

УДК 621.3

*Ю.А. Абрамов, д-р техн. наук, профессор, АГЗУ,
А.Е. Басманов, канд. техн. наук, докторант, АГЗУ*

СКОРОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗЕРВУАРА ПРИ ПОЖАРЕ В РЕЗЕРВУАРНОМ ПАРКЕ

Рассмотрена стохастическая задача нагрева резервуара с нефтепродуктом под действием излучения пожара. Показано, что скорость изменения температуры резервуара, также как и температура, является нормальным случайным процессом. Построены оценки его математического ожидания и дисперсии.

Постановка проблемы. При тушении пожара в резервуарном парке особую угрозу представляют резервуары, соседние с горящим. Нагрев их металлических конструкций до температуры самовоспламенения может привести к взрыву (если концентрация паров в газовом пространстве резервуара лежит между нижним и верхним концентрационными пределами) или к факельному горению паров, выходящих из резервуара (если концентрация паров выше верхнего концентрационного предела). В связи с этим возникает вопрос об оценке вероятности достижения нагревающимися конструкциями резервуара критической температуры в течение заданного интервала времени.

Анализ публикаций. В работе [1] построена стохастическая модель нагрева резервуара с нефтепродуктом от факела горящего резервуара. При этом нагревающийся резервуар разбивается на n областей таких, что в пределах каждой области температура полагается одинаковой. В [2] показано, что температура отдельной области k может быть приближенно описана нормальным случайным процессом. Его математическое ожидание \bar{T}_k и дисперсия σ_k^2 могут быть получены из системы дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d\bar{T}_k}{dt} = f_k(\bar{T}_1, \dots, \bar{T}_n, \sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2), \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \sigma_k^2 = 2M(T_k - \bar{T}_k) \left(\frac{dT_k}{dt} - \frac{d\bar{T}_k}{dt} \right) = g_k(\bar{T}_1, \dots, \bar{T}_n, \sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2). \quad (2)$$

Математическое ожидание и дисперсия позволяют оценить пределы, в которых лежит температура резервуара в произвольный

момент времени. Однако они не дают ответа на вопрос о типичной траектории температуры: является ли она плавной кривой или, наоборот, быстроизменяющейся. Ввиду этого, для ответа на вопрос о вероятности выхода температуры за критический уровень недостаточно знать только закон распределения температуры – необходима информация о скорости ее изменения [3]. Задача о выбросе случайного процесса за заданный уровень решена в [3]. Для ее решения достаточно знать совместное распределение случайного процесса и его первой производной (скорости изменения).

Постановка задачи и ее решение. Предполагая нормальный закон распределения температуры нагревающегося резервуара [2], а также нормальность пульсаций пламени [1], построим оценки параметров совместного распределения температуры резервуара и скорости ее изменения.

Обозначим через $V_k(t) = \frac{dT_k}{dt}$ скорость изменения температуры области k резервуара. Очевидно, что случайный процесс $V_k(t)$ также как и $T_k(t)$ будет нормальным процессом [3]. Найдем его математическое ожидание и дисперсию.

$$\bar{V}_k(t) = M V_k(t) = M \frac{dT_k}{dt} = \frac{d\bar{T}_k}{dt},$$

т.е. математическое ожидание совпадает с правой частью (1). Это означает, что из решения дифференциальных уравнений для математических ожиданий температур $\bar{T}_k(t)$ можно определить математические ожидания скорости их изменения $\bar{V}_k(t)$.

Для нахождения дисперсии $\sigma_V^2(t)$ запишем дифференциальное уравнение для математического ожидания [2] в виде:

$$V_k(t) = A(t) + B(t),$$

где

$$A(t) = \frac{\varepsilon_k c_0}{m_k c_k} \left[\varepsilon_\phi H_k^+ \xi \left(\left(\frac{\theta}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_k}{100} \right)^4 \right) + \sum_{i \neq k} \varepsilon_i H_{ik} \left(\left(\frac{T_i}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_k}{100} \right)^4 \right) + \left(\left(\frac{T_0}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_k}{100} \right)^4 \right) \left(\tilde{S}_k - H_k^+ \xi - \sum_{i \neq k} H_{ik} \right) \right]; \quad (3)$$

$$B(t) = \frac{1}{m_k c_k} [\alpha_\Gamma (T_\Gamma - T_k) S_k + \alpha_B (T_0 - T_k) (\tilde{S}_k - S_k)];$$

ε_k – чернота области k ; ε_Φ – чернота факела; H_k^+ – взаимная площадь облучения между областью k и факелом; H_{ik} – площадь взаимного облучения между областями i и k ; T_Φ – температура факела; T_k – температура области k ; T_0 – температура окружающей среды; S_k – полная площадь поверхности области; \tilde{S}_k – площадь односторонней поверхности области; α_Γ , α_B – коэффициенты конвективной теплоотдачи в газовое пространство резервуара и окружающий воздух; m_k , c_k – масса и теплоемкость области k .

Тогда дисперсия случайного процесса $V_k(t)$ будет равна:

$$\sigma_V^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + 2K_{AB}, \quad (4)$$

где σ_A^2 , σ_B^2 – дисперсии случайных функций $A(t)$ и $B(t)$; K_{AB} – их ковариация. Ввиду линейности $B(t)$ относительно T_k , ее дисперсия легко вычисляется:

$$\sigma_B^2 = \left(\frac{\alpha_\Gamma S_k + \alpha_B (\tilde{S}_k - S_k)}{m_k c_k} \right)^2 \sigma_k^2. \quad (5)$$

Ковариация: $K_{AB} = M(A - \bar{A})(B - \bar{B}) = M(V_k - \bar{V}_k)(B - \bar{B}) - \sigma_B^2$.
Подставляя выражение для $B(t)$, получим:

$$K_{AB} = -M(V_k - \bar{V}_k)(T_k - \bar{T}_k) \frac{\alpha_\Gamma S_k + \alpha_B (\tilde{S}_k - S_k)}{m_k c_k} - \sigma_B^2.$$

Из (2) следует, что $M(V_k - \bar{V}_k)(T_k - \bar{T}_k) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sigma_k^2(t)$. Тогда

$$K_{AB} = -\frac{1}{2} \frac{\alpha_\Gamma S_k + \alpha_B (\tilde{S}_k - S_k)}{m_k c_k} \frac{d}{dt} \sigma_k^2(t) - \sigma_B^2. \quad (6)$$

Объединяя (4)-(6), получим:

$$\sigma_V^2 = \sigma_A^2 - \frac{\alpha_r S_k + \alpha_b (\tilde{S}_k - S_k)}{m_k c_k} \frac{d}{dt} \sigma_k^2(t) - \left(\frac{\alpha_r S_k + \alpha_b (\tilde{S}_k - S_k)}{m_k c_k} \right)^2 \sigma_k^2. \quad (7)$$

Для вычисления дисперсии σ_A^2 случайной функции $A(t)$ можно воспользоваться совместным законом распределения величин ξ , θ , T_k . Однако непосредственное возведение в квадрат (3) и его последующее интегрирование громоздки и требуют значительных вычислительных ресурсов. Поэтому, учитывая наличие корреляции между величинами T_k и T_i , T_k и ξ , T_k и θ , ограничимся оценкой дисперсии сверху:

$$\sigma_A \leq \frac{\varepsilon_k c_0}{m_k c_k} \left[\varepsilon_\phi H_k^+ \sigma_{A_1} + \sum_{i \neq k} \varepsilon_i H_{ik} \sigma_{ik} + \sigma_{A_2} \right], \quad (8)$$

$$\text{где } \sigma_{A_1}^2 = D\xi \left(\left(\frac{\theta}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_k}{100} \right)^4 \right); \quad \sigma_{ik}^2 = D \left(\left(\frac{T_i}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_k}{100} \right)^4 \right);$$

$$\sigma_{A_2}^2 = D \left(\left(\frac{T_0}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_k}{100} \right)^4 \right) \left(\tilde{S}_k - H_k^+ \xi - \sum_{i \neq k} H_{ik} \right).$$

Вычислим сначала дисперсии σ_{ik}^2 . Случайность температур T_i и T_k вызвана одними и тем же фактором – случайными пульсациями пламени. Поэтому эти величины коррелируют друг с другом. С целью упрощения будем полагать, что коэффициент корреляции между ними, а также между их четвертыми степенями близок к 1. Тогда

$$\sigma_{ik} \approx \frac{1}{100^4} \left(\sqrt{DT_i^4} + \sqrt{DT_k^4} \right),$$

где дисперсии вычисляются из условия нормального распределения величин T_k :

$$DT_k^4 = 16\sigma_k^2 \left(\bar{T}_k^6 + 10,5\bar{T}_k^4 \sigma_k^2 + 24\bar{T}_k^2 \sigma_k^4 + 6\sigma_k^6 \right).$$

Пользуясь оценкой $\sigma_k < 0,1\bar{T}_k$ [2], отбросим два последних слагаемых. При этом относительная погрешность не будет превышать 0,0025. Тогда

$$\sigma_{ik} \approx \frac{4}{100^4} \left(\sigma_i \bar{T}_i^2 \sqrt{\bar{T}_i^2 + 10,5\sigma_i^2} + \sigma_k \bar{T}_k^2 \sqrt{\bar{T}_k^2 + 10,5\sigma_k^2} \right). \quad (9)$$

Для вычисления $\sigma_{A_2}^2$ воспользуемся тем, что случайные величины ξ и T_k распределены по нормальному закону. С учетом оценки $\sigma_k < 0,1\bar{T}_k$, выражение для $\sigma_{A_2}^2$ примет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{A_2}^2 = & \frac{16}{100^2} \left(\frac{\bar{T}_k}{100} \right)^6 \left((H_k^+ - s_k)^2 \sigma_k^2 + (H_k^+)^2 K_{\xi k}^2 \right) + \\ & + (H_k^+)^2 \sigma_{\xi}^2 \left(\left(\frac{\bar{T}_k}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right)^2 + \\ & + \frac{8H_k^+}{100^2} K_{\xi k} \left(\frac{\bar{T}_k}{100} \right)^2 \left(\left(\frac{\bar{T}_k}{100} \right)^2 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right) \left(3H_k^+ K_{\xi k} + (H_k^+ - s_k) \bar{T}_k \right), \quad (10) \end{aligned}$$

где $s_k = S_k - \sum_{i \neq k} H_{ik}$.

При вычислении дисперсии $\sigma_{A_1}^2$ снова воспользуемся оценками $\sigma_k < 0,1\bar{T}_k$ и $\sigma_{\theta} < 0,1\bar{T}_{\phi}$. После интегрирования и упрощения получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{A_1}^2 \approx & \frac{1}{100^2} \left(\frac{\bar{T}_{\phi}}{100} \right)^6 \left(40K_{\xi\theta}^2 + 16\sigma_{\theta}^2 + 8\bar{T}_{\phi} K_{\xi\theta} + \sigma_{\xi}^2 \bar{T}_{\phi}^2 \right) - \\ & - \frac{1}{100^2} \left(\frac{\bar{T}_k}{100} \right)^6 \left(40K_{\xi k}^2 + 16\sigma_k^2 + 8\bar{T}_k K_{\xi k} + \sigma_{\xi}^2 \bar{T}_k^2 \right). \quad (11) \end{aligned}$$

Таким образом, объединяя выражения (7)-(11), получим оценку для дисперсии скорости изменения температуры области k резервуара. Для совместного закона распределения температуры стенки и скорости ее изменения необходимо знать ковариацию $K_{TV}(t)$ между ними:

$$K_{TV}(t) = M(T_k - \bar{T}_k)(V_k - \bar{V}_k).$$

Сравнивая выражение для ковариации с (2), получаем

$$K_{TV}(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sigma_k^2(t). \quad (12)$$

Это означает, что, ковариация $R_{TV}(t)$ может быть легко получена из решения для дисперсии $\sigma_k^2(t)$. Из (12) следует, что после стабилизации математического ожидания температуры и ее дисперсии корреляционная связь между температурой и скоростью ее изменения исчезает.

В качестве примера на рисунке 1 приведено изменение математического ожидания скорости изменения температуры, ее среднеквадратического отклонения и коэффициента корреляции между температурой и скоростью ее изменения при нагреве резервуара РВС-10000, заполненного нефтью до уровня 10 метров, от такого же горящего резервуара, расположенного на расстоянии 25 метров.

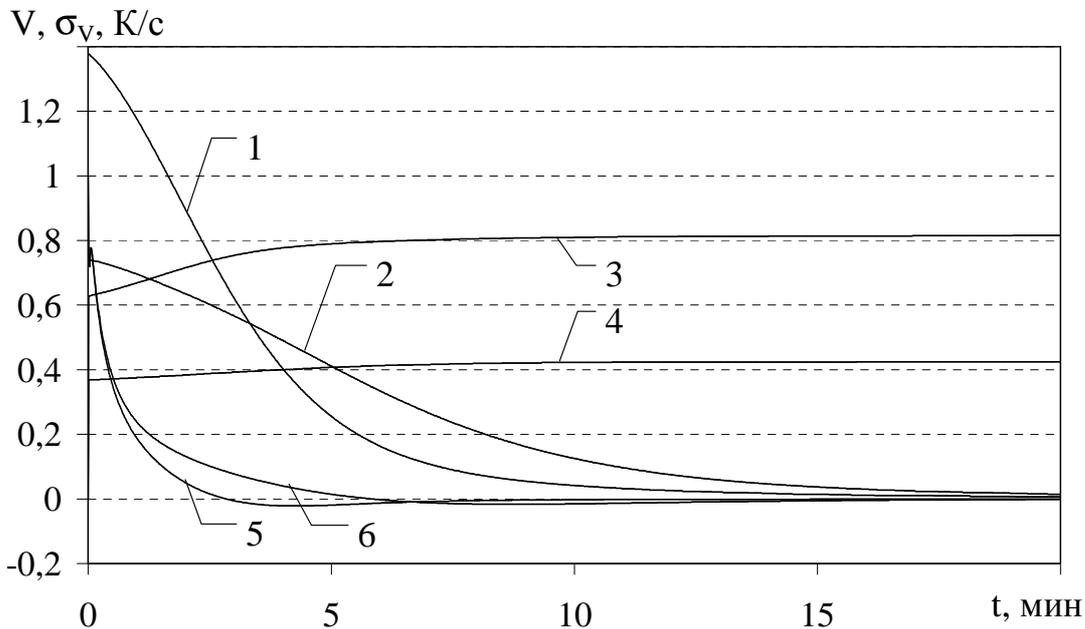


Рисунок 1 – Параметры скорости изменения температуры части резервуара, обращенного в сторону факела: 1, 2 – математическое ожидание \bar{V} для крыши и стенки соответственно; 3, 4 – среднеквадратическое отклонение σ_v ; 5, 6 – коэффициент корреляции между температурой и скоростью ее изменения

Корреляционные функции: для площади поперечного сечения – $K_S(\tau) = (0,2\bar{S})^2 e^{-0,2|\tau|} = 140^2 e^{-0,2|\tau|}$, для температуры поверхности факела – $K_T(\tau) = (0,03\bar{T}_\phi)^2 e^{-0,5|\tau|} = 41^2 e^{-0,5|\tau|}$; совместные корреляционные функции – $K_{TS}(\tau) = K_{ST}(\tau) = 0,6 \cdot 0,2\bar{S} \cdot 0,03\bar{T}_\phi e^{-0,5|\tau|} = 3444 e^{-0,5|\tau|}$. Из рисунка видно, что дисперсия скорости, незначительно возрастая, через несколько минут после начала пожара достигает своего максимального значения и в дальнейшем остается практически постоянной. Это вызвано, в первую очередь, тем, что изменения скорости вызваны пульсациями теплового потока от факела. Пульсации же теплового потока непосредственно определяются пульсациями пламени и его температуры.

Выводы. Коэффициент корреляции между температурой и скоростью ее изменения остается значимым только в первые минуты. Затем он быстро уменьшается, температура и скорость ее изменения становятся некоррелированными случайными процессами. Поскольку эти процессы нормальные, то из их некоррелированности следует их независимость. Вероятность достижения критической температуры в первые минуты пожара пренебрежимо мала ввиду того, что математическое ожидание температуры еще существенно ниже критического значения. Поэтому, пренебрегая этим интервалом времени, можно считать температуру резервуара и скорость ее изменения независимыми случайными процессами.

Полученные оценки параметров распределения могут быть использованы при вычислении вероятности достижения критической температуры на заданном отрезке времени.

Перспективы дальнейших исследований связаны с учетом риска взрыва соседних резервуаров при определении максимально допустимого времени до начала охлаждения соседних резервуаров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов Ю.А., Басманов А.Е. Влияние случайных пульсаций пламени на нагрев резервуара при пожаре // Проблемы пожарной безопасности. – Харьков: Фолио, 2005. – Вып. 18. – С. 3-8.
2. Абрамов Ю.А., Басманов А.Е. Оценка параметров распределения температуры сухой стенки резервуара при пожаре // Науковий вісник будівництва. Зб. наукових праць. – Харків: ХДТУБА, 2005, вип. 34. – С. 167-172.
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. – М.: 1968. – 463 с.