненими координатами оберемо кути $u_1(t)$ і $u_2(t)$, утворені на площині відповідними ланка-

ми з віссю Oy як напрямком відліку. За допомогою узагальнених координат визначимо декартові координати вузлових точок стержневої конструкції:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= L_1 \sin(u_1(t)); \\ y_1(t) &= L_1 \cos(u_1(t)); \\ x_2(t) &= x_1(t) + L_2 \sin(u_2(t)); \\ y_2(t) &= y_1(t) + L_2 \cos(u_2(t)); \\ x_3(t) &= x_1(t) - L_2 \sin(u_2(t)); \\ y_3(t) &= y_1(t) - L_2 \cos(u_2(t)). \end{aligned} \tag{9}$$

За умови відсутності дисипативних сил і з врахуванням «нульової» потенціальної енергії опис розкриття стержневої конструкції виконаємо на основі лагранжіана:

$$L = m_2 (2L_1^2 u_1'^2 + L_2^2 u_2'^2). \tag{10}$$

В цьому випадку система рівнянь Лагранжа другого роду матиме вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial u_1'} \right) - \frac{\partial L}{\partial u_1} = m_2 L_1^2 u_1'' = 0; \tag{11}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial u_2'} \right) - \frac{\partial L}{\partial u_2} = m_2 L_2^2 u_2'' = 0.$$

Тут

$$u_1' = \frac{d}{dt} u_1(t); \quad u_2' = \frac{d}{dt} u_2(t); \quad u_1'' = \frac{d^2}{dt^2} u_1(t); \quad u_2'' = \frac{d^2}{dt^2} u_2(t)$$

– похідні функції опису узагальнених координат. Звернемо увагу на те, що у рівняння (8) не входить m_1 . Пояснення цього феномену наведено в роботі [26].

При розв'язанні системи рівнянь (11) слід враховувати координати таких векторів: довжин ланок стержневої конструкції: $\mathbf{L} = \{L_1, L_2\}$; значень мас вантажів: $\mathbf{m} = \{m_1, m_2\}$; значень початкових кутів відхилень: $\mathbf{U} = \{u_1(0), u_2(0)\}$, а також значень швидкостей, наданих кутам відхилень: $\mathbf{U}' = \{u_1'(0), u_2'(0)\}$. З врахуванням початкових умов систему рівнянь Лагранжа другого роду (10) розв'язано наближено методом Рунге-Кутти в середовищі математичного пакету maple, і одержані розв'язки позначено символами $U_1(t), U_2(t)$. Для обчислення декартових координат кінцевих точок на другій ланці стержневої конструкції у виразах (9) слід замінити малі літери u на великі U .

Наведемо приклади визначення результату розкриття стержневих конструкцій типу Томсона-Тета шляхом розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду. Оскільки двохланкова конструкція доставлятиметься у складеному вигляді, то спільною для всіх прикладів буде початкова умова $\mathbf{U} = \{0, 0\}$. Значення всіх параметрів в умовних величинах.

Приклад 10. $\mathbf{L} = \{1,52, 0,91\}$; $\mathbf{m} = \{1, 1\}$ $\mathbf{U}' = \{1, -0,5\}$. На рис. 22 наведено послідовні кадри процесу розкриття конструкції залежно від часу t . «Стоп-кодом» в момент часу $t = 1,05$ будуть числа $\mathbf{U}_{\text{STOP}} \{1,05; -0,525\}$.

З використанням тридцяти шести розкритих стержневих конструкцій Томсона-Тета можна спорудити силову стержневу конструкцію для космічних об'єктів (рис. 23).

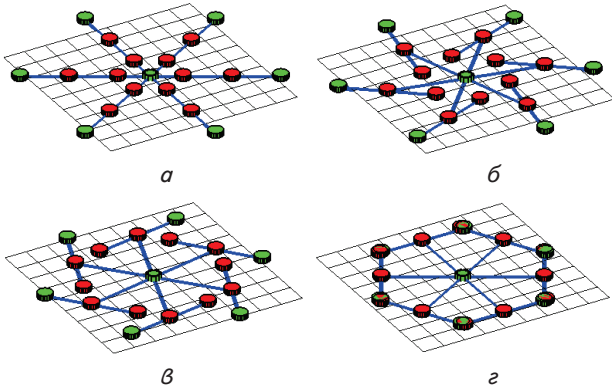


Рис. 22. Розкриття стержневої конструкції Томсона-Тета залежно від часу: $a - t = 0; u_1 = 0; u_2 = 0;$
 $b - t = 0,315; u_1 = 0,315; u_2 = -0,158;$ $v - t = 0,718; u_1 = 0,718;$
 $u_2 = -0,359;$ $z - t = 1,05; u_1 = 1,05; u_2 = -0,525$

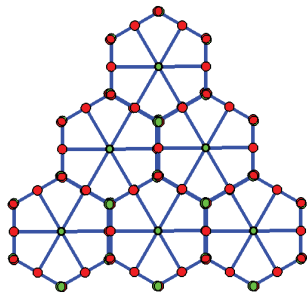


Рис. 23. Схема силової стержневої конструкції, спорудженої з 36 розкритих стержневих конструкцій Томсона-Тета

Приклад 11. $L = \{1, 1, 7\}; m = \{1, 1\} U' = \{1, 0, 5\}$. На рис. 24 наведено послідовні кадри процесу розкриття конструкції залежно від часу t . «Стоп-кодом» в момент часу $t = 3,07$ будуть числа $U_{STOP} \{3,07; 0,535\}$.

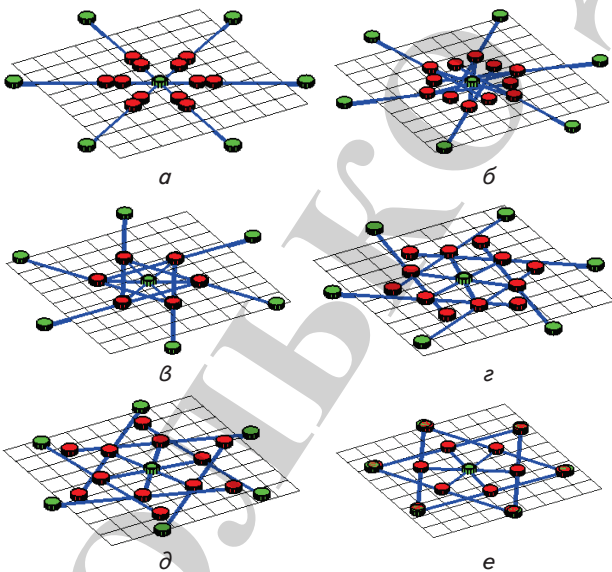


Рис. 24. Розкриття стержневої конструкції Томсона-Тета залежно від часу: $a - t = 0; u_1 = 0; u_2 = 0;$
 $б - t = 0,46; u_1 = 0,46; u_2 = 0,23;$ $в - t = 1,023; u_1 = 1,023;$
 $u_2 = 0,512;$ $г - t = 1,84; u_1 = 1,84; u_2 = 0,92;$ $д - t = 2,46;$
 $u_1 = 2,46; u_2 = 1,23;$ $e - t = 3,07; u_1 = 3,07;$
 $u_2 = 0,535$

З використанням результату прикладу 11 можна спорудити посилену стержневу конструкцію (рис. 25) для космічних інфраструктур (наприклад, космічних підприємств чи поселень).

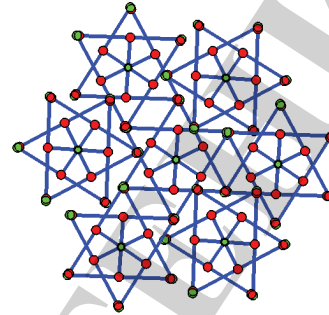


Рис. 25. Посилена стержнева конструкція для космічних споруджень

Підводячи підсумки слід зазначити, що в результаті обчислень були перевірені наступні властивості стержневої конструкції Томсона-Тета, які сприятимуть її використанню при конструюванні систем розкриття стержневих конструкцій у невагомості.

1. В момент часу t величини кутів розкриття пропорційні відповідним початковим швидкостям зміни кутів $u_1'(0)$ і $u_2'(0)$.
 2. В процесі розкриття поточні швидкості зміни кутів постійні і співпадають з початковими швидкостям $u_1'(0)$ і $u_2'(0)$.
 3. Розкриття стержневої конструкції типу стержневої конструкції Томсона-Тета не залежать від маси m_1 .
- Інші властивості стержневої конструкції типу маятника Томсона-Тета розглянуті в роботі [30].

5. Обговорення результатів геометричного моделювання коливань стержневих конструкцій у невагомості під впливом імпульсів на кінцеві точки ланок

Проведені дослідження були присвячені формуванню багатоланкових стержневих конструкцій у невагомості. Поєднані між собою стержні після доставки на орбіту у згорнутому вигляді мають прийняти заплановану просторову форму за допомогою механічної операції розкриття. У даних дослідженнях процес розкриття багатоланкової стержневої конструкції у невагомості є аналогом процесу коливання багатоланкового маятника у полі земного тяжіння. Їх математичні моделі відрізнятимуться, по суті, значеннями константи g (прискоренням вільного падіння): $g > 0$ у першому випадку, і $g \approx 9.81$ у другому. Тоді застосувавши розроблений алгоритм моделювання коливання багатоланкового маятника в полі тяжіння (при $g \approx 9.81$) і перевіривши на адекватність одержані тестові результати, можна використовувати цей алгоритм і для розрахунку розкриття стержневих конструкцій у невагомості (при $g \approx 0$). Причому, у адекватності коливань дозволяє переконатися зоровий аналізатор людини при аналізі комп'ютерної моделі процесу коливань.

В роботі вивчалися питання адаптування до невагомості процесу геометричної моделі розкриття багатоланкової стержневої конструкції. При цьому важливим

є поняття ініціалізації коливальних. Воно має фізичну аналогію як удар (клацання, щелчок) по вузловому елементу багатоланкової стержневої конструкції. На формальному рівні це пропонується здійснити за допомогою імпульсів, які діють на кінцеві точки ланок стержневої конструкції. Реалізувати на практиці такий підхід пропонується за допомогою ряду імпульсних піротехнічних реактивних двигунів, дія яких спрямована по нормалі до відповідних ланок стержневої конструкції у кінцевих точках. Що важливо, після впливу імпульсами на вузлові елементи стержневої конструкції система розкриття вважається консервативною (для малих проміжків часу). Тому величина кінетичної енергії приймається незмінною. Після дії імпульсів на кінцеві точки ланок розкриття стержневої конструкції має відбуватися за інерцією. Тому використовується термін – інерційний спосіб розкриття багатоланкових стержневих конструкцій.

Отримані результати можна пояснити можливістю застосування варіаційного принципу Лагранжа до розрахунку механічних конструкцій з урахуванням зазначених вище особливостей. Це дозволило використати рівняння Лагранжа другого роду для опису руху маятникової системи у невагомості незалежно від виду стержневої конструкції.

Одержано геометричні моделі послідовних фаз розкриття стержневих «маятникоподібних» конструкцій, коли рушіями цього процесу є імпульсні піротехнічні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок стержневої конструкції. Такі двигуни набагато легші і дешевші порівняно, наприклад, з електродвигунами або пружинними пристроями. Особливо це важливо тоді, коли розкриття конструкції необхідно використати лише один раз, як найчастіше це і потрібно. Було проаналізовано прояви можливих похибок величин імпульсів на геометричну форму розташування ланок стержневої конструкції, одержану в результаті його розкриття. А також розглянуто питання гальмування елементів багатоланкової конструкції в наперед розрахованому розкриттій стані з використанням спеціального «стоп-коду». Розробка ілюстративної геометричної моделі інерційного розкриття багатоланкового стержневої конструкції пояснює використання умовних одиниць параметрів у тестових прикладах.

До ще не реалізованих можливостей дослідження руху маятникової системи у невагомості можна віднести врахування у часі змінної маси вантажів вузлових елементів маятникових конструкцій. Розвиток даного напрямку досліджень полягатиме у використанні інших варіантів багатоланкових стержневих конструкцій, які здійснюють рух не лише у паралельних площинах (схеми розкриття 3d-конструкцій). Одержані результати допоможуть знайти шляхи до розв'язання оберненої задачі компоновки багатоланкового стержневої конструкції. А саме, по заданому кінцевому розташуванню елементів даної конструкції необхідно визначити початкові умови її руху (тобто розташування ланок і величини імпульсів реактивних двигунів). В певному розумінні це є кінцевою метою таких досліджень.

Труднощі розвитку досліджень в цьому напрямку полягають у побудові адекватної математичної моделі та формалізації її у вигляді рівнянь Лагранжа другого роду. Важливим є спосіб розв'язання цих рівнянь за допомогою обчислювальної техніки з обов'язковим унаочненням одержаних результатів.

Отже, результати роботи доцільно використовувати при проектуванні розкриття великогабаритних конструкцій у умовах невагомості, наприклад, каркасів для космічних сонячних дзеркал або антен. Проведені дослідження складуть основу розрахунку просторових 3d-багатоланкових стержневих конструкцій, у яких ланки в процесі розкриття виходитимуть за межі однієї площини.

Підводячи підсумки слід зазначити, що в результаті проведених досліджень побудовані ідеалізовані геометричні моделі послідовних фаз розкриття багатоланкових стержневих конструкцій, коли рушіями цього процесу є імпульсні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок стержневої конструкції.

6. Висновки

1. Одержані розв'язки системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду дозволили наближено описати рух у невагомості таких різновидів багатоланкових стержневих конструкцій: подвійної, чотириланкової, магдебурзької та Томсона-Тета. Це дало можливість конкретизувати геометричні моделі розкриття стержневих конструкцій та спостерігати за ними в режимі комп'ютерної анімації.

2. Для моделювання дії імпульсного піротехнічного реактивного двигуна розроблено схему ініціювання коливальних шляхом впливу імпульсами на кінцеві точки ланок стержневої конструкції, що дозволило змодельовати динаміку розкриття конкретної багатоланкової стержневої конструкції. Це дало можливість продемонструвати у вигляді геометричних моделей реалізації імпульсних реактивних двигунів у якості можливих рухів процесу розкриття багатоланкової стержневої конструкції типу.

3. На графічному рівні досліджено величину можливої похибки значення імпульсу для ініціювання коливальних стержневої конструкції з метою одержання прийнятного розташування його ланок. Спосіб базується на сумісному зображенні трьох варіантів розкриття із близькими значеннями початкових умов, одержаними в режимі комп'ютерної анімації. Це дало можливість стверджувати, що допустимими будуть похибки величин імпульсів, які не перевищують процент розрахованого значення.

4. За допомогою комп'ютерної анімації було прогнозовано у часі взаємне розташування ланок стержневих конструкцій, одержаних в результаті інерційного розкриття відповідних ланок за допомогою реактивних двигунів. Вказана можливість визначати поточні значення кутів між ланками дозволила формувати числовий «стоп-код» для фіксації взаємного положення ланок конструкції. Одержані фазові траєкторії процесу розкриття дозволяють оцінити швидкості елементів конструкцій в момент гальмування розкриття.

5. Визначено параметри двохланкових стержневих конструкцій для одержання циклічних траєкторій їх кінцевих точок, які характеризуються особливими точками самоповернення. Це дозволило розглянути можливості їх застосування в механізмах космічного базування. Наприклад, як виконавчі механізми формування стіжків при спорудженні на орбіті сіткополотен для великогабаритних антен.

6. Наведено тестові приклади розкриття варіантів конкретних стержневих конструкцій як багатоланкових силових каркасів у невагомості: подвійної, чотириланко-

вої, магдебурзької та Томсона-Тета. Приклади доводять можливості геометричного моделювання об'єктів в невагомості на основі розкриття багатоланкових стержневих

конструкцій, коли рушіями процесу є імпульсні реактивні двигуни, встановлені на кінцевих точках ланок стержневої конструкції.

Література

1. Алпатов А. П., Горбулин В. П. Космические платформы для орбитальных промышленных комплексов: проблемы и перспективы // Вісник НАН України. 2013. № 12. С. 26–38.
2. Большие отражающие поверхности в космосе. Антенны спутниковой связи / Алпатов А. П., П. А., П. П. Белоножко, Витушкин А. А., Фоков А. А. // Системні технології. 2007. № 3 (50). С. 73–87.
3. Большие отражающие поверхности в космосе. Радотелескопы, солнечные концентраторы, плоские отражатели / Алпатов А. П., Белоножко П. А., Белоножко П. П., Витушкин А. А., Фоков А. А. // Системні технології. 2007. № 3 (50). С. 88–101.
4. Robert H. SpiderFab. Architecture for On-Orbit Manufacture of Large Aperture Space Systems. FISO Briefing, 2015. 33 p.
5. Алпатов А. П. Динаміка перспективних космічних апаратів // Вісник НАН України. 2013. № 7. С. 6–13.
6. Udwadia F. E., Koganti P. V. Dynamics and control of a multi-body planar pendulum // Nonlinear Dynamics. 2015. Vol. 81, Issue 1-2. P. 845–866. doi: 10.1007/s11071-015-2034-0
7. Lopes A. M., Tenreiro Machado J. A. Dynamics of the N-link pendulum: a fractional perspective // International Journal of Control. 2016. Vol. 90, Issue 6. P. 1192–1200. doi: 10.1080/00207179.2015.1126677
8. Fritzkowski P., Kaminski H. Dynamics of a rope as a rigid multibody system // Journal of Mechanics of Materials and Structures. 2008. Vol. 3, Issue 6. P. 1059–1075. doi: 10.2140/jomms.2008.3.1059
9. Szuminski W. Dynamics of multiple pendula without gravity // Chaotic Modeling and Simulation. 2014. Issue 1. P. 57–67. URL: http://www.cmsim.eu/papers_pdf/january_2014_papers/7_CMSIM_Journal_2014_Szuminski_1_57-67.pdf
10. Моделирование динамики раскрытия ферменного каркаса трансформируемого рефлектора антенны космического базирования методом конечных элементов / Гутовский И. Е., Золин А. В., Курков С. В., Пантелеев В. А., Хлебников В. А. // Современное машиностроение. Наука и образование. 2012. № 2. С. 276–285.
11. Моделирование процесса раскрытия солнечных батарей / Бакулин Д. В., Борзых С. В., Ососов Н. С., Щиблев Ю. Н. // Матем. моделирование. 2004. Т. 16, № 6. С. 88–92.
12. Анохин Н. В. Приведение многозвенной стержневой конструкции в положение равновесия с помощью одного управляющего момента // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2013. № 5. С. 44–53.
13. Deployable Perimeter Truss with Blade Reel Deployment Mechanism. URL: <https://www.techbriefs.com/component/content/article/tb/techbriefs/mechanics-and-machinery/24098>
14. Бушуев А. Ю., Фарафонов Б. А. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади // Математическое моделирование и численные методы. 2014. № 2. С. 101–114.
15. Щесняк С., Романов А. Проектирование и расчет крупногабаритных раскрывающихся конструкций с помощью программных комплексов MSC.Software // CADmaster. 2009. № 2-3. С. 28–36.
16. Бойков В. Г. Программный комплекс автоматизированного динамического анализа многокомпонентных механических систем EULER // САПР и графика. 2009. № 9. С. 17–20.
17. Особенности расчета раскрытия крупногабаритных трансформируемых конструкций различных конфигураций / Зимин В. Н., Крылов А. В., Мешковский В. Е., Сдобников А. Н., Файзуллин Ф. Р., Чурилин С. А. // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 10. С. 179–191.
18. Martinez-Alfaro H. Obtaining the dynamic equations, their simulation, and animation for N pendulums using Maple. URL: <http://www2.esm.vt.edu/~anayfeh/conf10/Abstracts/martinez-alfaro.pdf>
19. Kinematic analysis of the deployable truss structures for space applications / Yan X., Fu-ling G., Yao Z., Mengliang Z. // Journal of Aerospace Technology and Management. 2012. Vol. 4, Issue 4. P. 453–462. doi: 10.5028/jatm.2012.04044112
20. Hoyt R., Cushing J., Slostad J. SpiderFab: Process for On-Orbit Construction of KilometerScale Apertures. NASA Goddard Space Flight Center 8800 Greenbelt Road Greenbelt, MD 20771, 2013. 53 p.
21. Geometrical modeling of the inertial unfolding of a multi-link pendulum in weightlessness / Kutsenko L., Shoman O., Semkiv O., Zapolsky L., Adashevskay I., Danylenko V. et. al. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 6, Issue 7 (90). P. 42–50. doi: 10.15587/1729-4061.2017.114269
22. Куценко Л. М. Ілюстрації до геометричного моделювання інерційного розкриття багатоланкового стержневої конструкції у невагомості // 2017. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/4868>
23. Sydorenko Geometrical modeling of the process of weaving a wire cloth in weightlessness using the inertial unfolding of a dual pendulum / Kutsenko L., Semkiv O., Zapolskiy L., Shoman O., Kalynovskiy A., Pikasov M. et. al. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 1, Issue 7 (91). P. 37–46. doi: 10.15587/1729-4061.2018.121022

24. Куценко Л. М. Геометричне моделювання плетіння сіткополотна в невагомості за допомогою інерційного розкриття подвійного маятника // URL: <http://repositc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/5143>
25. Куценко Л. М. Ілюстрації до статті геометричне моделювання процесу розкриття стержневих конструкцій у невагомості // URL: <http://repositc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/6335>
26. An umbrella-shaped deployable mechanism constructed by six Myard linkages a Two 5R Myard linkages, b 2-Myard mechanism by sharing one common sub-chain. URL: https://www.researchgate.net/figure/An-umbrella-shaped-deployable-mechanism-constructed-by-six-Myard-linkages-a-Two-5R-Myard_271570634
27. Self deployable truss. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=sH7NHZwPzMM>
28. Wang Yaping shows pendulum motion in space. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=dqcVONfly8U>
29. Гладков С. В. Компьютерное моделирование колебаний хаотического маятника. URL: <http://old.exponenta.ru/educat/referat/student8/index.asp>
30. Тер Хаар Д. Основы Гамильтоновой механики. М.: Наука, 1974. 224 с.
31. Pyrotechnics Test Facility. URL: https://www.nasa.gov/centers/johnson/engineering/human_space_vehicle_systems/energy_systems_test_area/pyrotechnics/index.html
32. Перспективы применения пространственных конструкций из пластмасс в космической технике. URL: <http://stroi-archive.ru/polimery-v-stroitelstve/706-perspektivy-primeneniya-prostranstvennyh-konstrukciy-iz-plastmass-v-kosmicheskoy-tehnike.html>

НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ПЕРЕКРЕСТНЫМ

