Міністерство освіти і науки України
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького
Українська асоціація з прикладної геометрії
Мелітопольська школа прикладної геометрії

НАУКОВИЙ ВІСНИК Мелітопольського державного педагогічного університету ім. Б. Хмельницького

МАТЕМАТИКА. ГЕОМЕТРІЯ. ІНФОРМАТИКА

Том 1

м. Мелітополь

Міністерство освіти і науки України
Українська асоціація з прикладної геометрії
Мелітопольська школа з прикладної геометрії

НАУКОВИЙ ВІСНИК
Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького

МАТЕМАТИКА. ГЕОМЕТРІЯ. ІНФОРМАТИКА

Том 1

Мелітополь – 2014 р.

УДК 378.4(477.64-21)МДПУ:[51+514+0.04](062.552)
ББК 74.58я5
Н 70

Друкується за рішенням Вченої ради МДПУ імені Богдана Хмельницького, протокол № 11 від 23 квітня 2014 р.

Н 70 Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького. Серія: Математика. Геометрія. Інформатика / гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014.– Т.1. – 257 с.

ISBN 978-617-7055-35-7

Збірник містить науково-методичні статті за результатами досліджень з математики, геометрії, інформатики із застосуванням новітніх інформаційних технологій. Також розглядаються науково-методичні питання проведення цих досліджень та викладання дисциплін, змістовим ядром яких є математика, прикладна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка, геометричне моделювання, інформаційні технології.

Випуск призначений для науковців, викладачів, аспірантів і студентів.

УДК 378.4(477.64-21)МДПУ:[51+514+0.04](062.552)
ББК 74.58я5

ISBN 978-617-7055-35-7

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ СБОРНИК

"МАТЕМАТИКА. ГЕОМЕТРИЯ.ИНФОРМАТИКА"

Уважаемые коллеги, приглашаем Вас к сотрудничеству. На базе кафедр «Информатика и кибернетика», «Математика» Мелитопольского государственного педагогического университета им. Б. Хмельницкого, при участии ученых Мелитопольской школы прикладной геометрии издается научно-методический сборник «Математика. Геометрия. Информатика».

Главной задачей сборника является публикация материалов научно-методического характера для студентов, аспирантов и преподавателей инженерного, математического, информационного (ИМИ) направления и популяризация этих учебных и научных специальностей.

Основные вопросы, рассматриваемые в сборнике:

методика проведения научных исследований с использованием графических и информационных технологий (ИТ);
использование ИТ в учебном процессе;
методика проведения компьютерных экспериментов;
результаты проведения научно-практических конференций, научных чтений, работы межвузовских и межкафедральных семинаров,
организационные вопросы научно-методической деятельности;
публикация и обсуждение предварительных вариантов авторефератов диссертаций;
обсуждение результатов защит диссертаций;
работа и результаты исследований научных студенческих кружков;
результаты научных исследований курсового и дипломного проектирования;
работа предметных олимпиад и олимпиад по моделированию;
проведение республиканских конкурсов лучших исследовательских студенческих работ;
публикация «промежуточных», текущих результатов научных исследований, с целью организации научной дискуссии;
постановка лекционных, лабораторных и практических курсов для фундаментальных, профильных и специальных дисциплин ИМИ-специальностей;
проведение различного вида практик для студентов ИМИ-специальностей;
организация самостоятельной работы студентов ИМИ-специальностей.

Материалы принимаются на кафедре математики (ответственный доц. Спиринцев Д.В.), или по адресу электронной почты spirinc.v@mail.ru , с указание контактной информации.

УДК 514.18

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ МАТЕМАТИЧНИХ ГРАВІТАЦІЙНИХ БІЛЬЯРДІВ

Шевченко С.М.*,
Адашевська І.Ю., к.т.н.
Національний університет цивільного захисту України,
НТУ «Харківський політехнічний інститут»
Тел. 063-341-43-80

Анотація **- розглянуто спосіб побудови траєкторій гравітаційних більярдів у межах кута, утвореного двома півплощинами, або кривою у вигляді параболи.**

Ключові слова **– математичний більярд, відбивальні лінії, гравітаційний більярд, дзеркальні відбиття, періодичні траєкторії.**

Постановка проблеми. Математичні більярди моделюють фізичні процеси в радіотехніці (при конструюванні відкритих резонаторів і хвилеводів), в оптиці (при розрахунку дзеркальних відбиттів, фокусування променів у лазерах), тощо. До більярдів можуть бути зведені моделі механіки й гідродинаміки - оскільки гази й рідини можна вважати як множину молекул (системи «твердих» кульок). Цікавим буде розгляд математичних більярдів і у полі тяжіння, коли їх траєкторії розташовані у областях площини, обмежених лініями [1-4].

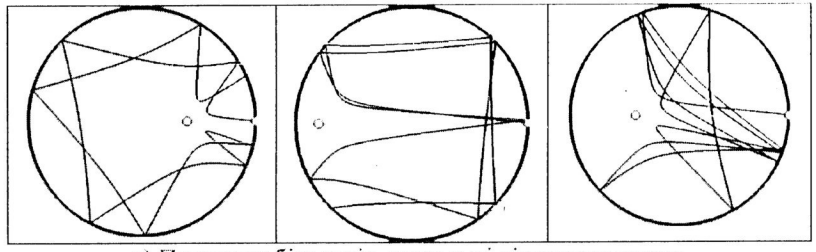
Аналіз останніх досліджень. Математичні більярди розглядалися у роботах [3] Я.Г. Сіная, В.В. Козлова, А.А. Панова, І.А. Гашлєрина, М.І. Чернова, Г.С. Мельнікова, Д.В. Трещова, В.Ф. Лазуткіна та ін.

Для приклада наведемо роботу [3], де на площині, обмеженої колом, розглядається трасування траєкторії магнітної кульки, яка рухається у полі іншої магнітної кулі за умови, що одна з кульок нерухома, а друга – рухома. Вважається, що в процесі переміщення по криволінійним траєкторіям, перша куля пружно відбивається від кола. Спосіб базується на розв'язанні системи диференціальних рівнянь:

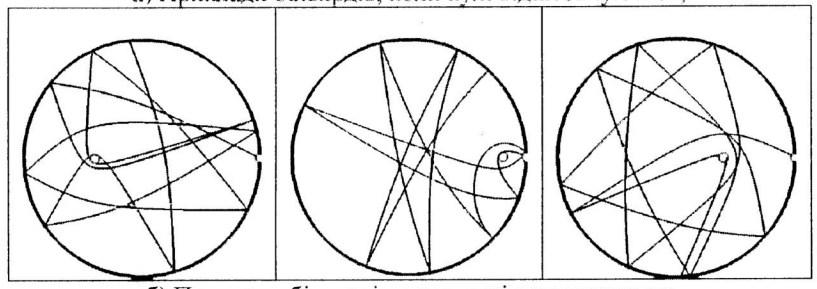
$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi m}\frac{x(t)}{\sqrt{\left(x(t)^2+y(t)^2\right)^3}}; \qquad \frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi m}\frac{y(t)}{\sqrt{\left(x(t)^2+y(t)^2\right)^3}}$$

Тут q_1 і q_2 - характеристики сил магнітів; m - маси кульок. Крім того необхідно задати: x_0; y_0 - координати нерухомої кульки; x_t; y_t - початкові координати рухомої кульки; V_x; V_y - координати вектора швидкості. При цьому було виконано нормування вектора швидкості за допомогою формул: d_{xt} := V_x/sqrt(V_x^2 + V_y^2); d_{yt} := V_y/sqrt(V_x^2 + V_y^2). Крім того, для розв'язання системи (1) необхідно задати початкові умови: $x(0)=X_0$; $\dot{x}(0)=V_x$; $y(0)=Y_0$; $\dot{y}(0)=V_y$. При цьому враховується знаки «зарядів» магнітних кульок, а також коефіцієнт *w* ослаблення швидкості при відбитті від кола [3].

На рис. 1, а наведено приклад математичних більярдів в випадку однойменних зарядів (кулі відштовхуються), а на рис. 1, б - випадок різнойменних зарядів (кулі притягуються).



а) Приклади більярдів, коли кулі відштовхуються;



б) Приклади більярдів, коли кулі притягуються;

Рис.1. Приклади більярдів.

Формулювання цілей статті. Навести приклади побудованих траєкторій гравітаційних більярдів у межах кута, утвореного двома півплощинами або кривою у вигляді параболи.

Основна частина. При складанні моделі траєкторій гравітаційних більярдів враховано закон збереження енергії у вигляді

$$E = T + \Pi = \frac{u_n^2 + v_n^2}{2} + gy_n = const,$$

де *E, T, П* – повна, кінетична і потенціальна енергія точки відповідно.

На базі цього у роботах [4-6] одержано математичне забезпечення для побудови траєкторій гравітаційних більярдів.

---

* Науковий керівник: д.т.н., професор Куценко Л.М.

Наведемо результати деяких розрахунків, коли в полі «земного» тяжіння початковим напрямом руху кульки є вертикально вниз. На рис. 2 наведено приклади траєкторій більярда у межах кута при сталій висоті розташування кульки залежно від її зміщення по горизонталі.

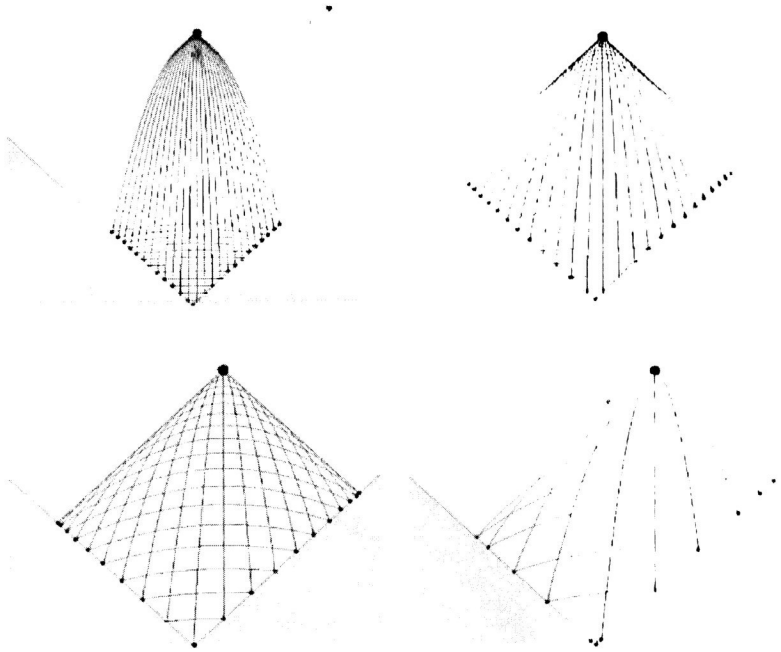


Рис. 2. Приклади траєкторій математичного більярда залежно від зміщення кульки по горизонталі

Розроблені алгоритм і програма дають можливість визначати періодичні траєкторії в «інтерактивному» режимі. На рис. 3 наведено приклад «підходу» до визначення періодичної траєкторії за допомогою чотирьох послідовних зображень. Далі наведемо приклади траєкторій математичного більярда в межах кута утвореного гілками параболи.

На рис. 4, 5 наведено приклади зображень траєкторій за допомогою яких надається можливість визначати періодичні траєкторії. У параболічному більярді спостереження за траєкторіями залежно від збільшення вертикальної координати, дає підстави стверджувати, що періодичні траєкторії появляються з певною періодичністю (рис. 6).

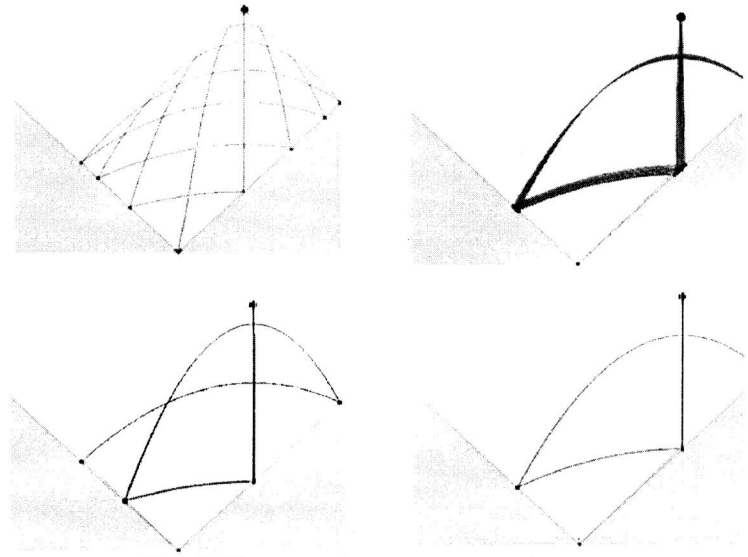


Рис. 3. Приклад «інтерактивного підходу» до визначення періодичної траєкторії.

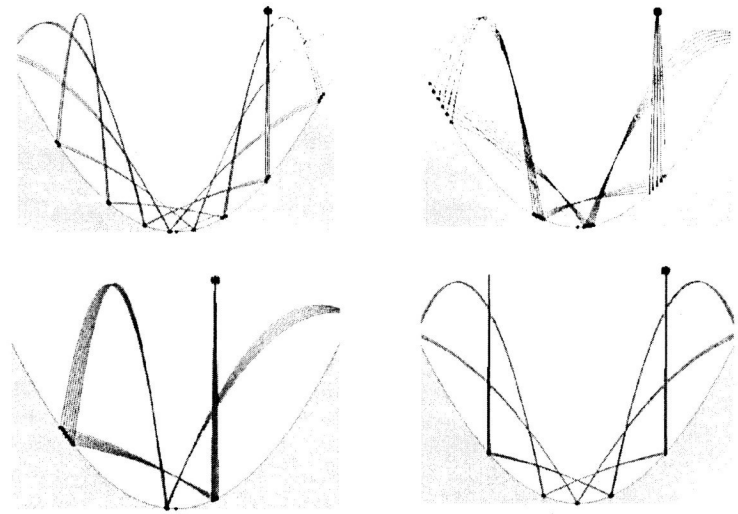


Рис. 4. Приклади зображень траєкторій кульки, що дозволяють визначати періодичні траєкторії.

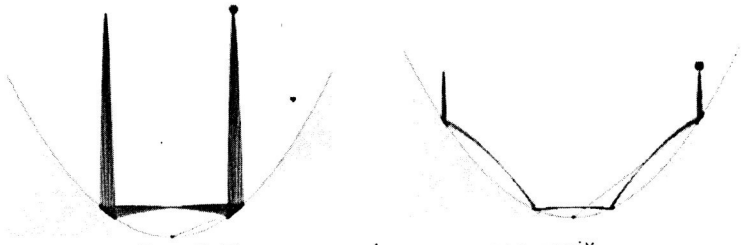


Рис. 5. Приклади періодичних траєкторій.

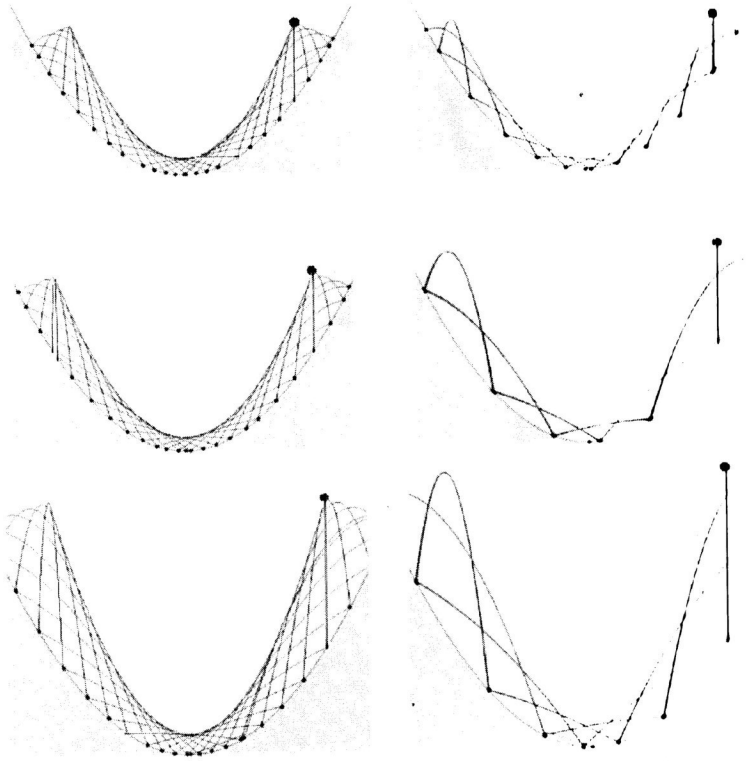


Рис. 6. Періодичність появи періодичних траєкторій залежно від збільшення вертикальної координати

Висновок. Розроблені алгоритми надають можливість будувати періодичні траєкторії математичних гравітаційних більярдів у межах плоского кута (двома півплощинами) або кривою у вигляді параболи (параболічним циліндром), що дозволило визначити їх особливості - наприклад, появу з певною періодичністю періодичних траєкторій.

Література

1. *Korsch H.J., Jodl H.-J.* Chaos: a program collection for the PC. Springer-Verlag, Germany; 1994. 160 p.
2. *Sepulchre R,. Gerard M.*, Stabilization of periodic orbits in a wedge billiard, 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Hawai, December 2003.
3. *Куценко Л.М.* Геометричне моделювання багатократних відбиттів променів в еліптичних областях / Л.М. Куценко, В.А. Гузенко. Монографія. Харків: НТМТ, 2008. – 184 с.
4. *Куценко Л.М* Опис траєкторій математичного більярда в гравітаційному полі між двома півплощинами // Куценко Л.М., Адашевський О.В. / Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2010. – Вип.27. – С. 3-12.
5. *Куценко Л.М.* Дослідження гравітаційного більярда при наявності перескоку на сусідню півплощину // Куценко Л.М., Адашевський О.В. / Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2011. – Вип.28. – С. 3-12.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ БИЛЬЯРДОВ

С.Н. Шевченко, И.Ю. Адашевская

Аннотация – приведены примеры траекторий гравитационного бильярда в пределах угла, образованного двумя полуплоскостями либо кривой в виде параболы.

GEOMETRICAL DESIGN OF TRAJECTORIES MATHEMATICAL GRAVITATIONAL BILLIARDS

S. Shevchenko, I. Adashevskaya

Summary

Examples of the gravitational billiards trajectories within the angle formed by two half-planes or curve in the form of a parabola.

Науково-методичне видання

НАУКОВИЙ ВІСНИК
Мелітопольського державного педагогічного університету
імені Богдана Хмельницького

Серія:
МАТЕМАТИКА. ГЕОМЕТРІЯ. ІНФОРМАТИКА

Том 1

Підписано до друку 23.04.2014 р. Формат 60x84 1/16
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman Cyr.
Друк цифровий. Ум. друк. арк. 14,94.
Наклад 100 прим. Зам. № 949

Видавець
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького
Адреса: 72312, м. Мелітополь, вул. Леніна, 20
Тел. (0619) 44 04 64
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів
видавничої продукції від 16.05.2012 р. серія ДК № 4324

Надруковано ФО-П Однорог Т.В.
72313, м. Мелітополь, вул. Героїв Сталінграду, 3а
Тел. (067) 61 20 700
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів
видавничої продукції від 29.01.2013 р. серія ДК № 4477

ВИДАВНИЦТВО

МЕЛІТОПОЛЬСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО ПЕДАГОГІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО